

Обзоры и хроника

УДК 551.321.84

DOI: 10.31857/S2076673422020133, EDN: EPKDNH

Глобальные гляциологические модели: новый этап в развитии методов прогнозирования эволюции ледников. Часть 2. Постановка экспериментов и практические приложения

© 2022 г. Т.Н. Постникова^{1*}, О.О. Рыбак^{2–4}

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия; ²Институт водных проблем РАН, Москва, Россия; ³Субтропический научный центр РАН, Сочи, Россия; ⁴Филиал Института природно-технических систем, Сочи, Россия
*tasinidze@gmail.com

Global glaciological models: a new stage in the development of methods for predicting glacier evolution. Part 2. Formulation of experiments and practical applications

T.N. Postnikova^{1*}, O.O. Rybak^{2–4}

¹Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; ²Water Problems Institute of RAS, Moscow, Russia;
³Subtropical Scientific Center of RAS, Sochi, Russia; ⁴Branch of Institute of Natural and Technical Systems, Sochi, Russia
*tasinidze@gmail.com

Received June 23, 2021 / Revised December 15, 2021 / Accepted April 1, 2022

Keywords: *mountain glaciers, glacier modeling, numerical experiments, methods of prediction, climate change.*

Summary

Global glacier models provide a new way for studying glaciers on the regional and global scales. They make it possible to perform predictive experiments - for example, to forecast changes in glaciation and river runoff, and diagnostic ones - to identify regularities in the behavior of glaciers (a response time to climate change) taking account of their characteristics. The characteristics and design of global glacier models were described in the first part of the review (see Postnikova T.N., Rybak O.O. Global glaciological models: a new stage in the development of methods for predicting glacier evolution. Part 1. General approach and model architecture. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2021, 61 (4): 620–636. [In Russian]. doi: 10.31857/S2076673421040111.). In the second part, we present the methods for setting up of numerical experiments with these models, including model initialization, climate forcing, calibration, and validation procedures. The only way to provide the climate forcing of a glaciological model on a regional or global scale is to use low-resolution reanalysis or output of climate modeling on GCMs or RCMs that needs to use a process of scaling to reproduce the local climate in a complex topography where glaciers are usually located. Calibration of mass balance complements the downscaling of climate forcing for each glacier, and usually it includes parameters responsible for the glacier's response to climate change. Sampling from the Latin hypercube and Bayesian inversion are some of the methods discussed in this connection. In this review we present a comparative description of the selected global glaciological models, the results obtained by both diagnostic and prognostic ones, as well as scale and significance of them. We discuss also ways for further development of global glacier models, in particular the inclusion of 3D-modeling and the moraine (debris cover) block. The difficulties arising in a process of modeling glaciation of a particular mountain region or several regions are noted.

Citation: Postnikova T.N., Rybak O.O. Global glaciological models: a new stage in the development of methods for predicting glacier evolution. Part 2. Formulation of experiments and practical applications. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2022, 62 (2): 287–304. [In Russian]. doi: 10.31857/S2076673422020133, edn: epkdnh.

Поступила 23 июня 2021 г. / После доработки 15 декабря 2021 г. / Принята к печати 1 апреля 2022 г.

Ключевые слова: *горные ледники, гляциологическое моделирование, численные эксперименты, методы прогнозирования, изменения климата.*

Глобальные гляциологические модели открыли новые возможности для исследования ледников на региональном и глобальном уровнях. Они позволяют проводить как прогностические эксперименты, например, предсказывать изменение оледенения и стока рек, так и диагностические – выявлять закономерности поведения ледников (например, время реакции на изменение климата) в зависимости от их характеристик. Архитектура глобальных гляциологических моделей описана в первой части обзора. Во второй части представлены методы постановки численных экспериментов на этих моделях, их сравнительная характеристика, основные полученные результаты, их масштаб и значимость. Обозначены направления развития глобальных гляциологических моделей и сложности, которые возникают при моделировании оледенения в региональном и глобальном масштабах.

Введение

Ледники мира (за исключением ледниковых щитов) содержат $158 \pm 41 \times 10^3$ км³ льда [1], что эквивалентно изменению уровня Мирового океана

на $0,32 \pm 0,08$ м [2]. Ожидается, что тающие горные ледники до конца XXI в. внесут ощутимый вклад в повышение глобального уровня моря [3]. Горные ледники и современный климат не находятся в состоянии равновесия, поэтому потеря их

массы в будущем возможна без каких-либо дальнейших климатических изменений [4, 5]. Ледниковый сток — важная составляющая речного стока в горных регионах, которая может компенсировать недостаток пресной воды в тёплые и сухие сезоны, что важно для населения и экономики, гидроэнергетики и водных экосистем [6]. Водосборные бассейны с ледниковым питанием занимают 26% суши за пределами Гренландии и Антарктиды. На их территории проживает почти 1/3 населения мира [6]. Эти обстоятельства определяют необходимость прогнозов эволюции оледенения и ледникового стока на глобальном и региональном уровнях. Невозможность на современном уровне развития вычислительной техники и численных методов использовать для этой цели сложные трёхмерные комплексные модели динамики ледников дала старт развитию во многом компромиссного подхода, реализованного в применении глобальных гляциологических моделей (ГГМ).

Для постановки прогностических экспериментов на ГГМ необходима её настройка: подбор начальных условий и калибровка ключевых модельных параметров (см. рис. 1 части 1 обзора). Валидация инициализированной и откалиброванной модели состоит в том, что результаты расчётов должны максимально соответствовать реальным наблюдениям в выбранный контрольный период. Единого подхода к выбору контрольных параметров не существует. Часто выбирают поверхностный баланс массы, геометрию ледника (длину, площадь, объём), ледниковый сток, положение снеговой линии или границы питания [7]. Из-за недостатка наблюдений модели перегружены настраиваемыми параметрами. Данных для окончательной калибровки каждого параметра недостаточно. В результате обычно определяют одно наиболее подходящее решение модели и анализируют её чувствительность к выбору настраиваемых параметров [8–10]. Такой подход приводит к сложно разрешимой проблеме, поскольку многие комбинации наборов параметров могут дать результаты в пределах условно допустимых ошибок [11]. Кроме того, параметры модели, основанной на ограниченном наборе наблюдений баланса массы, должны применяться к ледникам, где наблюдения отсутствуют совсем, т.е. экстраполироваться без достаточных на то оснований, кроме, вероятно, схожести генетического типа и внешних условий. Это вносит ещё один источник неопределённости [7].

Во второй части статьи рассматриваются: основные приёмы, используемые в тех или иных ГГМ для решения проблемы калибровки ключевых параметров; особенности постановки численных экспериментов; методы инициализации, калибровки и валидации моделей и наиболее значимые результаты их применения, а также слабые места таких моделей и перспективы их развития.

Сравнительная характеристика глобальных гляциологических моделей

Рассмотрим основные свойства ГГМ, участвовавших в проекте GlacierMIP и GlacierMIP2 (Glacier Model Intercomparison Project) [3]. В проекте GlacierMIP2 одиннадцать ГГМ были запущены при одинаковых начальных условиях (объёме льда), климатических моделях и сценариях для получения прогнозов изменения оледенения в XXI в., а также оценок неопределённостей. Характеристики шести наиболее значимых, на наш взгляд, моделей (OGGM [8], GloGEM [10], GloGEMflow [9], PyGEM [7], JULES [12], HYOGA2 [13]) представлены в таблице.

В настоящее время существуют две ГГМ, в которых явным образом описывается течение льда в приближении мелкого льда и рассчитывается изменение геометрии ледника, исходя из решения уравнения неразрывности. Это — OGGM [8] и GloGEMflow [9]. В остальных моделях используют различные имитационные схемы, основанные на эмпирических и полуэмпирических соотношениях между площадью, объёмом и длиной ледника [14–16] или между балансом массы и изменением геометрии [10, 17].

Постановка прогностических экспериментов

Климатический форсинг. Для моделирования поверхностного баланса массы (SMB, surface mass balance) данные реанализа и глобального климатического моделирования в большей мере применимы, чем разреженные точечные наблюдения из-за того, что метеостанций в высокогорных или полярных регионах мало и они не обеспечивают равномерного покрытия изучаемого района [18, 19]. Однако пространственное разрешение данных реанализа и климатических моделей и их ограниченная

возможность воспроизводить поля осадков, температуры воздуха и других метеорологических переменных в условиях сложного рельефа высокогорья недостаточно для гляциогидрологических приложений [18, 20] и не может быть использовано без соответствующей корректировки [18, 19]. В прогностических экспериментах на ГГМ недавнего времени были использованы результаты расчётов на GCMs (Global Circulation Models – Модели общей циркуляции), объединённые в проекте CMIP [21, 22], и данные реанализа. Например, данные реанализа ERA-Interim включают в себя среднемесячную приповерхностную (2 м) температуру, температуру воздуха на разных уровнях (300–1000 гПа) и сумму осадков за каждый месяц, начиная с 1979 г., с пространственным разрешением $\sim 0,7^\circ$ [23].

Для регионализации (даунскейлинга) гляциологических исследований традиционно используют региональные климатические модели (RCM – Regional Climate Models), имеющие более высокое разрешение в ограниченной области (динамический даунскейлинг [19]). RCM, управляемая GCM, позволяет обеспечить прогностические поля с более подробным и более точным представлением локализованных событий. RCM имеет явные преимущества при моделировании осадков по сравнению с GCM: модельная изменчивость суточных и месячных сумм осадков, будучи ниже наблюдаемой, тем не менее, оказалась гораздо более реалистичной, чем генерируемая GCM, так как более мелкая сетка уменьшает объём неявного пространственного сглаживания [20]. Динамический даунскейлинг требует больших вычислительных затрат в отличие от статистического даунскейлинга, основанного на поиске связей между крупномасштабными и локальными особенностями атмосферы с учётом данных наблюдений метеостанций [19]. Проект CORDEX (Coordinated Regional Downscaling Experiment) [24] объединяет региональные климатические модели и эмпирический статистический даунскейлинг для разных регионов мира [25] и успешно применяется для расчётов на ГГМ (например, с разрешением $0,11^\circ$ или около 12 км в работе [9]).

Для прогнозирования изменений оледенения в будущем используют главным образом так называемые сценарии RCP (Representative Concentration Pathways – пути радиационного воздействия): RCP2.6, RCP4.5, RCP6.0 и RCP8.5 [26], реализуемые в численных экспериментах на GCM.

Они определяют дополнительное радиационное воздействие около 2100 г. относительно доиндустриальных значений (2,6, 4,5, 6,0 и 8,5 Вт м^{-2} соответственно). Другое, относительно новое, направление, формализующее траектории развития климатической системы с учётом его влияния на человеческое сообщество, – сценарии SSP (Shared Socioeconomic Pathways – совместные социально-экономические пути [27]), развиваемые в рамках проекта CMIP6 [22], до сих пор не использовались в глобальном гляциологическом моделировании [3, 28]. Заметим, что использование SSP в экспериментах с ГГМ планируется в третьей фазе эксперимента GlacierMIP [29].

Пространственное разрешение современных RCM не позволяет достаточно точно воспроизвести климатические условия для большинства горных ледников [20]. Чтобы решить эту проблему, к выбранным климатическим данным применяют коррекционные схемы, которые встраиваются непосредственно в климатический блок ГГМ [3]. Значения температуры воздуха над ледником интерполируются из ближайших узлов пространственной сетки климатической модели и приводятся к абсолютной высоте ледника с применением вертикального градиента температуры. В литературе его значения существенно варьируют: от $0,3\text{--}0,4^\circ\text{C}/100\text{ м}$ (Западная Гренландия, Исландия) до $0,7\text{--}0,8^\circ\text{C}/100\text{ м}$ на Кавказе [30] и в Альпах [19] либо считаются постоянной величиной для всех ледников мира ($0,65^\circ\text{C}/100\text{ м}$ в модели OGGM [8]).

Данные осадков для каждого ледника обычно берут из узла пространственной сетки модельных климатических данных – ближайшей к центральной координате ледника. Изменение суммы осадков с высотой оценивается с использованием вертикального градиента осадков [12, 19, 31] и/или поправочного коэффициента [8] (см. таблицу). Последний представляет собой, по сути дела, глобальную поправку на орографические осадки, лавинное питание и метелевый перенос [8]. Исключение – модель OGGM, в которой вертикальный градиент осадков не рассчитывается и поле осадков считается однородным. Чтобы различать твёрдые и жидкие осадки, используют пороговую температуру воздуха (threshold temperature) от 0 до 3°C (см. таблицу). Возможно, целесообразнее использовать разную пороговую температуру для разного климата (выше для континентального климата, чем для морского) [32].

Сравнительный анализ выбранных глобальных гляциологических моделей*

Показатели	Название модели				
	OGGM (Maussion et al., 2019),	GloGEM (Huss and Hock, 2015),	GloGEMflow (Zekollari et al., 2019),	PyGEM (Rounce et al., 2020),	JULES (Shannon et al., 2020),
Климатический форсинг для калибровки	CRU TS4.01	ERA-Interim	E-OBS v.17.0 (ENSEMBLES)	ERA Interim	WATCH-ERA Interim
Климатический форсинг для симуляции будущего	—	14 GCMs из CMIP5; RCP2.6, RCP4.5, RCP8.5 (r11pl)	EURO-CORDEX RCM	RCM, управляемая GCM из CMIP5	CMIP5, рассматривается только RCP8.5
Вертикальный градиент температуры; поправки температуры и прочее	Постоянный 0,65 °C/100 м;	Пространственно и сезонно изменяющийся градиент температуры; поправка на температуру; поправочный коэффициент на осадки	<i>Даунскейлинг</i> Как в GloGEM	Пространственно и временно изменяющаяся поправка на температуру	Калибруемый градиент температуры; постоянный масштабный коэффициент для скорости ветра; поправка приземного давления, длинного и коротковолнового излучения
		1–2,5% на 100 м		1% на 100 м; для верхних 25% ледника выше 100 м применяется экспоненциальное уменьшение	Постоянный 0,65 °C/100 м; поправки температуры в соответствии с наблюдениями
Вертикальный градиент осадков	—	—	—	—	—
Поправочный коэффициент на осадки	2,5	—	—	—	Поправки в соответствии с наблюдениями
Калибровка баланса массы (SMB)	Калибруются: μ^* — чувствительность ледника к температуре; t^* — год, когда ледник был теоретически в устойчивом состоянии	Региональная оценка баланса массы: баланс должен совпадать со средним региональным за несколько лет; калибруются C_{prec} , f_{snow} , f_{ice} (начальные значения 1, 5, 3 и $6 \text{ мм} \cdot \text{д}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ (Hock, 2003)), ΔT_{air} , k_0 — параметр фронтальной абляции	Оценка геодезического баланса массы отдельных ледников; смещение SMB в климатических условиях 1961–1990 гг., SMB калибруется по длине ледника	Байесовская инверсия; f_{snow} ; k_p — фактор осадков; T_{bias} — поправка неточностей температуры, вызванных низким разрешением климатических данных	Региональная калибровка с использованием метода выборки латинского гиперкуба. Семь параметров: альbedo льда и снега в видимой и инфракрасной частях спектра, орографический градиент осадков и температуры, параметр масштабирования скорости ветра
		—	Да, параметр A калибруется так, чтобы объем моделируемого ледника совпал с RGI с точностью до 1%; скользящее по ложу не рассматривается отдельно	—	Два параметра: факторы градиусо-днев для снега и льда f_{snow} , f_{ice}
Калибровка параметров динамики льда	Возможна, но в статье это параметры константы $A = 2,4 f_s \times 10^{-24} \text{ Па}^{-3}$, где A и f_s — параметры вязкости и скольжения	—	—	—	—

Данные для калибровки	WGMS (2017): прямые наблюдения удельного баланса массы (254 ледника)	Балансы массы RGI (Gardner et al., 2013) для горных стран в целом, основанные на GRACE, ICESat и прямых измерениях	WGMS; геодезические балансы массы конкретных ледников; длина и объём ледников из RGI	WGMS 2017; геодезические для Азии (Shean et al., 2020); ASTER, WorldView, GeoEye-1	Региональная калибровка с использованием годового баланса массы из WGMS 2017	Dyurgerov and Meier (2005); Heydenrych et al. (2004)
Временной период калибровки	1901–2016 гг., для каждого ледника 31-летний период вокруг $\bar{t}$: $\bar{m}(t) = 0$	Баланс массы: 2003–2009 гг.; климат: 1980–2012 гг.	1981–2010 гг.	2000–2018 гг.	10 лет до даты инвентаризации RGI	1948–1980 гг.
Валидация	WGMS (2017); кросс-валидация по отдельным объектам (leave-one-out cross-validation)	WGMS 2012, измерения in situ; геодезические измерения (Cogley, 2009): годовые, зимние и летние балансы массы по всему леднику, годовые и сезонные профили баланса, сезонные точечные и геодезические балансы массы, фронтальная абляция; данные о площади ледников в разное время из инвентаризации	Валидация Прямые измерения SMB, WGMS 2018 (1672 годовых значений баланса массы ледника, 12 097 значений годового баланса массы определенных ледных высотных полос ледника); сравнение A со значениями из литературы; длина и площадь ледников в прошлом – GLAMOS			Летний и зимний балансы массы 21 ледника из WGMS; сравнение ELA с данными WGMS 2007
Временной период валидации	1901–2016 гг.	1980–2012 гг.	2003–2017 гг.	1980–2017 гг.	–	–
Временной период симуляции	1985–2015 гг.	1980–2100 гг.	2017–2100 гг.	2000–2100 гг.	2007–2100 гг.	2006–2100 гг.
Динамическая реакция ледника на изменение массы	SIA по линии течения; уравнение $(\partial S / \partial t) = w\dot{m} - \nabla u S$, где S – площадь, m^2 ; w – ширина, m ; u – средняя скорость, $m \cdot c^{-1}$; $\dot{m}$ – баланс массы, $kg \cdot m^{-2} \cdot c^{-1}$	Изменение толщины и площади ледника согласно параметризации отступания Δh (Huss et al., 2010); для наступающего ледника – похожая простая схема	SIA, уравнение неразрывности: $\frac{\partial H}{\partial t} = -1 \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial h}{\partial x} \right) + B$, где h – поверхность льда; D – коэффициент диффузии; B – SMB; для ледников короче 1 км применяется метод GloGEM	Как в GloGEM; модель баланса массы PyGEM теперь совместима с динамической моделью OGGM	–	Максимальная длина ледника обновляется при изменении объёма: $V = c_i L^q$, где $c_i = 1,7026$; q вычисляется из данных площади и объёма из RGI
Временное решение динамического блока	Адаптируется к динамике ледника	Год	Адаптивный	Год	–	День

Масс-балансовый блок	Баланс массы					PDD	PDD	SEB	PDD	PDD
	TID; расширенная модель Matzeion et al. (2012)	PDD, простая модель SEB	Месяц	Месяц	Месяц					
Временное разрешение масс-балансового блока										
Температура твёрдых/жидких осадков	По умолчанию 0°/2°	0,5°/2,5°	0,5°/2,5°	0,5°/2,5°	0,5°/2,5°	–1°/1°	0°	Час	2°	День
Аккумуляция	Равномерное распределение осадков $c_{prec} P_i^{solid}(z)$, где P_i^{solid} – помесечные твёрдые осадки; c_{prec} – глобальный поправочный коэффициент (по умолчанию 2,5)	$P_{cell,m} c_{prec} (1 + (z_i - z_{ref}) dP/dz)$, где $P_{cell,m}$ – осадки (в метрах) за месяц в ближайшей климатической ячейке; c_{prec} – поправочный коэффициент; dP/dz – линейный градиент относительно контрольной высоты z_{ref}	Линейный градиент осадков как в GloGEM	Линейный градиент осадков: $c_{m,bin} = \delta_{m,bin} P_{m,bin}$, где $\delta_{m,bin}$ – месячная доля твёрдых осадков; $P_{m,bin} = P_{GCM} k_p (1 + d_{prec}(z_{bin} - z_{ref}))$, где d_{prec} – градиент для распределения осадков по леднику; отдельная формула для ледников выше 1000 м	Линейный градиент осадков: $P_z = P_0 + P_0 \gamma_{precip} (z - z_0)$, где P_0 – осадки по поверхности; γ_{precip} – градиент осадков; z_0 – средняя высота сетки над уровнем моря	Равномерное над каждым ледником 0,5° × 0,5°, высотные пояса по 50 м; все ледники в ячейке моделируются как один ледник				
Абляция через таяние	$\mu^* \max(T(z) - T_{Mel,0}) + \epsilon$, где μ^* – чувствительность ледника к температуре; T_i – среднемесячная температура воздуха; T_{Mel} – температура, при которой может произойти таяние (по умолчанию – 1 °C); ϵ – поправочный коэффициент	Для высоты i и месяца m : $a_{i,m} = f_{snow/ice} \sum_{d=1}^{d=D} T_{i,d}^+$, где $f_{snow/ice}$ (мм·день ⁻¹ ·K ⁻¹) – коэффициенты градус-дня; $T_{i,d}^+$ – суточная средняя положительная температура воздуха; D – число дней в месяце	Как в GloGEM	$a = f_{snow/ice} T_m^+ D$, где f – коэффициенты градус-дня (м в.э./день·°C); T_m^+ – положительная средняя месячная температура	Баланс массы рассчитывается как изменение массы снежного покрова между последовательными временными шагами	Температурно-индексная модель: а) таяние снега; б) трансформация снега в лёд; в) таяние льда				
Фронтальная абляция	Да, Oerlemans and Nick (2005)	Да, модифицированная модель Oerlemans and Nick (2005)	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет
Повторное замерзание	–	Уравнение теплопроводности для верхних 10 м; пока не исчерпано максимально возможное $r_{max,i} = (-1/L_i) \int_0^z \rho(z) c_h T_{i,m}(z) dz$, где L_i – скрытое тепло плавления; c_h – теплопроводность льда; $\rho(z)$ – плотность на глубине z	Как в GloGEM	Потенциальное повторное замерзание $R_{potential} = -0,0069 T_a + 0,000096$, где T_a – среднемесячная температура воздуха	Включает в себя повторное замораживание талой воды и скорректированное количество осадков	–				

Тип поверхности (снег/фирн/лёд)	Нет, поэтому случайные годы с большим объёмом снега могут искусственно увеличить площадь ледника	Позитивный SMB $\Rightarrow$ снег; негативный SMB $\Rightarrow$ фирн/лёд; если средний годовой баланс за 5 лет был положительный $\Rightarrow$ фирн	Как в GloGEM	Снежно-ледовая толща разделена на слои, у каждого из которых есть плотность, эволюционирующая во времени. Таким образом, по плотности верхнего слоя определяется тип поверхности	–
Чувствительность модели	Высокая: к параметру ползучести A (чем меньше A , тем толще ледник) и скольжения f_s ; боковым напряжениям у ложа; форме ложа (прямоугольная или параболическая); к параметризации осадков (морской или континентальный климат)	Высокая: к выбору члена ансамбля GCM; к выбору изначального объёма льда; к выбору процедуры калибровки; к типу модели для эволюции геометрии ледника. Низкая: к учёту фронтальной абляции; к выбору между TIM и SEB (самая большая разница на высоких широтах)	Ограниченная: к влиянию устойчивого состояния ледников в 1990 г. на прогнозы объёма льда. Небольшая: к форме ложа (меняется угол трапеции)	Чувствительность к изменению градиента осадков: низкая	–
Пространственное разрешение	Относительно размера ледника: $dx = aS^{1/2}$, где $a = 14$; S – площадь ледника; $dx \in [10, 200]$ м	Высотные пояса по 10 м, каждый ледник моделируется отдельно	Как в GloGEM; интерполируется на адаптивную горизонтальную сетку	Сетка 0,5°, высотные пояса по 250 м	Высотные пояса по 50 м
Исследуемый район	RGI	RGI	Центральная Европа	RGI, кроме Антарктиды	RGI, кроме Гренландии и Антарктиды
Толщина льда	Модель, вложенная Farinotti et al. (2009), с использованием нового метода расчёта баланса массы; предполагаются равновесное состояние ледника и нулевой поток льда на фронте	Huss and Farinotti (2012); точечные данные Operation IceBridge	Как в GloGEM	Как в GloGEM, но закон сохранения массы одновременно применяется к толщине, площади и объёму	Масштабирование площади и объёма: $A = (V/c_d)^{1/\gamma}$, где A и V – площадь и объём ледника соответственно; $\gamma = 1,375$; $c_d = 0,2055 \text{ (м}^3\text{-г)}$
Поперечное сечение ледника в модели	По умолчанию парабола; в отдельных случаях прямоугольник	Парабола	Трапеция с углом 45°	Парабола	–
Открытый доступ	Да: https://github.com/OGGM	Нет		Да: https://github.com/drounce/PyGEM	Нет
Язык программирования	Python	Python, IDL	MatLab, IDL	Python	FORTRAN

***Сокращения:** SIA – Shallow Ice Approximation; RGI – Randolph Glacier Inventory; GLAMOS – Glacier Monitoring Switzerland; RCM – Regional Climate Model; EU-RO-CORDEX – Coordinated Downscaling Experiment – European Domain; GCM – General Climate Model; WGMS – World Glacier Monitoring Service; SRTM – Shuttle Radar Topography Mission; ASTER – Advanced Space-borne Thermal Emission and Reflection Radiometer – определения см. в тексте; GIMP – Greenland Ice Mapping Project; RAMP – Radsat Antarctic Mapping Project; GRACE – Gravity Recovery and Climate Experiment; ICESat – Ice, Cloud and land Elevation Satellite; ECMWF – European Centre for Medium Range Weather Forecasts; E-OBS – ENSEMBLES daily gridded observational dataset; CRU – Climatic Research Unit; TIM – Temperature Index Model; PDD – Positive Degree-Day.

Моделирование энергетического баланса сложнее из-за количества исходных данных. Например, в модели JULES в отличие от используемого в масс-балансовых блоках GloGEM, GloGEMflow и OGGM индексно-температурного метода применяется энергобалансовый, где в качестве входных переменных необходимы: скорость ветра, влажность воздуха, баланс длинноволновой радиации, атмосферное давление [12]. Во многих ГГМ значения некоторых климатических параметров, необходимых для получения более точных условий на леднике (например, поправки на температуру и осадки [6, 10]), определяют в ходе калибровки масс-балансового блока.

Инициализация. Ключевой аспект прогнозирования потери массы ледников на ГГМ с динамическим блоком связан с определением начального состояния модели. Таким образом, существует проблема инициализации модели ледника, которая решается разными способами. Прежде чем выполнить эксперимент с требуемыми климатическими данными, необходимо, как правило, привести модель в равновесие с заданным климатом. Однако ледники практически никогда не находятся в равновесии с климатом. Поэтому использование равновесного состояния для инициализации ледника не позволяет должным образом учитывать моделям будущую потерю массы, которая «накоплена» из-за неравновесия ледника с климатом в последние десятилетия [33]. Так, инициализация модели GloGEMflow заключается в точном воспроизведении геометрии ледника на дату инвентаризации Randolph Glacier Inventory (RGI) [34]. Сначала модель запускается для начальной конфигурации, при которой ледник отсутствует. Под действием климатических условий, соответствующих среднему балансу массы на 1961–1990 гг., происходит нарастание льда, и далее ледник эволюционирует до достижения состояния равновесия к 1990 г. Затем ледник эволюционирует с 1990 г. до года инвентаризации (примерно 2003 г. для большинства ледников в Альпах в RGI) при соответствующем климате. Реологический параметр A подбирается таким образом, чтобы полученная геометрия ледника наиболее близко совпала с данными RGI (объем и длина модельного ледника должны совпасть с инвентаризованными с точностью до 1%). Такая процедура инициализации предполагает, что в 1961–1990 гг. ледник был в равновесии с климатом, что, разумеется, относится к неочевидному допущению. Отме-

тим, что инициализация в GloGEMflow проводилась примерно за десятилетний период (с 1990 г. до года инвентаризации RGI), что позволило обойти проблему неединственности исходного состояния ледника, приводящую к «правильной» геометрии ледника на дату инвентаризации [35].

Для моделирования прошлых состояний ледников в ГГМ до настоящего времени использовалась инициализация, аналогичная для моделирования будущих состояний. Например, инициализация модели в работе [14] проведена таким образом, чтобы при заданной начальной площади ледника в прошлом в результате прогноза модели до момента инвентаризации площадь ледника была близка к измеренным значениям. Однако в исследовании [35] показано, что моделирование прошлого на основании калибровки современными данными — некорректная задача. Это означает, что существует несколько начальных конфигураций ледника в прошлом, которые в результате моделирования сходятся к одному и тому же состоянию ледника на момент инвентаризации.

Альтернативный подход состоит в том, чтобы начинать моделирование с года инвентаризации. Это связано с тем, что ледники находятся далеко от состояния равновесия. Следовательно, прогностические изменения площади и объема, по сути, отражают реакцию ледника не только на текущие и будущие, но и на прошлые колебания климата [5, 36]. Такой подход может быть оправдан, например, если цель исследования — сравнить эволюцию ледников при различных климатических сценариях, каждый из которых имеет очень похожие фоновые климатические условия, и, следовательно, прошлое изменение геометрии ледника одинаково или похоже для каждого климатического сценария [36].

Калибровка масс-балансового блока. Калибровка параметров модели требуется во всех ГГМ (к ним относятся поправки для температуры воздуха и осадков, предназначенные для коррекции климатических данных для условий конкретного ледника, коэффициенты градусо-дней для снега и льда f_{snow} , f_{ice} либо настройки в радиационном блоке и т.д.). Калибровка необходима по двум причинам: во-первых, требуется как можно более аккуратное описание метеорологических условий на конкретном леднике; во-вторых, ГГМ не предназначена для детального описания сложных процессов энергообмена каждого из нескольких тысяч ледников. Именно поэтому калибровка масс-балансового

блока неразрывно связана с даунскейлингом климатических данных (см. таблицу). Как правило, наборы параметров получают путём максимизации соответствия между результатами моделирования и наблюдениями, например, временных рядов ежегодных и сезонных изменений массы отдельных ледников, усреднённых по площади [37] или интегрированных во времени многолетних изменений массы отдельных ледников или ледников по регионам [38–43]. Однако глобальные базы данных охватывают горные регионы мира крайне неравномерно [44] и качество этих данных сильно варьирует. Для некоторых горных стран целесообразно с целью калибровки модели использовать независимые региональные оценки геодезического баланса (как, например, для Высокогорной Азии [11]).

Методы калибровки масс-балансового блока отличаются по уровню сложности. В GloGEM и PyGEM калибруются схожие параметры: поправочный коэффициент k_p , выполняющий функцию приспособления климатических данных под особенности конкретного ледника (локальные топографические эффекты, дождевая тень и т.п.); коэффициенты градусо-дней f_{snow} , f_{ice} , которые переводят количество дней с положительной температурой в слой стаявшего снега или льда; температурная поправка T_{bias} неточностей, вызванных недостаточным пространственным разрешением климатических данных. При этом в GloGEM используется простая трёхшаговая процедура калибровки: сначала калибруется параметр k_p ; потом, если отклонения от данных баланса массы из WGMS остаются большими, калибруется параметр f_{snow} ; если второй шаг не даёт хорошего результата, то систематически сдвигается значение температуры T_{bias} .

Калибровка GloGEM основывается на региональных оценках. Параметры подбираются так, чтобы баланс массы каждого отдельного ледника соответствовал среднему балансу массы по региону в течение одного и того же многолетнего периода времени, т.е. для каждого ледника подбирается свой набор параметров. В других работах [45], где используются региональные оценки баланса массы, применяется иной подход: сумма модельных балансов массы всех отдельных ледников должна соответствовать наблюдаемому изменению массы в масштабах региона за тот же период. В этом случае балансы массы отдельных ледников могут быть нереалистичными, при том

что суммарный модельный баланс массы находится в соответствии с измерениями [10].

В PyGEM для определения значений набора параметров модели θ и соответствующих им неопределённостей для каждого ледника применяется байесовский подход. Суть его следующая: если информация о значении параметра отсутствует, то это значение может быть описано, исходя из закона распределения, заданного *a priori*. Наличие наблюдений приводит к распределению значений неизвестного параметра *a posteriori*. Средние значения и функции распределения вероятности неизвестных параметров $\hat{\theta} = [k_p, f_{snow}, T_{bias}]$ в модели PyGEM и $F(\theta)$ определяются из данных балансов массы с помощью теоремы Байеса и метода Монте-Карло по схеме марковской цепи. Этот алгоритм (расчётная схема) позволяет по исходным наблюдениям и априорному распределению получить большую выборку из апостериорного распределения.

Процесс вычислений состоит в следующем. На вход расчётной схемы подаётся модель $F(y|\theta)$, которая описывает данные y , и априорное мнение о неизвестных параметрах θ , а на её выходе получается выборка $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3, \dots$, задающая апостериорное распределение. В PyGEM по методу, схожему с калибровочной процедурой GloGEM, получают априорные распределения параметров $p(\theta)$, причём предполагается, что T_{bias} имеет нормальное, а k_p — гамма-распределение. Согласно теореме Байеса, можно совершить переход от априорных знаний о параметрах модели к апостериорным с учётом наблюдённых данных y : $p(\hat{\theta}) = p(\theta|y) = p(y|\theta)p(\theta)/p(y)$. На практике определить характеристики апостериорного распределения аналитически сложно. Метод Монте-Карло по схеме марковской цепи позволяет обойти эту проблему, создавая цепочку наборов параметров модели, которая формируется путём итеративной выборки комбинаций параметров модели из апостериорного распределения [11]. Таким образом, появляется возможность постепенно исследовать функции распределения, где каждое последующее значение определённым способом зависит от предыдущего, фактически представляя собой марковскую цепь. Наборы параметров модели, которые хорошо согласуются с наблюждёнными балансами массы, принимаются чаще, чем те, которые плохо согласуются (алгоритм Метрополиса—Гастингса [46]).

Теория, лежащая в основе методов Монте-Карло и марковских цепей, состоит в том, что, если

цепь достаточно длинная, т.е. выполняется достаточное количество итераций, то она будет сходиться к уникальному стационарному распределению и параметры модели в цепочке будут из совместного апостериорного распределения [11]. Другими словами: если цепочки достаточно длинные, то мы можем быть уверены, что полученные наборы параметров отражают истинное распределение потенциальных наборов параметров модели на основе наблюдений и предшествующей информации. Описанный подход, на наш взгляд, имеет большие перспективы для калибровки модельных параметров, поскольку он предполагает генерирование распределения оптимального набора параметров на основе инструментальных наблюдений за балансом массы. В модели PyGEM вместо одного возможного набора параметров, как в GloGEM, получается, по крайней мере, сто возможных наборов параметров [11]. На основании этих наборов проводится 100 симуляций. Это позволяет оценить неопределённости, связанные с выбором набора параметров.

Проблема неидентифицируемости параметров модели. Интерпретация результатов численных экспериментов при использовании любой ГГМ предполагает учёт потенциальной неидентифицируемости параметров модели: существует бесконечное число наборов параметров, которые будут давать точное совпадение между моделируемым и наблюдаемым балансом массы. Иными словами — модель перегружена параметризуемыми переменными из-за недостатка наблюдений [11, 47]. Рассмотрим пример, как неидентифицируемость может влиять на прогнозы изменения массы ледников и ледникового стока. Пусть существуют два набора параметров модели T_{bias} и k_p , при которых модельный баланс массы одинаково согласуется с наблюдением: первый — это более высокие значения T_{bias} и k_p , т.е. более тёплый и влажный климат; второй — более низкие значения T_{bias} и k_p , т.е. более холодный и сухой климат. Современный баланс массы ледников при этих наборах параметров будет одинаковым, и прогнозы также могут быть одинаковыми, хотя возможны и незначительные различия, вызванные влиянием гипсометрии ледника на его отступление. При этом различия для моделируемого стока ледников, вероятно, будут значительными. За счёт использования в модели «влажного» и «тёплого» набора параметров будет генерироваться большее количество осадков и больший объём таяния, что приведёт к большему

объёму стока, в то время как более «сухой» и «холодный» набор параметров даст значительно меньший его объём [11]. В связи с этим будет полезной калибровка с учётом наблюдений за ледниковым стоком (которые, заметим, весьма редки).

Применение методики латинского гиперкуба к организации численных экспериментов. Отдельного упоминания заслуживает метод калибровки, представленный в модели JULES, где для организации серии численных экспериментов используется перспективный метод латинского гиперкуба [12] — эффективного метода проверки реакции оледенения на множество различных комбинаций параметров, обеспечивающего достаточный охват параметрического пространства без необходимости тестирования всех возможных комбинаций (что было бы чрезвычайно затратно в вычислительном отношении). Путём изменения более одного параметра за раз (как и для любого метода многомерной выборки) метод латинского гиперкуба позволяет также оценить влияние каждого параметра на результат моделирования, принимая во внимание взаимодействие с другими параметрами [48].

Гиперкуб — это n -мерный квадрат, содержащий позиции выборки, где n — число параметров. Диапазон каждого из параметров делится на N равновероятных частей (одинаковых в случае равномерного распределения вероятностей для данного параметра), и выборка выполняется по одному разу из каждой части. Тогда гиперкуб считается латинским в том и только в том случае, если существует единственная выборка значений параметров в каждой строке и в каждом столбце. Следовательно, выборка латинского гиперкуба — это статистический метод генерации почти случайной выборки значений параметров из многомерного распределения, при котором каждый из её компонентов представлен полностью стратифицированным образом, независимо от того, какие компоненты могут оказаться важными [49].

В модели JULES [12] калибруется семь параметров масс-балансового блока: четыре параметра для схемы изменения альбедо по мере уплотнения снега (альбедо льда и снега в видимой и инфракрасной частях спектра); орографический градиент осадков и температуры; параметр масштабирования скорости ветра. Случайные комбинации параметров выбирали с использованием описанной здесь методики выборки латинского гиперкуба. В модели JULES к каждому из параметров

применялись ограничения, которые выбирались из разных источников в соответствии с полевыми наблюдениями [12]. В результате получилось 198 комбинаций параметров, для каждой из которых модель JULES проходила процедуру инициализации в течение десяти модельных лет. Полученные значения баланса массы сравнивались с данными в WGMS по методу наименьших квадратов, и в результате была выбрана наиболее реалистичная комбинация параметров [12].

Калибровка динамического блока. ГГМ с динамическим блоком очень чувствительны к изменению реологического параметра A [8, 9]. При меньшем значении A лёд характеризуется меньшей «ползучестью» и моделируемая толщина ледника в итоге получается больше. И наоборот, увеличение A приводит к меньшей толщине моделируемого ледника. Добавление в модель скольжения ледника по ложу также уменьшает толщину льда, так как и скольжение, и реология сильно влияют на объёмный расход льда.

Параметры скольжения f_s и вязкости A зависят от множества факторов, поэтому они не могут быть постоянны на глобальном уровне и требуют калибровки. В модели OGGM подобная калибровка стала возможна после выпуска (2021 г.) версии 1.4, при этом параметры калибруются на региональном уровне [50]. В модели GloGEMflow параметр динамики каждого ледника калибруется так, чтобы с точностью до 1% совпадали моделируемый и реальный объёмы каждого ледника на дату инвентаризации при предположении, что в 1990 г. ледник находился в равновесии с климатом [9]. При этом применяется калибровка температурной поправки так, чтобы совпали реальная и моделируемая длина ледника на дату инвентаризации. Для каждого ледника динамический блок модели калибруется индивидуально в связи с тем, что геометрические данные доступны для каждого ледника в отличие от данных баланса массы. Недостаток подобного подхода — параметры модели фактически подбираются таким образом, чтобы неравновесный ледник был в равновесии с климатом в 1990 г.

Валидация. Для валидации ГГМ используют данные, не пересекающиеся с данными для калибровки. Считается, что лучшее покрытие изучаемого района данными для калибровки важнее, чем для валидации [9]. Поэтому часто для валидации используют данные баланса массы ледников, измеренного гляциологическим мето-

дом, а для калибровки — геодезическим, так как их больше [6, 8–10]. Например, в Альпах данные баланса массы, измеренные геодезическим методом, покрывают примерно 1500 ледников, т.е. больше 60% площади оледенения, в то время как полевых гляциологических измерений лишь несколько [9]. Геодезические измерения баланса массы доступны и для других регионов — Высокогорной Азии [43, 51], Южной Америки [52], что позволяет использовать их для калибровки ГГМ в применении к другим регионам. Новая база данных изменения массы ледников всего мира [53] расширяет возможности калибровки ГГМ.

Некоторые приложения глобальных гляциологических моделей

Рассмотрим некоторые наиболее интересные и значимые результаты, полученные в последние годы в численных экспериментах с ГГМ.

Построение глобальных и региональных гляциологических проекций. В рамках одного из первых «глобальных» исследований на модели GloGEM [10], цель которых — уточнение потенциального вклада ледников в повышение среднего уровня Мирового океана, были построены гляциологические проекции всех ледников, включённых в базу RGI [34], в том числе периферийных ледников Гренландии и Антарктиды. Установлено, что ледники полярных регионов ($> 60^\circ$ с.ш./ю.ш.) доминируют в потенциальном вкладе в увеличение глобального уровня моря (ледниковые щиты в ГГМ не рассматриваются). Вклад ледников средних и низких широт относительно мал, хотя именно в этих регионах прогнозируется потеря большей части современного объёма льда к 2100 г. (более 90% для некоторых сценариев и регионов). Например, для Кавказа предсказаны потери льда от $70 \pm 11\%$ при реализации сценария RCP2.6 и до $96 \pm 3\%$ при RCP8.5. Это обстоятельство приведёт к изменению гидрологического режима на обширных территориях и, как следствие, снизит доступность воды на региональном уровне [10]. Однако здесь не принимается во внимание экранирующая роль моренного чехла, учёт которой может существенно скорректировать результаты.

Результаты различных ГГМ [6, 8–10, 12–14, 16, 45, 54–58] в построении глобальных гляциологических проекций (без учёта покров-

ных ледников) сравнивались в рамках проекта GlacierMIP [59]. Большинство прогнозов сходится в том, что к 2100 г. в мире исчезнет менее половины современной площади ледников (от $18 \pm 13\%$ современного оледенения при сценарии RCP2.6 и до $36 \pm 20\%$ при RCP8.5). Однако модели GlacierMIP прогнозируют потерю более 85% льда в некоторых районах (Кавказ, Центральная Европа, Западная Канада и США, низкие широты) к 2100 г. при реализации сценария RCP8.5. Ход дегляциации в разных регионах зависит от начальной массы льда. В регионах с преобладанием крупных ледников (Антарктика и Субантарктика, Север Арктики и Канады) ожидается рост потерь массы в течение XXI в. в рамках сценария RCP8.5 (т.е. максимум дегляциации можно ожидать после 2100 г.), поскольку сохраняются относительно большие площади ледников, к которым применяется отрицательный баланс массы. В регионах с относительно небольшими ледниками (Западная Канада и США, Центральная Европа, Кавказ, Новая Зеландия) прогнозируется замедление потери массы в течение текущего столетия, независимо от сценария RCP, поскольку либо площадь льда быстро сокращается (для RCP8.5), либо ледники стабилизируются по мере того, как они отступают в более высокий пояс (для RCP2.6) [3].

Среди региональных гляциологических проекций отметим работу, посвящённую будущему альпийских ледников, исследованных в экспериментах на GloGEMflow [9]. В 2015–2050 гг. в Альпах около 50% объёма льда будет потеряно при любом сценарии RCP: во-первых, до 2050 г. различия в температуре воздуха для разных сценариев незначительны; во-вторых, часть потерь обусловлена тем, что ледники не находятся в равновесии с климатом и их объём сократился бы приблизительно на 40% даже при стабилизации современных климатических условий [5]. При реализации самого мягкого сценария RCP2.6 к 2100 г. ожидается сокращение объёма оледенения Альп на 2/3 от современного (2017 г.). В случае реализации наиболее экстремального сценария RCP8.5 большинство альпийских ледников исчезнет к концу текущего столетия.

Эксперименты с GloGEMflow, которая представляет собой модификацию модели GloGEM, наглядно показали важность учёта динамики ледника. Формализация в модели динамического горизонтального переноса льда из области аккумуляции в область абляции привела к замедлению

сокращения модельных ледников. В связи с этим возникает следующий вопрос: насколько надёжны прогностические оценки деградации оледенения и изменения режима ледникового стока на моделях, в которых не учитывается динамика ледников [12] или учитывается слишком упрощённо [6]?

Подобно описанному здесь исследованию эволюции оледенения Альп были построены гляциологические проекции для Высокогорной Азии на модели RuGEM [7]. Установлено, что в отличие от Альп деградация оледенения Высокой Азии будет протекать меньшими темпами: к концу века ледники потеряют от $29 \pm 12\%$ (RCP 2.6) до $67 \pm 10\%$ (RCP 8.5) своей общей массы по сравнению с 2015 г. Видимо, это объясняется тем, что ледники расположены на более значительных высотах и большая часть льда останется выше поднимающейся границы питания. В будущем здесь вероятнее достижение состояния равновесия [7, 10]. Парадоксально, но, несмотря на то, что только в модели KRA2017 [56] учитывается моренный чехол, полученные на ней результаты эволюции ледников Высокогорной Азии хорошо согласуются с результатами моделирования на других ГГМ [59]: например, с помощью модели RuGEM получены примерно такие же потери массы льда [7]. Это можно объяснить тем, что в массив ледников, выбранных для калибровки данных моделей, попали и ледники, покрытые мореной. Следовательно, не учитываемые явным образом поверхностные процессы теплообмена неявно компенсируются в ходе настройки моделей или требуется иное описание моренного блока, чем в этой модели.

Неточности глобальных и региональных гляциологических прогнозов. В рамках GlacierMIP [3] был проведён анализ неточностей глобальных гляциологических прогнозов, вызванных несовершенством гляциологической (1) и климатической (2) суб-моделей, неопределённостью в прогнозируемых климатических характеристиках (3) и естественными флуктуациями климата, не связанными с радиационным воздействием (4). В начале симуляции (условный 2015 г.) наибольший вклад в ошибку вносят гляциологические модели (около 50%), и в течение XXI в. эта неопределённость растёт. Однако неопределённости, связанные с климатическими моделями и сценариями, растут быстрее, и к концу XXI в. ошибка, связанная с будущим климатом, становится наибольшей. Таким образом, было показано, что, чем

далее в будущее уходит прогноз, тем меньше возможность уменьшить его неопределённость за счёт улучшения гляциологической модели. Тем не менее, уменьшение ошибки ГГМ может иметь большое значение для улучшения прогнозов в рамках первой половины XXI в. Относительный вклад разных источников неточностей зависит от региона: для одних регионов (Западная Канада и Америка, Северная Азия, низкие широты) в течение всего XXI в. преобладает ошибка гляциологической модели (1), для других (Исландии) — ошибка климатической модели (2).

Прогнозирование изменений ледникового стока.

В горных и предгорных регионах сток рек в значительной степени зависит от состояния горных ледников. Ледниковый сток, который в пиковые месяцы абляции может составлять более половины общего стока горных рек [60], стабилизирует гидрологический режим и обеспечивает устойчивое водоснабжение в регионе. Долгосрочный прогноз эволюции параметров горного оледенения актуален для расчётов характеристик речного стока в условиях, когда региональный климат меняется. Например, модель GloGEM была использована для прогноза изменений стока рек в 56 речных бассейнах. Авторы подтвердили широко известное обстоятельство [61, 62]: объём модельного годового ледникового стока продолжает расти до тех пор, пока не будет достигнут максимум, после которого неизбежно его снижение. Однако происходит это только приблизительно в половине исследованных бассейнов, в остальных бассейнах этот переломный момент уже пройден. Например, ледники в бассейне Кубани, вероятно, уже прошли этот пик [62]. Достижение максимума стока спрогнозировано позднее в бассейнах рек с более крупными ледниками и более высокой долей оледенения. Как правило, объём ледникового стока будет расти в начале лета, но сокращаться в его конце по сравнению с современным. Хотя большая часть из 56 исследованных в работе [6] бассейнов покрыта льдом менее чем на 2%. К 2100 г. в одной трети из них может наблюдаться уменьшение стока более чем на 10% из-за потери ледниковой массы, как минимум, за один месяц сезона таяния, с наибольшим сокращением в Центральной Азии и Андах.

Детали будущих изменений стока на региональном уровне — в Альпах — исследованы на модели GloGEMflow [63]. Акцент сделан на так называемых экстремальных гидрологических си-

туациях, связанных как с высокой, так и с низкой водностью. Ожидается, что в районах с преобладанием ледникового питания рек изменения средних значений расхода воды в будущем будут умеренными и не превысят 30%. Однако будущий максимум и особенно минимум экстремального стока будут отличаться от современных. Минимальный расход воды увеличится за счёт большего накопления зимних осадков. Максимальный же расход уменьшится из-за сокращения количества поступающей талой воды.

В большинстве речных бассейнов с муссонным питанием (Ганг, Брахмапутра) ледниковый сток достигнет максимума до 2050 г., в то время как в бассейне р. Инд и других речных бассейнах, где наблюдается увеличение зимней аккумуляции за счёт западных ветров, пиковый расход воды будет, вероятно, достигнут после 2050 г. [6]. В этой работе вводится понятие избыточной талой воды — стока, вызванного чистой потерей массы ледника. При сценариях с более высоким радиационным воздействием пиковый расход воды задержится из-за увеличения избыточного таяния ледников, в то время как сценарии с более низким RCP позволят многим ледникам приблизиться к новому равновесию, в результате чего ледниковый сток в начале XXI в. (2020 г. при RCP2.6) сократится.

Палеогляциологическое моделирование. Помимо решения прогностических задач, ГГМ используют для моделирования прошлых состояний оледенения. Наиболее масштабным как по временному, так и по пространственному охвату было исследование эволюции 412 ледников из 16 регионов RGI (кроме Канадской Арктики и Антарктиды), начиная с 850 г. на модели OGGM [64]. Авторы применяли «наивный» (терминология авторов) подход для калибровки модели с помощью современных данных [8]. Для валидации использовали наблюдения за длиной ледников [65], большая часть которых берёт начало после 1850 г., а самые старые наблюдения датируются 1530 г. Некоторые из шести использованных климатических моделей позволили получить правдоподобную картину эволюции ледников в течение тысячелетия в некоторых регионах (Аляска, Западная Канада и США, периферия Гренландии, Скандинавия, Центральная Европа и Центральная Азия). Авторы делают вывод, что OGGM — в используемой ими конфигурации и в тысячелетнем масштабе времени — не может достаточно точно воспроиз-

вести особенности эволюции отдельных ледников в количественном выражении, однако OGGM удаётся уловить качественную реакцию на достаточно крупномасштабные климатические тенденции в региональном масштабе [64].

Исследование [14] охватило намного более короткий промежуток времени, с 1850 г., и было сфокусировано главным образом на эволюции оледенения в XX в. Установлено, что самые большие потери массы льда происходили в 1930-х годах (до 2,5 мм эквивалента уровня моря в год). После этого скорость потерь уменьшалась вплоть до 1970-х годов (до 0,5 мм эквивалента уровня моря в год). С тех пор скорость потерь массы увеличивается (до 1 мм эквивалента уровня моря в год). Точность модельных палеорекопструкций на ГГМ ограничивается объективным препятствием: многие из ныне разделённых ледниковых объектов были в прошлом частью крупных комплексов. Поскольку в ГГМ каждый объект рассматривается независимо от других, ледниковые комплексы прошлого не могут быть воспроизведены как один динамически связанный ледник ни одной из ГГМ. Вопрос, насколько важен этот фактор для оценки характеристик горного оледенения прошлого, остаётся открытым [64].

Исследование времени реакции ледников на климатические изменения. Очевидно, что геометрия ледников меняется в зависимости от флуктуаций климата. Их адаптация к меняющимся климатическим условиям происходит медленно. В результате длительного времени релаксации большинство ледников продолжали бы терять массу даже без дополнительного потепления [5]. Время релаксации ледников колеблется от десятилетий до тысяч лет для ледников в морском (влажном и тёплом) и континентальном (сухом и холодном) климате соответственно. По-видимому, время релаксации зависит от климатических условий, а не от размера ледника: может расти по мере увеличения площади ледника (например, на островах Канадского Арктического архипелага и на Шпицбергене), практически не изменяться (Северная Скандинавия, Южная Норвегия и Альпы) или даже уменьшаться (Кавказ и Новая Зеландия) [66].

Среднее время релаксации альпийских ледников, рассчитанное на модели GloGEMflow, составляет 50 ± 28 лет [6]. Подтверждён вывод работы [66] о том, что площадь/объём ледников действительно не влияет на время релаксации. Последнее опре-

деляется, прежде всего, уклоном ледника, а также диапазоном высот и градиентом баланса массы. Ледники с большим уклоном способны эффективно переносить массу и быстро адаптироваться к изменению климата, а значит, имеют более короткое время релаксации. Ледники с большим градиентом баланса массы также способны реагировать быстрее на климатические изменения.

Основные проблемы и перспективы развития

Ключевая проблема применения ГГМ заключается в труднодоступности или неточности необходимых исходных данных. Почти все ГГМ используют базу данных RGI. Однако в RGI отображены не все ледники, очертания некоторых из них искажены или ошибочны [59, 67]. В RGI часто попадают данные, относящиеся к разному времени, они также могут быть устаревшими и неактуальными, а некоторые ледники разделены неправильно [8]. Так, многие из ледников Восточного и Западного Кавказа обозначены лишь номинально (в виде кругов), для Центрального Кавказа RGI содержит множество неточностей, а 40 ледников не вошли в базу данных даже номинально [67]. Поэтому для региональных исследований целесообразнее использовать более точные региональные инвентаризации ледников: например, GAMDAM для Высокогорной Азии [58], базу данных Института географии РАН для Кавказа [68]. Объём и толщина льда из RGI содержат большую ошибку [8]. При этом рассчитанные на ГГМ потери льда к 2100 г. очень чувствительны к его начальному объёму. В работе [10] чувствительность ГГМ к исходному объёму льда оценивалась путём вариации толщины на $\pm 30\%$ для каждого ледника и высотного пояса. Оказалось, что неточности оценки современного объёма льда почти линейно отражаются на результирующем вкладе в изменение уровня моря.

Дискуссии относительно перспектив развития ГГМ ведутся главным образом вокруг дальнейшего включения в модели физических процессов: ведёт ли это к улучшению результатов или лишь создаёт «шум» [69]. Неопределённости, связанные с упрощённым описанием динамики ледников в ГГМ, трудно определить количественно, поскольку все существующие модели эволюции ледников чрезмерно параметризованы из-за использования ограниченных калибровочных дан-

ных. Следовательно, даже если конкретный процесс не включён или плохо представлен в модели, то параметры модели, вероятно, компенсируют его посредством калибровки.

Одно из направлений совершенствования ГГМ в ближайшее время — включение алгоритмов, описывающих теплообмен моренного чехла с атмосферой и ледником, а также эволюцию моренного покрытия во времени (например, как в [70, 71], см. рис. 1 в части 1 статьи). При этом, хотя чувствительность к потеплению покрытых мореной ледников меньше, чем предполагалось ранее, реакция этих ледников на потепление может усиливаться за счёт динамического отступления путём откалывания айсбергов в приледниковые озёра — процесс, который происходит во многих горных странах [57], но в ГГМ освещён слабо [3].

Ледниковые купола и поля в RGI разделены на отдельные динамические объекты. Геометрия ледяных шапок часто нетривиальна. Например, OGGM воспроизводит их динамику не совсем реалистично, особенно в зонах ледоразделов [8]. Таким образом, следующий шаг в развитии глобальных моделей — включение 2D- или 3D-моделей (SIA) ледниковых куполов и полей. Уже сейчас идёт разработка трёхмерных ГГМ [72, 73]. Они должны улучшить воспроизведение динамики ледниковых куполов, фронтальной абляции (откалывание айсбергов) и эволюции моренного чехла ледников.

Отметим, что усложнение ГГМ возможно до какого-то предела, после которого они потеряют своё основное преимущество — вычислительную эффективность. Возможно, одним из перспективных направлений может стать стохастический подход, в основе которого лежит идея о том, что инерционная система (в нашем случае — ледник), управляемая быстро флуктуирующими воздействиями (в нашем случае — климатические характеристики), способна находиться в равновесии, которое основано на балансе медленных изменений и накопленных случайных воздействий [74, 75]. Несмотря на то, что исходная модель динамики ледника детерминированно основана на физическом законе сохранения массы льда (см. Приложение 2 в части 1 обзора), модель изменения длины ледника может быть интерпретирована как стохастическая [74, 75]. С математической точки зрения, температуру или высоту границы питания можно рассматривать как белый шум, а изменение длины аналогично броуновскому движению вокруг положения равновесия.

Междекадные изменения (тренд) оказались независимы от межгодовых флуктуаций, т.е. их можно накладывать друг на друга [74]. Эта модель была успешно применена к отдельным ледникам — оканчивающимся морем [74] или сушей [75]. В перспективе будет возможно включение стохастического уравнения динамики в ГГМ.

Замечательная черта глобальных гляциологических моделей — унификация архитектуры, что позволяет «собирать» новые конструкции из отдельных блоков разных моделей. Например, сейчас уже можно использовать динамический блок OGGM совместно с масс-балансовым блоком PyGEM [76]. Вместе с тем постепенно унифицируются и согласовываются форматы исходных данных.

Заключение

Во второй части обзора рассмотрены вопросы, связанные с постановкой численных экспериментов на глобальных гляциологических моделях, наиболее интересные результаты их применения и перспективы их развития. В последнее десятилетие сделан большой шаг вперёд в моделировании оледенения в глобальном масштабе. Значительный прогресс в технологиях дистанционного зондирования способствовал появлению новых баз данных изменения ледников с беспрецедентным охватом и временным разрешением [42, 44, 51, 52]. Эти данные предоставляют уникальные возможности для лучшей калибровки параметров, а также валидации глобальных моделей ледников, тем самым дополнительно снижая неопределённости проекций. Недавние достижения в систематических наблюдениях за изменением высоты [43, 51] и скоростями ледников [77], которые могут быть объединены с оценками толщины льда [1], позволяют точнее оценивать баланс массы [78, 79] и потенциально минимизируют проблему чрезмерной параметризации в ближайшем будущем.

Проекты, нацеленные на сравнение моделей, среди которых — GlacierMIP [59], могут помочь установить источники неопределённостей и оценить их количественно. Однако пока модели чрезмерно параметризованы будет по-прежнему сложно оценить относительную важность включения в модель конкретного физического процесса, поскольку схемы калибровки могут компенсировать его отсутствие или упрощённое представление.

Этот вопрос касается динамики ледников, моренного чехла, лавинного питания и любых других физических процессов, которые могут отсутствовать или плохо отражаться в моделях. Дальнейшая работа может быть направлена на количественную оценку воздействия моренного чехла ледников на прогнозы изменения массы ледников и стока. Для этого типа анализа требуются оценки толщины морены, позволяющие выделить толстый слой моренного чехла [79], и усовершенствованные динамические модули ГГМ [8, 9], которые могут симулировать обратную связь между простран-

ственными вариациями таяния под моренным чехлом и снижением движущих напряжений [56].

Благодарности. Работа поддержана РФФИ, грант № 20-35-90042. О.О. Рыбак получил поддержку в рамках темы № FMWZ-2022-0001 Государственного задания ИП РАН.

Acknowledgements. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, RFBR grant № 20-35-90042. O.O. Rybak was supported by the Governmental Order to Water Problems Institute of RAS, subject № FMWZ-2022-0001.

References

1. Farinotti D., Huss M., Fürst J.J., Landmann J., Machguth H., Maussion F., Pandit A. A consensus estimate for the ice thickness distribution of all glaciers on Earth. *Nature Geoscience*. 2019, 12 (3): 168–173. <https://doi.org/10.1038/s41561-019-0300-3>.
2. Cogley J.G. Area of the ocean. *Marine Geodesy*. 2012, 35: 379–388. doi: 10.688.1080/01490419.2012.709476.
3. Marzeion B., Hock R., Anderson B., Bliss A., Champollion N., Fujita K., Huss M., Immerzeel W.W., Kraaijenbrink P., Malles J.-H., Maussion F., Radić V., Rounce D.R., Sakai A., Shannon S., van de Wal R., Zekollari H. Partitioning the Uncertainty of Ensemble Projections of Global Glacier Mass Change. *Earth's Future*. 2020, 8 (7): e2019EF001470 <https://doi.org/10.1029/2019EF001470>.
4. Marzeion B., Kaser G., Maussion F., Champollion N. Limited influence of climate change mitigation on short-term glacier mass loss. *Nature Climate Change*. 2018, 8: 305–308. doi: 10.1038/s41558-018-0093-1.
5. Zekollari H., Huss M., Farinotti D. On the imbalance and response time of glaciers in the European Alps. *Geophys. Research Letter*. 2020, 47 (2): e2019GL085578. <https://doi.org/10.1029/2019GL085578>.
6. Huss M., Hock R. Global-scale hydrological response to future glacier mass loss. *Nature Climate Change*. 2018, 8: 135–140. <https://doi.org/10.1038/s41558-017-0049-x>.
7. Rounce D.R., Hock R., Shean D. Glacier mass change in high mountain Asia through 2100 using the open-source Python Glacier Evolution Model (PyGEM). *Frontiers in Earth Science*. 2020, 7: 331. <https://doi.org/10.3389/feart.2019.00331>.
8. Maussion F., Butenko A., Champollion N., Dusch M., Eis J., Fourteau K., Gregor P., Jarosch A.H., Landmann J., Oesterle F., Recinos B., Rothenpieler T., Vlug A., Wild C.T., Marzeion B. The Open Global Glacier Model (OGGM) v1.1. *Geoscientific Model Development*. 2019, 12: 909–931. <https://doi.org/10.5194/gmd-12-909-2019>.
9. Zekollari H., Huss M., Farinotti D. Modelling the future evolution of glaciers in the European Alps under the EURO-CORDEX RCM ensemble. *The Cryosphere*. 2019, 13: 1125–1146. <https://doi.org/10.5194/tc-13-1125-2019>.
10. Huss M., Hock R. A new model for global glacier change and sea-level rise. *Frontiers in Earth Science*. 2015, 3: 54. <https://doi.org/10.3389/feart.2015.00054>.
11. Rounce D.R., Khurana T., Short M.B., Hock R., Shean D.E., Brinkerhoff D.J. Quantifying parameter uncertainty in a large-scale glacier evolution model using Bayesian inference: application to High Mountain Asia. *Journ. of Glaciology*. 2020, 66 (256): 175–187.
12. Shannon S., Smith R., Wiltshire A., Payne T., Huss M., Betts R., Caesar J., Koutroulis A., Jones D., Harrison S. Global glacier volume projections under high-end climate change scenarios. *The Cryosphere*. 2019, 13: 325–350. <https://doi.org/10.5194/tc-2019-35>.
13. Hirabayashi Y., Zang Y., Watanabe S., Koirala S., Kanae S. Projection of glacier mass changes under a high-emission climate scenario using the global glacier model HYOGA2. *Hydrol. Research Letter*. 2013, 7 (1): 6–11. <https://doi.org/10.3178/hrl.7.6>.
14. Marzeion B., Jarosch A., Hofer M. Past and future sea-level change from the surface mass balance of glaciers. *The Cryosphere*. 2012, 6 (6): 1295–1322. <https://doi.org/10.5194/tc-6-1295-2012>.
15. Bahr D.B., Meier M.F., Peckham S.D. The physical basis of glacier volume-area scaling. *Journ. of Geophys. Researsch*. 1997, 102 (B9): 20355–20362. <https://doi.org/10.1029/97JB01696>.
16. Van de Wal R.S.W., Wild M. Modelling the response of glaciers to climate change by applying volume-area scaling in combination with a high resolution GSM. *Climate Dynamics*. 2001, 18 (3–4): 359–366. doi: 10.1007/s003820100184.
17. Huss M., Juvet G., Farinotti D., Bauder A. Future high-mountain hydrology: a new parameterization of glacier retreat. // *Hydrology and Earth System Sciences*. 2010, 14: 815–829. <https://doi.org/10.5194/hess-14-815-2010>.
18. Hofer M., Marzeion B., Mölg T. A statistical downscaling method for daily air temperature in data sparse, glaciated mountain environments. *Geosci. Model Dev*. 2015, 8: 579–593. <https://doi.org/10.5194/gmd-8-579-2015>.
19. Morozova P.A., Rybak O.O. Regionalization of global climate modeling data for calculating the mass balance of mountain glaciers. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2017, 57 (4): 437–452. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2017-4-437-452>. [In Russian]
20. Murphy J. An Evaluation of Statistical and Dynamical Techniques for Downscaling Local Climate. *Journ. of Climate*. 1999, 12 (8): 2256–2284.
21. Taylor K.E., Stouffer R.J., Meehl G.A. An overview of CMIP5 and the experiment design. *Bull. Amer. Meteor. Soc*. 2012, 93: 485–498. <https://doi.org/10.1175/BAMS-D-11-00094.1>.
22. Eyring V., Bony S., Meehl G.A., Senior C.A., Stevens B., Stouffer B., Taylor K.E. Overview of the Coupled Model Intercomparison Project Phase 6 (CMIP6) experimental design and organization. *Geoscientific Model Development*. 2016, 9 (5): 1937–1958. doi: 10.5194/gmd-9-1937-2016.

23. Dee D.P., Uppala S.M., Simmons A.J., Berrisford P., Poli P., Kobayashi S., Andrae U., Balmaseda M.A., Balsamo G., Bauer P., Bechtold P., Beljaars A.C.M., van de Berg L., Bidlot J., Bormann N., Delsol C., Dragani R., Fuentes M., Geer A.J., Haimberger L., Healy S.B., Hersbach H., Hólm E.V., Isaksen I., Kållberg P., Köhler M., Matricardi M., McNally A.P., Monge-Sanz B.M., Morcrette J.-J., Park B.-K., Peubey C., de Rosnay P., Tavolato C., Thépaut J.-N., Vitart F. The ERA-Interim reanalysis: Configuration and performance of the data assimilation system. *Quarterly Journ. of the Royal Meteorological Society*. 2011, 137 (656): 553–597. <https://doi.org/10.1002/qj.828>.
24. Gutowski Jr.W.J., Giorgi F., Timbal B., Frigon A., Jacob D., Kang H.S., Raghavan K., Lee B., Lennard Ch., Nikulin G., O'Rourke E., Rixen M., Solman S., Stephenson T., Tangang F. WCRP coordinated regional downscaling experiment (CORDEX): a diagnostic MIP for CMIP6. *Geoscientific Model Development*. 2016, 9 (11): 4087–4095. <https://doi.org/10.5194/gmd-9-4087-2016>.
25. Jacob D., Petersen J., Eggert B., Alias A., Bössing O., Bouwer L.M., Braun A., Colette A., Georgopoulou E., Gobiet A., Menut L., Nikulin G., Haensler A., Kriegsmann A., Martin E., van Meijgaard E., Moseley C., Pfeifer S., Preuschmann S., Radermacher C., Radtke K., Rechid D., Roundevell M., Samuelsson P., Somot S., Soussana J.-F., Teichmann C., Valentini R., Vautard R., Weber B., Yiou P. EURO-CORDEX: new high-resolution climate change projections for European impact research. *Reg. Environ. Change*. 2014, 14: 563–578. <https://doi.org/10.1007/s10113-013-0499-2>.
26. Van Vuuren D.P., Edmonds J., Kainuma M., Riahi K., Thomson A., Hibbard K., Hurtt G.C., Kram T., Krey V., Lamarque J.-F., Masui T., Meinshausen M., Nakicenovic N., Smith S.J., Rose S.K. The representative concentration pathways: an overview. *Climatic Change*. 2011, 109: 5–31. doi: 10.1007/s10584-011-0148-z.
27. O'Neill B.C., Kriegler E., Riahi K., Ebi K.L., Hallegatte S., Carter T.R., Mathur R., Detlef P., van Vuuren D.P. A new scenario framework for climate change research: the concept of shared socioeconomic pathways. *Climatic Change*. 2014, 122 (3): 387–400. <https://doi.org/10.1007/s10584-013-0905-2>.
28. Edwards T. Quantifying uncertainties in the land ice contribution to sea level from ISMIP6 and Glacier-MIP. EGU General Assembly Conference Abstracts. 2020: 11241.
29. <https://www.climate-cryosphere.org/mips/glaciernip/activities-experiments>.
30. Rybak O.O., Rybak E.A., Kutuzov S.S., Lavrentyev I.I., Morozova P.A. Calibration of the mathematical model of the dynamics of the Marukh glacier, Western Caucasus. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2015, 55 (2): 9–20. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2015-2-9-20>. [In Russian].
31. Radić V., Hock R. Regionally differentiated contribution of mountain glaciers and ice caps to future sea-level rise. *Nature Geoscience*. 2011, 4 (2): 91–94. <https://doi.org/10.1038/ngeo1052>.
32. Jennings K.S., Winchell T.S., Livneh B., Molotch N.P. Spatial variation of the rain-snow temperature threshold across the Northern Hemisphere. *Nat. Commun.* 2018, 9: 1148. <https://doi.org/10.1038/s41467-018-03629-7>.
33. Pattyn F. The paradigm shift in Antarctic ice sheet modelling. *Nat Commun.* 2018, 9: 2728. <https://doi.org/10.1038/s41467-018-05003-z>.
34. RGI Consortium. Randolph Glacier Inventory (RGI) – A dataset of global glacier outlines: Version 6.0. Technical Report. Global Land Ice Measurements from Space, Boulder, Colorado, USA, 2017. <https://doi.org/10.7265/N5-RGI-60>.
35. Eis J., Maussion F., Marzeion B. Initialization of a global glacier model based on present-day glacier geometry and past climate information: an ensemble approach. *The Cryosphere*. 2019, 13: 3317–3335. doi: 10.5194/tc-13-3317-2019.
36. Shahgedanova M., Afzal M., Hagg W., Kapitsa V., Kasatkin N., Mayr E., Rybak O., Saidaliyeva Z., Sevverskiy I., Usmanova Z., Wade A., Yaitskaya N., Zhumabayev D. Emptying Water Towers? Impacts of Future Climate and Glacier Change on River Discharge in the Northern Tien Shan, Central Asia. *Water*. 2020, 12: 627. <https://doi.org/10.3390/w12030627>.
37. WGMS: Fluctuations of Glaciers Database. World Glacier Monitoring Service, Zürich, Switzerland. 2017. <https://doi.org/10.5904/wgmsfog-2017-10>.
38. Cogley J.G. Geodetic and direct mass-balance measurements: comparison and joint analysis. *Annals of Glaciology*. 2009, 50 (50): 96–100. doi: 10.3189/172756409787769744.
39. Scherler D., Bookhagen B., Strecker M.R. Spatially variable response of himalayan glaciers to climate change affected by debris cover. *Nature Geoscience*. 2011, 4 (3): 156–159. doi: 10.1038/ngeo1068.
40. Gardelle J., Berthier E., Arnaud Y., Kääb A. Region-wide glacier mass balances over the Pamir-Karakoram-Himalaya during 1999–2011. *The Cryosphere*. 2013, 7 (4): 1263–1286. <https://doi.org/10.5194/tc-7-1263-2013>.
41. Gardner A.S., Moholdt G., Cogley J.G., Wouters B., Arendt A.A., Wahr J., Berthier E., Hock R., Pfeffer W.T., Kaser G., Ligtenberg S.R.M., Bolch T., Sharp M.J., Hagen J.O., van den Broeke M.R., Paul F. A reconciled estimate of glacier contributions to sea level rise: 2003 to 2009. *Science*. 2013, 340: 852–857. doi: 10.1126/science.1234532.
42. Zemp M., Huss M., Thibert E., Eckert N., McNabb R., Huber J., Barandun M., Machguth H., Nussbaumer S.U., Gärtner-Roer I., Thomson L., Paul F., Maussion F., Kutuzov S., Cogley J.G. Global glacier mass changes and their contributions to sea-level rise from 1961 to 2016. *Nature*. 2019, 568 (7752): 382–386. <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1071-0>.
43. Shean D.E., Bhushan S., Montesano P., Rounce D.R., Arendt A., Osmanoglu B. A systematic, regional assessment of High Mountain Asia glacier mass balance. *Frontiers in Earth Science*. 2020, 7: 363. <https://doi.org/10.3389/feart.2019.00363>.
44. Zemp M., Frey H., Gärtner-Roer I., Nussbaumer S., Hoelzle M., Paul F., Haeberli W., Denzinger F., Ahlström A.P., Anderson B., Bajracharya S., Baroni C., Braun L.N., Cáceres B.E., Casassa G., Cobos G., Dávila L.R., Delgado Granados H., Demuth M.N., Espizua L., Fischer A., Fujita K., Gadek B., Ghazanfar A., Ove Hagen J., Holmlund P., Karimi N., Li Z., Pelto M., Pitte P., Popovnin V.V., Portocarrero C.A., Pinz R., Sangewar C.V., Sevverskiy I., Sigurdsson O., Soruco A., Usabaliyev R., Vincent C. Historically unprecedented global glacier decline in the early 21st century. *Journ. of Glaciology*. 2015, 61 (228): 745–762. doi: 10.3189/2015JoG15J017.
45. Radić V., Bliss A., Beedlow A.C., Hock R., Miles E., Cogley J.G. Regional and global projections of twenty-first century glacier mass changes in response to climate scenarios from global climate models. *Climate Dynamics*. 2014, 42 (1–2): 37–58. <https://doi.org/10.1007/s00382-013-1719-7>.
46. Berg B.A. Introduction to Markov chain Monte Carlo simulations and their statistical analysis. *Markov Chain Monte Carlo Lect Notes Ser Inst Math Sci Natl Univ Singap*. 2005, 7: 1–52.

47. Renard B., Kavetski D., Kuczera G., Thyer M., Franks S.W. Understanding predictive uncertainty in hydrologic modeling: the challenge of identifying input and structural errors. *Water Resources Research*. 2010, 46 (5): 1–22. doi: 10.1029/2009WR008328.
48. Stone E.J., Lunt D.J., Rutt I.C., Hanna E. Investigating the sensitivity of numerical model simulations of the modern state of the Greenland ice-sheet and its future response to climate change. *The Cryosphere*. 2010, 4: 397–417. <https://doi.org/10.5194/tc-4-397-2010>.
49. McKay M.D., Beckman R.J., Conover W.J. Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code. *Technometrics*. 1979, 21: 239–245.
50. <https://oggm.org/2021/02/18/oggm-v140/>.
51. Brun F., Berthier E., Wagnon P., Kääb A., Treichler D. A spatially resolved estimate of high mountain Asia glacier mass balances from 2000 to 2016. *Nat. Geosci.* 2017, 10 (9): 668–673. <https://doi.org/10.1038/ngeo2999>.
52. Braun M.H., Malz P., Sommer C., Farias-Barahona D., Sauter T., Casassa G., Soruco A., Skvarca P., Seehaus T.C. Constraining glacier elevation and mass changes in South America. *Nat. Clim. Change*. 2019, 9: 130–136. <https://doi.org/10.1038/s41558-018-0375-7>.
53. Hugonnet R., McNabb R., Berthier E., Menounos B., Nuth Ch., Girod L., Farinotti D., Huss M., Dussailant I., Brun F., Kääb A. Accelerated global glacier mass loss in the early twenty-first century. *Nature*. 2021, 592: 726–731. <https://doi.org/10.1038/s41586-021-03436-z>.
54. Giesen R.H., Oerlemans J. Climate-model induced differences in the 21st century global and regional glacier contributions to sea-level rise. *Climate Dynamics*. 2013, 41 (11–12): 3283–3300. <https://doi.org/10.1007/s00382-013-1743-7>.
55. Slangen A.B.A., Katsman C.A., van de Wal R.S.W., Vermeersen L.L.A., Riva R.E.M. Towards regional projections of twenty-first century sea-level change based on IPCC SRES scenarios. *Climate Dynamics*. 2012, 38 (5–6): 1191–1209. <https://doi.org/10.1007/s00382-011-1057-6>.
56. Kraaijenbrink P.D.A., Bierkens M.F.P., Lutz A.F., Immerzeel W.W. Impact of a global temperature rise of 1.5 degrees celsius on Asia's Glaciers. *Nature*. 2017, 549: 257–260. doi: 10.1038/nature23878.
57. Anderson B., MacKintosh A. Controls on mass balance sensitivity of maritime glaciers in the Southern Alps, New Zealand: The role of debris cover // *Journ. of Geophys. Research: Earth Surface*. 2012, 117 (1): 1–15. <https://doi.org/10.1029/2011JF002064>.
58. Sakai A., Fujita K. Contrasting glacier responses to recent climate change in High-Mountain Asia. *Scientific Reports*. 2017, 7: 13717. doi: 10.1038/s41598-017-14256-5.
59. Hock R., Bliss A., Marzeion B., Giesen R.H., Hirabayashi Y., Huss M., Radić V., Slangen A.B. Glacier-MIP—A model intercomparison of global-scale glacier mass-balance models and projections. *Journ. of Glaciology*. 2019, 65 (251): 453–467. <https://doi.org/10.1017/jog.2019.22>.
60. Barnett T.P., Adam J.C., Lettenmaier D.P. Potential impacts of a warming climate on water availability in snow-dominated regions. *Nature*. 2005, 438 (7066): 303–309. <https://doi.org/10.1038/nature04141>.
61. Jansson P., Hock R., Schneider T. The concept of glacier storage. A review. *Journ. of Hydrology*. 2003, 282: 116–129. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(03\)00258-0](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(03)00258-0).
62. Rets E.P., Durmanov I.N., Kireeva M.B., Smirnov A.M., Popovnin V.V. Past 'peak water' in the North Caucasus: deglaciation drives a reduction in glacial runoff impacting summer river runoff and peak discharges. *Climatic Change*. 2020, 163: 2135–2151. <https://doi.org/10.1007/s10584-020-02931-y>.
63. Brunner M.I., Farinotti D., Zekollari H., Huss M., Zappa M. Future shifts in extreme flow regimes in Alpine regions. *Hydrology and Earth System Sciences*. 2019, 23 (11): 4471–4489. <https://doi.org/10.5194/hess-23-4471-2019>.
64. Parkes D., Goosse H. Modelling regional glacier length changes over the last millennium using the Open Global Glacier Model. *The Cryosphere*. 2020, 14: 3135–3153. <https://doi.org/10.5194/tc-14-3135-2020>.
65. Leclercq P.W., Oerlemans J., Basagic H.J., Bushueva I., Cook A.J., Le Bris R. A data set of worldwide glacier length fluctuations. *The Cryosphere*. 2014, 8 (2): 659–672. <https://doi.org/10.5194/tc-8-659-2014>.
66. Raper S.C.B., Braithwaite R.J. Glacier volume response time and its links to climate and topography based on a conceptual model of glacier hypsometry. *The Cryosphere*. 2009, 3: 183–194. <https://doi.org/10.5194/tc-3-183-2009>.
67. Tielidze L.G., Wheate R.D. The Greater Caucasus Glacier Inventory (Russia, Georgia and Azerbaijan). *The Cryosphere*. 2018, 12: 81–94. <https://doi.org/10.5194/tc-12-81-2018>.
68. <https://sites.google.com/view/glaciersrussia/ледниковые-районы/кавказ>.
69. https://oggm.org/framework_talk/#/3/4.
70. Anderson L.S., Anderson R.S. Modeling debris-covered glaciers: response to steady debris deposition. *The Cryosphere*. 2016, 10 (3): 1105. <https://doi.org/10.5194/tc-10-1105-2016>.
71. Verhaegen Y., Huybrechts P., Rybak O., Popovnin V.V. Modelling the evolution of Djankuat Glacier, North Caucasus, from 1752 until 2100 AD. *The Cryosphere Discuss*. 2020, 14 (11): 4039–4061. <https://doi.org/10.5194/tc-2019-312>.
72. Zekollari H., Goelzer H., Pattyn F., Wouters B., Lhermitte S. Towards a 3-D model for large-scale glacier simulations. *EGU General Assembly 2020, Online*, 4–8 May 2020, EGU2020-10947. <https://doi.org/10.5194/egusphere-egu2020-10947>.
73. <https://www.nat.fau.eu/2020/09/07/erc-starting-grant-for-glacier-research/>.
74. Kislov A.V., Glazovsky A.F. Simulation of the dynamics of the Hans tidal glacier (Svalbard) based on a stochastic model. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2019, 59 (4): 452–459. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2019-4-441>. [In Russian].
75. Kislov A.V., Morozova P.A. The Grosser Aletschgletscher dynamics: from a «Minimal model» to a stochastic equation. *Geography. Environment. Sustainability*. 2016, 9 (1): 21–27. https://doi.org/10.15356/2071-9388_01v09_2016_02.
76. <https://oggm.org/2021/02/18/oggm-v140/>.
77. Dehecq A., Gourmelen N., Gardner A.S., Brun F., Goldberg D., Nienow P.W., Berthier E., Vincent Ch., Wagnon P., Trouvé E. Twenty-first century glacier slowdown driven by mass loss in High Mountain Asia. *Nat. Geosci.* 2019, 12: 22–27. doi: 10.1038/s41561-018-0271-9.
78. Brun F., Wagnon P., Berthier E., Shea J.M., Immerzeel W.W., Kraaijenbrink P.D.A., Vincent Ch., Reverchon C., Shrestha D., Arnaud Y. Ice cliff contribution to the tongue-wide ablation of Changri Nup glacier, Nepal, central Himalaya. *Cryosphere*. 2018, 12: 3439–3457. doi: 10.5194/tc-12-3439-2018.
79. Rounce D.R., King O., McCarthy M., Shean D.E., Salerno F. Quantifying debris thickness of debris-covered glaciers in the Everest region of Nepal through inversion of a subdebris melt model. *Journ. of Geophys. Research Letters*. 2018, 123: 1094–1115. doi: 10.1029/2017JF004395.