

Скорость распространения радиоволн в сухом и влажном снежном покрове

© 2017 г. В.М. Котляков, Ю.Я. Мачерет*, А.В. Сосновский, А.Ф. Глазовский

Институт географии РАН, Москва, Россия

*macheret2011@yandex.ru

Speed of radio wave propagation in dry and wet snow

V.M. Kotlyakov, Yu.Ya. Macheret*, A.V. Sosnovsky, A.F. Glazovsky

Institute of Geography, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

*macheret2011@yandex.ru

Received September 1, 2016

Accepted December 26, 2016

Keywords: *dry snow, radio echo sounding, radio wave velocity, snow cover, snow density, snow structure, wet snow.***Summary**

In recent years, ground-penetrating radars are widely used for measuring thickness and liquid water content in snow cover on land and glaciers. The measurement accuracy depends on radio wave velocity (RWV) adopted for calculations. The RWV depends mainly on density, water content and structure of the snow cover and ice layers in it. The density and wetness of snow, and its structure can be estimated from data on RWV, using the available experimental and theoretical relations. Satisfactory results can be obtained using the Looyenga's (1965) equations to estimate the density and wetness of snow cover, and equations of van Beek's (1967) showing the distinction between RWV speeds velocities in snow cover and ice layers with different prevailing orientation and sizes of air or water inclusions.

RWV in dry snow with density 300 kg/m^3 may vary by $32 \text{ m/}\mu\text{s}$, depending on whether the vertical or horizontal orientation of the air inclusions prevails therein. In ice with density 700 kg/m^3 effect of air inclusions orientation on differences in RWV is reduced to $5 \text{ m/}\mu\text{s}$. If the inclusions are not filled with air but with water, the difference in RWV in snow is $21 \text{ m/}\mu\text{s}$, and in ice is $24 \text{ m/}\mu\text{s}$. The RWV is affected not only by orientation of the inclusions, but their elongation. Twofold elongation of ellipsoidal air and water inclusions increases the difference in RWV in snow (with a density 300 kg/m^3) to $23 \text{ m/}\mu\text{s}$ and $22 \text{ m/}\mu\text{s}$.

These estimates show a noticeable influence of snow structure on RWV in snow cover. The reliability of the above RWV estimates depends significantly on a thermal state of the snow cover, and decreases during snowmelt and increases in the cold period. It strongly depends on accuracy of measurements of the RWV in snow cover and its separate layers. With sufficiently high accuracy of the measurements this makes possible to detect and identify loose layers of deep hoar and compact layers of infiltration and superimposed ice, which is important for studying the liquid water storage of snow cover and a glacier mass balance. Therefore, considerable attention should be given to accuracy of the RWV measurements in dry and wet snow cover and its individual layers. With sufficiently high accuracy of measurements of the RWV, this should allow revealing such layers and estimating their thickness and average density.

Поступила 1 сентября 2016 г.

Принята к печати 26 декабря 2016 г.

Ключевые слова: *влажный снег, плотность снега, радиоэхозондирование, скорость распространения радиоволн, снежный покров, структура снега, сухой снег.*

Представлены результаты расчётов скорости распространения радиоволн в снежном покрове в зависимости от плотности, влажности, структуры снега и прослоек в нём льда по разным эмпирическим и теоретическим зависимостям. Различие в скорости распространения радиоволн в сухом снеге плотностью 300 kg/m^3 с преобладающей вертикальной или горизонтальной ориентацией включений воздуха достигает 32 м/мкс и уменьшается до 5 м/мкс во льду плотностью 700 kg/m^3 . Выполненные оценки показывают заметное влияние структуры на скорость распространения радиоволн в сухом и влажном снежном покрове, что позволяет обнаруживать и идентифицировать рыхлые слои глубинной изморози и плотные слои инфильтрационного и наложенного льда.

Введение

Для измерения баланса массы ледников и снегозапасов обычно используют данные наземных снегомерных съёмок толщины снежного покрова по сети точек и измерений плотности снега в отдельных шурфах. Снегозапас $W_{\text{сп}}$ в во-

дном эквиваленте (в.э.) вычисляют по формуле $W_{\text{сп}} = H \rho_{\text{сп}}$, где H и $\rho_{\text{сп}}$ — соответственно толщина и средняя плотность снежного покрова. Измерения толщины H снежного покрова с помощью снегомерного шупа — самый простой, но трудоёмкий метод. Обычно толщину снежного покрова устанавливают по глубине проник-

новения шупа до подстилающего грунта, а на ледниках — до первой не пробиваемой шупом толстой ледяной прослойки, образовавшейся в конце предыдущего сезона таяния. В обоих случаях среднюю плотность $\rho_{\text{ср}}$ снежного покрова определяют в шурфах, где измеряют толщину h_n и плотность ρ_n отдельных слоёв снега и льда: $\rho_{\text{ср}} = \sum h_n \rho_n / (\sum h_n)$.

В последние годы для этой цели начали применять новые наземные и дистанционные методы [1], в том числе радиолокационное зондирование [2–9]. Радиолокационным методом толщина снежного покрова H определяется из простого соотношения

$$H = \tau V_{\text{ср}} / 2, \quad (1)$$

где τ — время запаздывания отражённых сигналов от подошвы снежного покрова; $V_{\text{ср}}$ — средняя скорость распространения радиоволн в снежном покрове.

Преимущество данного метода по сравнению с традиционными снегомерными измерениями состоит в том, что толщину снежного покрова можно быстро и непрерывно измерять вдоль протяжённых профилей с помощью радиолокационной аппаратуры, которая устанавливается на наземном или воздушном транспорте или переносится оператором. Из уравнения (1) следует, что точность измерений толщины H снежного покрова радиолокационным методом зависит от точности измерений τ и $V_{\text{ср}}$. В таких малопоглощающих диэлектрических средах, как снег, фирн и лёд, диэлектрические потери малы [10], поэтому скорость распространения радиоволн V зависит только от относительной диэлектрической проницаемости ϵ' среды, т.е. $V = c/\epsilon'^{0.5}$, где $c = 300$ м/мкс — скорость света в вакууме.

Относительная диэлектрическая проницаемость сухого ϵ'_d и влажного ϵ'_s снега, фирна и льда определяется плотностью ρ , влажностью W , температурой t и структурой этих сред и в диапазоне радиозондирования 1–1000 МГц практически не зависит от частоты и слабо зависит от содержания минеральных примесей и положения c -осей монокристаллов льда относительно направления электрического поля [10, 11]. Цель настоящей статьи — оценить диапазон изменения скорости распространения радиоволн в снежном покрове в зависимости от плотности, структуры снега и наличия прослоек льда с по-

мощью известных теоретических и эмпирических зависимостей скорости от этих параметров, а затем на основе полученных данных установить возможность определения этих параметров по скорости распространения радиоволн.

Диэлектрическая проницаемость компонентов снежного покрова

Снежный покров и на суше, и на ледниках в зависимости от условий образования и залегания находится в сухом или влажном состоянии и содержит слои и прослойки снега и льда разной плотности, влажности и структуры, образовавшиеся в результате снегопадов, оттепелей и похолоданий. Снежный покров можно рассматривать как двухкомпонентную диэлектрическую смесь льда и воздуха, в которой при положительных температурах вероятно появление жидкой воды. Относительная диэлектрическая проницаемость ϵ' этих компонентов известна [12]: для воздуха $\epsilon'_a = 1$; для сухого плотного льда (без воздушных включений) $\epsilon'_i = 3,20 \pm 0,02$ [10–12]; для талой воды $\epsilon'_w = 87,9$ [13]. Для льда это соответствует скорости $V_i = 169 \pm 2$ м/мкс, для воды — скорости $V_w = 32$ м/мкс.

Зависимость диэлектрической проницаемости ϵ'_i холодного льда от температуры t имеет следующий вид [14]: $\epsilon'_i = 3,1884 + 0,00091 t$. Для плотного льда при $t = 0^\circ\text{C}$ $\epsilon'_i = 3,19 \pm 0,04$ [15, 16], а в диапазоне температур от 0 до -20°C , характерном для субполярных и тёплых ледников, данная зависимость описывается уравнением $\epsilon'_i = 3,1968 + 0,061 t$ [15, 16].

Смесь двух диэлектриков. Для описания диэлектрической проницаемости ϵ'_m смеси двух диэлектриков (в нашем случае льда и воздуха или льда и воды) с относительными диэлектрическими проницаемостями ϵ'_1 и ϵ'_2 как функции их объёмной концентрации предложен ряд уравнений, приведённых в работах [11, 17–24].

Зависимость от плотности. В первом приближении зависимость диэлектрической проницаемости ϵ'_d от плотности ρ_d и объёмного содержания v_d сухого снега, фирна и ледникового льда может быть описана формулой К. Лихтенекера [25]:

$$\lg \epsilon'_d = v_d \lg \epsilon'_1 (1 - v_d) \lg \epsilon'_2, \quad (2)$$

где $v_d = \rho_d / \rho_i$ — объёмное содержание этих сред; $\rho_i = 917$ кг/м³ — плотность льда без воздушных включений.

Для таких сред с включениями воздуха и льда сферической формы эта зависимость достаточно хорошо описывается

формулой Г. Луэнга [26] –

$$\epsilon'_d = [v_i(\epsilon_i'^{1/3} - 1) + 1]^3, \quad (3)$$

где $v_i = \rho_d/\rho_i$ – объёмное содержание льда; ρ_d – плотность сухого снега, фирна и льда, а также эмпирической формулой Г. Робина [27] –

$$\epsilon_d'^{0,5} = (1 + 0,845\rho_d)^2.$$

С учётом данных радиолокационного каротажа скважины на о. Девон (Канадский арктический архипелаг) получено близкое соотношение [27]:

$$\epsilon_d' = (1 + 0,848\rho_d)^2. \quad (4)$$

Очень близкое соотношение получено и при анализе данных радиозондирования на шельфовом леднике Мак-Мёрдо (Антарктика) и имеющихся материалов лабораторных и полевых измерений [28]:

$$\epsilon_d' = (1 + 0,845\rho_d)^2. \quad (5)$$

Эти наиболее представительные данные включают в себя 15 измерений на образцах на частоте 9375 МГц [29], 17 полевых измерений на частоте 20 МГц [17] и 47 измерений на образцах в микроволновом диапазоне [30] по данным наклонного радиозондирования на частоте 35 МГц у скважины GRIP в Гренландии [31] при $\rho_d = 928 \text{ кг/м}^3$ и $\epsilon_d' = (1 + 0,853\rho_d)^2$. Для плотного льда ($\rho_d = 917 \text{ кг/м}^3$) соотношения (4) и (5) дают величины ϵ'_d , равные соответственно 3,17 при -20°C и 3,15 при -10°C , что отличается от значения 3,19 при температуре 0°C . Для этой температуры получена несколько другая зависимость [16]: $\epsilon_d' = (1 + 0,857\rho_d)^2$.

Сравнение экспериментальных зависимостей ϵ_d' от плотности, полученных разными авторами, показывает очень близкое их совпадение с расчётами по формуле Г. Луэнга (3). При этом максимальное расхождение с результатами расчётов по эмпирическим и расчётным зависимостям не превышает 2–3% по ϵ' при плотности более 400 кг/м^3 (рис. 1).

Зависимость от содержания воды. Зависимость относительной диэлектрической проницаемости ϵ'_s влажного снега, фирна и льда от содержания воды W также описывается формулой Луэнга. Для двухкомпонентной смеси лёд–вода

с порами, полностью заполненными водой, она имеет следующий вид:

$$\epsilon'_s = [\epsilon_i'^{1/3} + W(\epsilon_w'^{1/3} - \epsilon_i'^{1/3})]^3, \quad (6)$$

где ϵ'_i и ϵ'_w – соответственно диэлектрическая проницаемость льда и воды.

Для трёхкомпонентной среды, представляющей собой смесь льда с включениями воды и воздуха, с учётом (6) получаем [35]:

$$\epsilon'_s = [\epsilon_i'^{1/3}(1 - P) + W(\epsilon_w'^{1/3} + P - W)]^3, \quad (7)$$

где P – общая доля содержания воды и воздуха, или «общая» пористость тёплого льда.

Диэлектрическая проницаемость влажного снега, фирна и ледникового льда может быть выражена как [36] $\epsilon'_s = \epsilon'_d + \Delta\epsilon'_s$, где ϵ'_d – диэлектрическая проницаемость сухого снега, фирна и ледникового льда, определяемая соотношением (3); $\Delta\epsilon'_s$ – «избыточная» диэлектрическая проницаемость, обусловленная объёмным содержанием воды, диэлектрическая проницаемость которой ϵ'_w почти в 30 раз больше чем у льда; её величину можно оценить из соотношения [16]

$$\Delta\epsilon'_s = W(\epsilon_w'^{1/3} - 1)\{W(\epsilon_w'^{1/3} - 1)[3\epsilon_d'^{1/3} + W(\epsilon_w'^{1/3} - 1)] + 3\epsilon_d'^{2/3}\}.$$

Связь между относительной диэлектрической проницаемостью сухого ϵ'_d и влажного ϵ'_s снега описывается формулами [23]:

$$\epsilon_d' = (1 + 1,7\rho_d + 0,80\rho_d^2); \quad (8)$$

$$\epsilon_s' = (0,1W + 0,80W^2)\epsilon_w' + \epsilon_d'; \quad (9)$$

$$\epsilon_s'' = (0,1W + 0,80W^2)\epsilon_w'', \quad (10)$$

где ϵ_s'' и ϵ_w'' – соответственно факторы потери влажного снега и воды.

Для более узкого диапазона плотности и содержания воды зависимость скорости в сухом и влажном снеге и фирне, рассчитанная по формулам (8)–(10), приведена на рис. 2. Для влажного льда плотностью от 700 до 900 кг/м^3 , снега и фирна плотностью от 300 до 700 кг/м^3 зависимость скорости от плотности и влажности, рассчитанная по формуле Г. Луэнга (6), приведена на рис. 3. Рис. 1–3 показывают, что при уменьшении средней плотности ρ_d с 900 до 780 кг/м^3 скорость радиоволн в сухом фирне и льде V_d возрастает от 168 до 179 м/мкс, а скорость радиоволн во влажном фирне и льде V_s при увеличе-

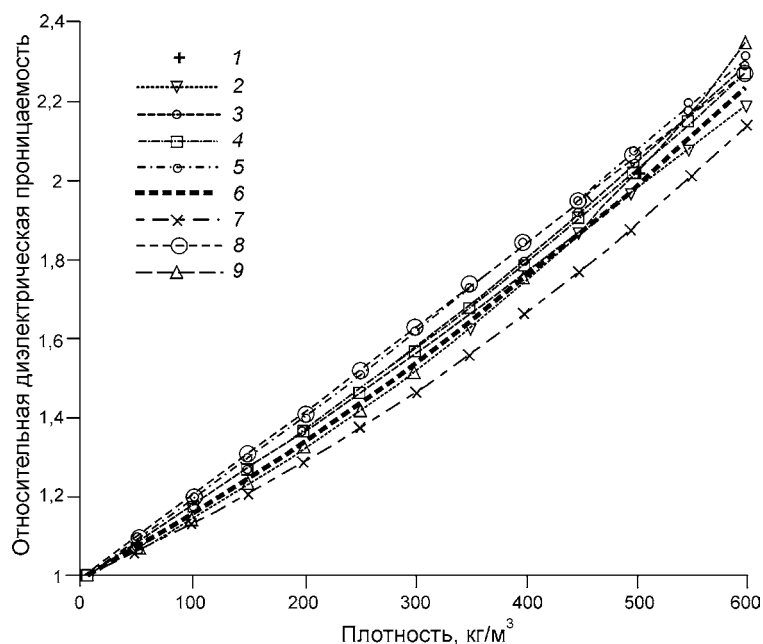


Рис. 1. Эмпирические зависимости диэлектрической проницаемости ϵ'_d сухого снега, фирна и ледникового льда от плотности ρ_d в виде соотношения $\epsilon'_d = a\rho_d + b\rho_d^2$ по данным разных авторов:

1 – [23] ($a = 1,7$, $b = 0,7$); 2 – [32] ($a = 1,76$, $b = 0,37$); 3 – [33] ($a = 1,92$, $b = 0,44$); 4 – [28]; 5 – уравнение (5); 6 – формула Г. Луэнга (3); 7 – формула К. Лихтенекера (2); 8 – [34] ($a = 2,13$, $b = 0$); 9 – [21] ($a = 1,59$, $b = 1,86$). Из работы [16]

Fig. 1. Empirical dependencies of dielectric permittivity ϵ'_d of dry snow, firn and glacier ice on density ρ_d in form $\epsilon'_d = a\rho_d + b\rho_d^2$ by data of different authors:

1 – [23] ($a = 1,7$, $b = 0,7$); 2 – [32] ($a = 1,76$, $b = 0,37$); 3 – [33] ($a = 1,92$, $b = 0,44$); 4 – [28]; 5 – equation (5); 6 – Looyenga's equation (3); 7 – Lichtenecker's equation (2); 8 – [34] ($a = 2,13$, $b = 0$); 9 – [21] ($a = 1,59$, $b = 1,86$). From [16]

нии содержания воды (влажности) W с 0 до 6% уменьшается со 168 до 140 м/мкс. Это позволяет по измеренной средней величине скорости распространения радиоволн оценивать состояние (сухое или влажное) снежного покрова, а также снежно-фирновой и ледяной толщ.

Скорости радиоволн в сухом снеге плотностью 100–400 кг/м³, оценённые по формуле Г. Луэнга (3), равны соответственно 279–227 м/мкс, в фирне плотностью 500–700 кг/м³ – 213–179 м/мкс, во льду плотностью 800–900 кг/м³ – 179–170 м/мкс [6]. Приведённые на рис. 1–3 зависимости скорости распространения радиоволн V_d и V_s в холодном и тёплом снеге, фирне и льде могут быть использованы также для оценки плотности ρ_d и содержания воды W в этих средах. Ошибки определения ρ_d и W составляют соответственно ± 10 кг/м³ и $\pm 0,27\%$, если ошибки измерения скорости равны ± 1 м/мкс. Ошибки возрастают в 2–3 раза, если ошибки измерения скорости повышаются до ± 3 –5 м/мкс. Именно поэтому точность измерения скорости распространения радиоволн

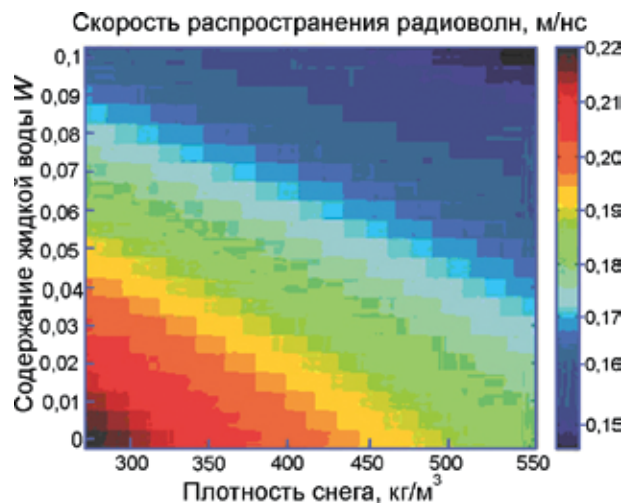


Рис. 2. Зависимость скорости распространения радиоволн V , м/нс, в сухом и влажном снеге (правая шкала) от плотности снега (нижняя шкала) и объёмного содержания воды W (левая шкала) для диапазона плотностей сухого снега 300–550 кг/м³. Из работы [37]

Fig. 2. Dependence of radio wave velocity V , m/ns, in dry and wet snow (right scale) on snow density (lower scale) and water content W (left scale) for dry snow density range 300–550 kg/m³. From [37]

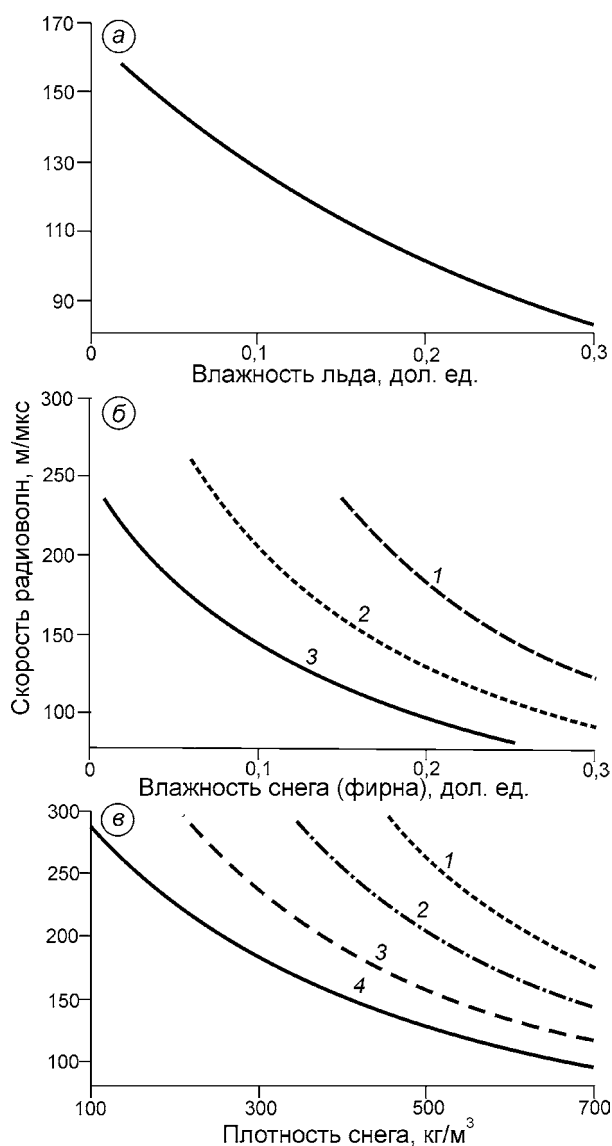


Рис. 3. Скорость распространения радиоволн по формуле Г. Луэнга (6):

a – во влажном льду плотностью 700–900 кг/м³; *б* – во влажном снеге и фирне плотностью 300 кг/м³ (1), 500 кг/м³ (2) и 700 кг/м³ (3) с полностью заполненными водой порами; *в* – по формуле (7) во влажном снеге и фирне с общей долей *P* содержания воды и воздуха 6% (1), 10% (2), 15% (3) и 20% (4)

Fig. 3. Radio wave velocity by Looyenga equation (6): *a* – in wet snow with density 700–900 kg/m³; *б* – in wet snow and firn with density 300 kg/m³ (1), 500 kg/m³ (2) and 700 kg/m³ (3) and pores fully saturated by water; *в* – by equation (7) in wet snow and firn with total portion *P* of water and air content 6% (1), 10% (2), 15% (3) and 20% (4)

в снежном покрове имеет важное значение для оценки его плотности и структуры.

Зависимость избыточной диэлектрической проницаемости влажного снега $\Delta\epsilon'_s$ от объёмного

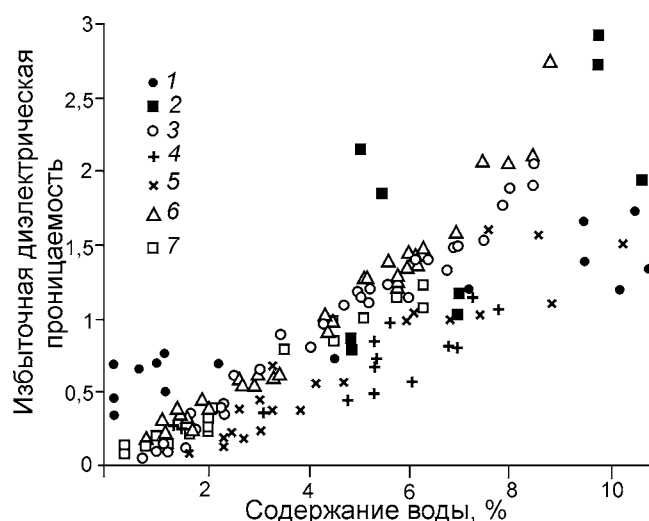


Рис. 4. Зависимость избыточной диэлектрической проницаемости влажного снега $\Delta\epsilon'_s$ от объёмного содержания воды *W* по данным разных авторов:

1 – [38]; 2 – [39]; 3 – [40]; 4, 5 – [23] на частотах 1 ГГц (4) и 4 ГГц (5); 6, 7 – [32] на частотах 10 МГц (6) и 10 ГГц (7). Из работы [16]

Fig. 4. Incremental dielectric permittivity $\Delta\epsilon'_s$ of wet snow as a function of water volumetric content *W* according to different authors:

1 – [38]; 2 – [39]; 3 – [40]; 4, 5 – [23] at frequencies 1 GHz and 4 GHz (5); 6, 7 – [32] at frequencies 10 MHz (6) and 10 GHz (7). From [16]

содержания воды *W* по материалам разных авторов приведена на рис. 4. Данные аппроксимируются следующими соотношениями:

австрийские исследователи [32, 40] –

$$\Delta\epsilon'_s = 14,4W + 139,9W^2; \quad (11)$$

финские исследователи [23] –

$$\Delta\epsilon'_s = (0,1W + 0,82)\epsilon'_w. \quad (12)$$

Сравнение эмпирических зависимостей избыточной диэлектрической проницаемости $\Delta\epsilon'_s$ влажного снега плотностью 500 кг/м³ от содержания воды *W*, полученных финской [23] и австрийской [32, 40] исследовательскими группами, с аппроксимирующими соотношениями (11) и (12) и формулой Г. Луэнга (6) приведено на рис. 5.

Зависимость от структуры. Особый интерес вызывает зависимость скорости распространения радиоволн от формы, размеров и ориентации включений воздуха и воды в сухом и влажном снеге, фирне и льде, так как это даёт возможность использовать данные радиозондирования не только для измерения толщины, но и для оцен-

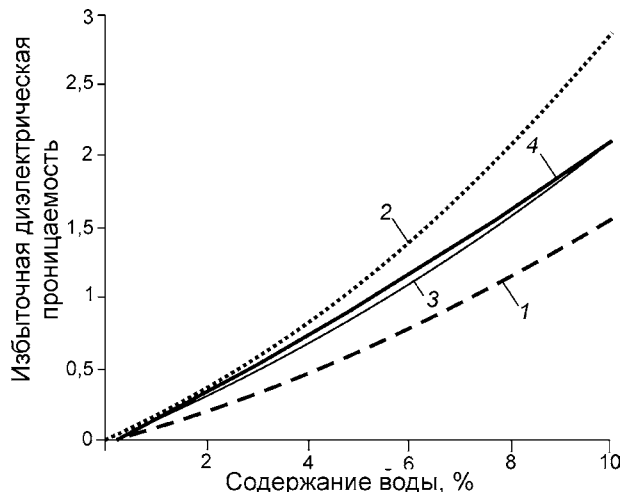


Рис. 5. Сравнение эмпирических зависимостей избыточной диэлектрической проницаемости $\Delta\epsilon'_s$ влажного снега плотностью 500 кг/м^3 от содержания воды W , полученных финской (1) [23] и австрийской (2) [32, 40] исследовательскими группами из работы [16], с аппроксимирующим соотношением (10) (3) и формулой Г. Луэнга (6) (4)

Fig. 5. Comparison of empirical relationships of incremental dielectric permittivity $\Delta\epsilon'_s$ of wet snow (with density 500 kg/m^3) with water content W , obtained by Finnish (1) [23] and Austrian (2) [32, 40] research groups from [16] with approximating relationship (10) (3) and Looyenga equation (6) (4)

ки структуры снежного покрова, что особенно важно для выявления горизонтов глубинной изморози и слоёв наложенного льда. Показано [41], что бóльшие скорости имеют место, когда включения воды во лёду вытянуты перпендикулярно направлению электромагнитного поля, а меньшие — когда они расположены параллельно направлению поля, т.е. если включения вытянуты параллельно и по нормали к поверхности льда покрова. Для сред с включениями дискообразной формы диэлектрическая проницаемость $\epsilon_{\parallel}$ и $\epsilon_{\perp}$ в направлении, параллельном и перпендикулярном электрическому полю, описывается соотношениями [42]

$$\epsilon_{\parallel} = [(1 - S)(\epsilon_1\epsilon_2) + (S + 2)(\epsilon_1\epsilon_2 + \xi\epsilon_2^2 - \xi\epsilon_1\epsilon_2)] / [(1 - S)\epsilon_2(1 - \xi) + (2 + S)\epsilon_2] \text{ и}$$

$$\epsilon_{\perp} = [(1 + 2S)\epsilon_1\epsilon_2 + (2 - 2S)(\epsilon_1\epsilon_2 + \epsilon_2^2 - \xi\epsilon_2^2)] / [(1 + 2S) + \epsilon_2(1 - \xi) + (2 - 2S)\epsilon_2],$$

где ϵ_1 и ϵ_2 — диэлектрическая проницаемость вмещающей среды (льда) и включений воды соответственно; ξ — объёмная доля включений воды; S — фактор деполяризации, характеризую-

щий, насколько упорядочена ориентация включений: если они вытянуты в одном направлении, то $S = 1$, если распределены случайно, то $S = 0$.

Эффективная диэлектрическая проницаемость ϵ смеси, где среда с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_1 содержит разбавленную примесь частиц с диэлектрической проницаемостью ϵ_2 и общим объёмным содержанием v_2 , может быть оценена по формуле Л. ван Бика [43, 44]

$$\epsilon = \epsilon_1 \{ [\epsilon_1 + A_j(1 - v_2) + v_2(\epsilon_2 - \epsilon_1)] / [\epsilon_1 + A_j(1 - v_2)(\epsilon_2 - \epsilon_1)] \}, \quad (13),$$

где $v_2 = \rho_{ice} - \rho_{meas}$ — содержание включений воздуха; ρ_{meas} — измеренная плотность смеси; A_j — фактор деполяризации, который зависит только от формы частиц, в наиболее общем случае — эллипсоидов; согласно [45], в формуле (13) фактор деполяризации

$$A_j = (1/2)(abc) \int ds / [(a^2 + s)^{1/2}(b^2 + s)^{1/2}(c^2 + s)^{1/2}(j^2 + s)],$$

где $j = a, b$ — оси эллипсоидов, вытянутых вдоль электрического поля E ; a, b, c — оси эллипсоидов; s — переменная, показывающая конфокальность эллипсоида по сравнению со стандартным эллипсоидом, характеризуемым уравнением $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$.

Размеры осей эллипсоидов описываются следующей формулой:

$$x^2/(a^2 + s) + y^2/(b^2 + s) + z^2/(c^2 + s) = 1.$$

Требуется также, чтобы $A_a + A_b + A_c = 1$. Для четырёх рассмотренных далее случаев предполагается, что эллипсоиды вытянутые, с осями $b = c$ и $a > b$. Тогда общее выражение для фактора деполяризации принимает следующий вид:

$$A_a = (ab^2/2) \int ds / [(s + a^2)^{3/2}(s + b^2)].$$

Вдоль короткой оси b фактор деполяризации A_j ($j = b$) равен $A_b = (1 - A_a)/2$. Для случая вытянутого сфероида, у которого отношение $a/b = p$, $A_a = -1/(p^2 - 1) + p/[(p^2 - 1)^{3/2} \{ \ln[p + (p^2 - 1)^{1/2}] \}]$. (14)

Случай 1. Электрическое поле E направлено вдоль длинных a -осей эллипсоидов. В этом случае формула (13) принимает вид

$$\epsilon = \epsilon_a = \epsilon_1 \{ [1 + v_2(\epsilon_2 - \epsilon_1)] / [\epsilon_1 + A_a(\epsilon_2 - \epsilon_1)] \}. \quad (15)$$

Случай 2. Электрическое поле E направлено вдоль коротких b -осей эллипсоидов. Тогда

$$\epsilon = \epsilon_b = \epsilon_1 [1 + v_2(\epsilon_2 - \epsilon_1) / [\epsilon_1 + A_b(\epsilon_2 - \epsilon_1)]]. \quad (16)$$

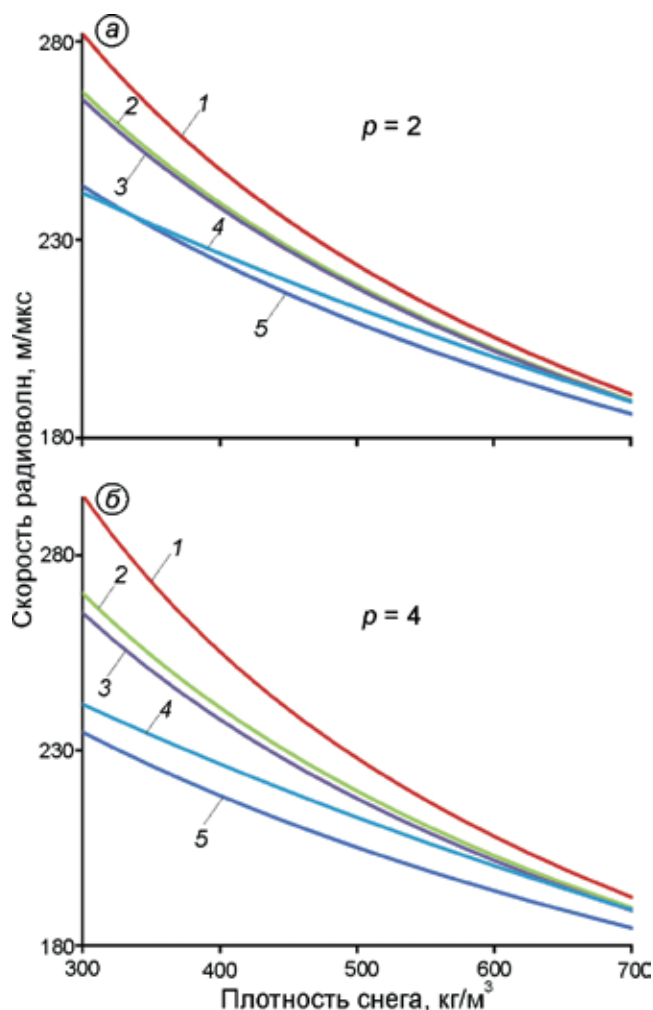


Рис. 6. Скорость распространения радиоволн $V_d = c/\epsilon_m^{0.5}$ ($c = 300$ м/мкс) в сухом снеге и фирне, рассчитанная по величине диэлектрической проницаемости ϵ_m двухкомпонентной смеси с включениями воздуха эллипсоидальной формы (1, 2, 5), с отношением полуосей $p = a/b = 2$ (а) и $p = a/b = 4$ (б) и включениями воздуха сферической формы (3, 4):

1 – электрическое поле E направлено вдоль коротких b -осей эллипсоидов, формула (16); 2 – оси эллипсоидов имеют случайную ориентацию, формула (17); 3 – включения сферической формы, формула (18); 4 – по формуле Луэнга (3); 5 – электрическое поле E направлено вдоль длинных a -осей эллипсоидов, формула (15)

Fig. 6. Radio wave velocity $V_d = c/\epsilon_m^{0.5}$ ($c = 300$ m/mcs) in dry snow, firn and ice, calculated by value of dielectric permittivity ϵ_m of two-component mixture with ellipsoidal inclusions of air (1, 2, 5) with axis ratio $p = a/b = 2$ (a), and $p = a/b = 4$ (b), and air inclusions of spherical form (3, 4):

1 – electrical field E is directed along short b -axis of ellipsoids, equation (16); 2 – axis of ellipsoids are randomly oriented in space, equation (17); 3 – inclusions of spherical form, equation (18); 4 – calculated by Looyenga equation (3); 5 – electrical field E is directed along long a -axis of ellipsoids, equation (15)

Случай 3. Случайная пространственная ориентация осей эллипсоидов. В данном варианте

$$\epsilon \equiv \epsilon_{ab} = \epsilon_a/3 + 2\epsilon_b/3. \quad (17)$$

Случай 4. Все эллипсоиды – сферы ($a = b$). При однородном распределении пузырьков воздуха изменения ϵ происходят только при изменении объёма включений, т.е. вариаций плотности льда. В этом случае

$$A_a = 1/3 \text{ и } \epsilon \equiv \epsilon_s = \epsilon_l [1 + 3v_2(\epsilon_2 - \epsilon_1)/(2\epsilon_1 + \epsilon_2)]. \quad (18)$$

Для сухого снега и фирна плотностью 300–700 кг/м³ зависимость скорости распространения радиоволн от формы, ориентации и размеров включений льда и воздуха, рассчитанная по формулам (13)–(18), представлена на рис. 6. Для плотности снега больше 300 кг/м³ различие в скорости распространения радиоволн для включений сферической формы и эллипсоидальных включений воздуха со случайной пространственной ориентацией (кривые 3 и 2 на рис. 6) отличаются менее чем на 0,7% при $p = 2$ и 1,9% при $p = 4$.

Скорости распространения радиоволн в снегу плотностью более 300 кг/м³, рассчитанные по формуле Г. Луэнга (3) и формулам (13)–(18), отличаются менее чем на 2% при $p = 2$ и не более чем на 4% при $p = 4$. Причём для снега плотностью 150–200 кг/м³ и $p = 2$ расчёты скорости распространения радиоволн по этим формулам отличаются на 4–6%, тогда как расчёты по другим формулам (см. рис. 6) для плотности снега меньше 300 кг/м³ дают неправдоподобные значения скоростей – более 300 м/мкс. Выполненные расчёты указывают на применимость формулы Г. Луэнга (3) для оценок средней плотности сухого снежного покрова. Из рис. 6 следует, что скорость распространения радиоволн в снеге, фирне и льде в зависимости от их плотности, влажности и структуры может меняться в широких пределах. В сухом снежном покрове, средняя плотность которого обычно составляет 400–500 кг/м³, средняя скорость радиоволн близка к 190 м/мкс. Однако она весьма заметно изменяется в зависимости от преимущественной ориентировки и формы включений льда и воздуха в снеге. Скорости в сухом снеге с вертикально и горизонтально вытянутыми и сферическими включениями различаются на 16% (38 м/мкс) при плотности снега 300 кг/м³ и на 7% (15 м/мкс) при плотности 500 кг/м³ и $p = 2$. При

$p = 4$ это отличие составит соответственно 26% (61 м/мкс) и 11% (23 м/мкс). При достаточно высокой точности измерений скорости распространения радиоволн это должно позволить выявлять рыхлые слои глубинной изморози и плотного наложенного и инфильтрационного льда и оценивать их толщину и среднюю плотность.

Для водно-ледяной смеси (влажного снега) при небольшой плотности снега (после его промачивания и полного заполнения пор водой) зависимость скорости распространения радиоволн от формы, ориентации и размеров включений льда и воды представлена на рис. 7. При этом эффективная диэлектрическая проницаемость смеси ϵ_m с $\epsilon_1 = 3,19$ и $\epsilon_2 = 87,9$ рассчитывалась по формулам (13)–(18), как и для смеси льда и воздуха. Из рис. 6 и 7 видно, что при росте плотности сухого снега различия в скорости распространения радиоволн, рассчитанной для рассмотренных здесь случаев 1–4, уменьшаются, однако в случае влажного и промоченного водой снега рост плотности снега мало изменяет соотношения между скоростями распространения радиоволн. Так, для смеси льда и воздуха наибольшее отличие в скорости распространения радиоволн, рассчитанной по разным формулам, для снега плотностью 700 кг/м^3 составляет 6–8 м/мкс (см. рис. 6), а для смеси льда и воды – 21–43 м/мкс (см. рис. 7).

Выводы

Анализ имеющихся данных по скорости распространения радиоволн в сухом и влажном снеге, фирне и ледниковом льде позволяет сделать ряд выводов.

1. В диапазоне радиозондирования 1–1000 МГц скорость радиоволн в исследуемых средах существенно зависит от их плотности и влажности, практически не зависит от частоты зондирования и слабо зависит от температуры, содержания минеральных примесей и анизотропии льда.

2. По измеренной скорости распространения радиоволн могут быть оценены средняя плотность снежного покрова на суше и фирновой толщине на ледниках, а также среднее содержание воды в этих средах.

3. Данные радиолокационных измерений позволяют установить толщину снежного покрова и определить снегозапасы.

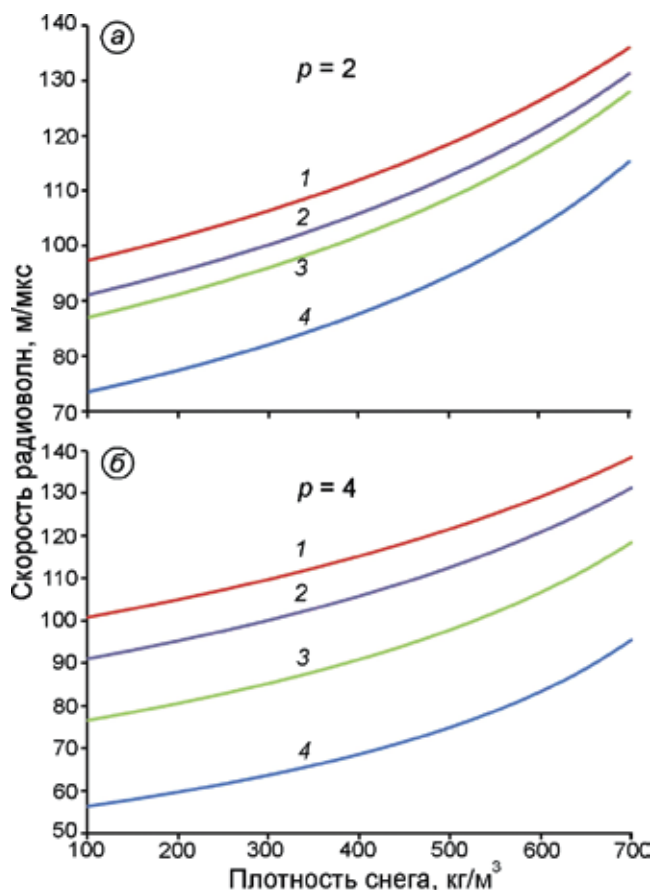


Рис. 7. Скорость распространения радиоволн $V_s = c/\epsilon_m^{0.5}$ ($c = 300 \text{ м/мкс}$) во влажном снеге и фирне, поры которых полностью заполнены водой, рассчитанная по величине диэлектрической проницаемости ϵ_m двухкомпонентной смеси с включениями воды эллипсоидальной формы (1, 3, 4) с отношением полуосей $p = a/b = 2$ (а) и $p = a/b = 4$ (б):

1 – электрическое поле E направлено вдоль коротких b -осей эллипсоидов, формула (16); 2 – включения воды сферической формы ($a = b$), формула (18); 3 – оси эллипсоидов имеют случайную ориентацию, формула (17); 4 – электрическое поле E направлено вдоль длинных a -осей эллипсоидов, формула (15)

Fig. 7. Radio wave velocity $V_s = c/\epsilon_m^{0.5}$ ($c = 300 \text{ m/mcs}$) in wet snow and firn with fully water-filled pores, calculated by value of dielectric ϵ_m of two-component mixture with ellipsoidal inclusions of air and water (1, 3, 4) with ratio of axis $p = a/b = 2$ (a) и $p = a/b = 4$ (b):

1 – electrical field E is directed along short b -axis of ellipsoids, equation (16); 2 – with water inclusions of spherical form ($a = b$), equation (18); 3 – axis of ellipsoids are randomly oriented in space, equation (17); 4 – electrical field E is directed along long a -axis of ellipsoids, equation (15)

4. Скорость радиоволн в сухом снежном покрове зависит от его плотности и структуры – преобладающей ориентации и размеров

включений воздуха. Разность скоростей при преобладающей вертикальной или горизонтальной ориентации включений воздуха в сухом снеге плотностью 300 кг/м^3 достигает 32 м/мкс , а при плотности 700 кг/м^3 уменьшается до 5 м/мкс .

5. Во влажном снеге при тех же плотностях различия в скоростях радиоволн с преобладающей вертикальной или горизонтальной ориентацией включений воды составляют соответственно 24 и 21 м/мкс . Увеличение отношения размеров большой и малой осей эллипсоидальных включений воздуха ($p = a/b$) в два раза приводит к увеличению разности скорости на 23 м/мкс в сухом снежном покрове плотностью 300 кг/м^3 и на 22 м/мкс во влажном снежном покрове той же плотности. Это указывает на заметное влияние структуры сухого и влажного снежного покрова малой плотности на скорость распространения радиоволн.

6. Достоверность оценки плотности и структуры снежного покрова по скорости распространения радиоволн существенно зависит от термического состояния снежного покрова и уменьшается в период таяния по сравнению с холодным периодом. В значительной мере она

определяется и точностью измерения скорости распространения радиоволн во всём снежном покрове и в отдельных его слоях.

7. При достаточно высокой точности измерений скорости это позволяет по её величине обнаруживать рыхлые слои глубинной изморози и плотные слои инфильтрационного и наложенного льда, что важно при изучении снегозапасов на суше и баланса массы ледников. Именно поэтому точности определения средней скорости распространения радиоволн в сухом и влажном снежном покрове и отдельных его слоях должно быть уделено особое внимание.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 14-05-22а и проекта РАН «Исследование изменчивости арктического снежного покрова и оценка его влияния на устойчивость многолетней мерзлоты на основе моделирования и радиозондирования».

Acknowledgements. This work was supported by grant RFBR 14-05-00022a and project of RAS «Investigation of changeability of snow cover and estimation of its influence on stability of permafrost based on modeling and radio-echo sounding».

Литература

1. Lundberg A., Granlund N., Gustafsson D. «Ground Truth» snow measurements – Review of operational and new measurement methods for Sweden and Finland // 65th Eastern Snow conference. Fairlee (Lake Morey), USA, Vermont, 2008. P. 215–237.
2. Arcone S.A. Airborne radar stratigraphy and electrical structure of temperate firn: Bagley Ice Field, Alaska. U.S.A. // Journ. of Glaciology. 2002. V. 48. № 161. P. 317–334.
3. Arcone S.A., Spikes V.B., Hamilton G.S. Phase structure of radar stratigraphic horizons within Antarctic firn // Annals of Glaciology. 2005. V. 41. P. 10–16.
4. Arcone S.A., Kreutz K. GPR reflection profiles of Clark and Commonwealth glaciers, Dry Valley, Antarctica // Annals of Glaciology. 2009. V. 50 (51). P. 112–120.
5. Dunse T., Schuler T.V., Hagen J.O., Eiken T. Recent fluctuation in extent of the firn area of Austfonna, Svalbard, inferred from GPR // Annals of Glaciology. 2009. V. 50 (51). P. 155–162.
6. Forte E., Dossi M., Colucci R.R., Pipan M. A new fast methodology to estimate the density of frozen materials by means of common offset GPR data // Journ. of Applied Geophysics. 2013. V. 99. P. 135–145.
7. Forte E., Dossi M., Pipan M., Colucci R.R. Velocity analysis from common offset GPR data inversion: theory

References

1. Lundberg A., Granlund N., Gustafsson D. «Ground Truth» snow measurements – Review of operational and new measurement methods for Sweden and Finland. 65th Eastern Snow Conference. Fairlee (Lake Morey), Vermont, USA. 2008: 215–237.
2. Arcone S.A. Airborne radar stratigraphy and electrical structure of temperate firn: Bagley Ice Field, Alaska. U.S.A. Journ. of Glaciology. 2002, 48 (161): 317–334.
3. Arcone S.A., Spikes V.B., Hamilton G.S. Phase structure of radar stratigraphic horizons within Antarctic firn. Annals of Glaciology. 2005, 41: 10–16.
4. Arcone S.A., Kreutz K. GPR reflection profiles of Clark and Commonwealth glaciers, Dry Valley, Antarctica. Annals of Glaciology. 2009, 50 (51): 112–120.
5. Dunse T., Schuler T.V., Hagen J.O., Eiken T. Recent fluctuation in extent of the firn area of Austfonna, Svalbard, inferred from GPR. Annals of Glaciology. 2009, 50 (51): 155–162.
6. Forte E., Dossi M., Colucci R.R., Pipan M. A new fast methodology to estimate the density of frozen materials by means of common offset GPR data. Journ. of Applied Geophysics. 2013, 99, 135–145.
7. Forte E., Dossi M., Pipan M., Colucci R.R. Velocity analysis from common offset GPR data inversion: theory

- and application to synthetic and real data // *Geophys. Journ. International*. 2014. V. 197. P. 1471–1483.
8. Попов С.В., Эберляйн Л. Опыт применения георадиолокации для изучения строения снежно-фирновой толщи и грунта Восточной Антарктиды в сезон 2012/13 г. // *Лёд и Снег*. 2014. № 4 (128). С. 95–106.
9. Holbrook W.S., Miller S.N., Pwovart M.A. Estimating snow equivalent over long mountain transects using snowmobile-mounted ground penetrating radar // *Geophysics*. 2016. V. 81. № 1. P. WA183–WA193.
10. Мачерет Ю.Я. Радиозондирование ледников. М.: Научный мир, 2006. 392 с.
11. Глазовский А.Ф., Мачерет Ю.Я. Вода в ледниках. Методы и результаты геофизических и дистанционных исследований. М.: ГЕОС, 2014. 528 с.
12. Dowdeswell J.A., Evans S. Investigations of the form and flow of ice sheets and glaciers using radio-echo sounding // *Reports on Progress in Physics*. 2004. V. 67. P. 1821–1861.
13. Endres A.L., Murray T., Booth A.D., West L.J. A new framework for estimating englacial water content and pore geometry using combined radar and seismic wave velocities // *Geophys. Research Letters*. 2009. V. 36. L0450. doi: 10.1029/2008GL036876.
14. Mätzler C., Wegmüller U. Dielectric properties of fresh-water ice at microwave frequencies // *Journ. of Physics. D: Applied Physics*. 1987. V. 20. № 12. P. 623–630.
15. Фролов А.Д., Мачерет Ю.Я. Оценка содержания воды в субполярных и теплых ледниках по данным измерений скорости распространения радиоволн // *МГИ*. 1998. Вып. 84. С. 148–154.
16. Frolov A.D., Macheret Yu.Ya. On dielectric properties of dry and wet snow // *Hydrological processes*. 1999. V. 13. P. 1755–1760.
17. Denoth A. On the calculation of the dielectric constant of snow // *Rencontre internationale sur la neige et les avalanches*. Association nationale pour l'étude de la neige et des avalanches. 1978. P. 61–70.
18. Denoth A. Effect of grain geometry on electrical properties of snow at frequencies up to 100 MHz // *Journ. of Applied Physics*. 1982. V. 53. Pt. 1. № 11. P. 7496–7501.
19. Denoth A. Snow dielectric measurements // *Advance Space Research*. 1989. V. 9. № 1. P. 233–243.
20. Denoth A., Schittelkopf H. Mixing formulas for determining the free water content of wet snow from measurements of the dielectric constant // *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*. 1978. Bd. 14. Ht. 1. S. 73–80.
21. Mätzler C. Microwave permittivity of dry snow // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 1996. V. 34. № 2. P. 573–581.
22. Stiles W.H., Ulaby F.T. Dielectric properties of snow // *Proc. of the Workshop on the Properties of Snow*, and application to synthetic and real data. *Geophys. Journ. International*. 2014, 197: 1471–1483.
8. Popov S.V., Eberlein L. Investigation of snow-firn thickness and ground in the East Antarctica by means of geophysical radar. *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2014, 4 (128): 95–106. [In Russian].
9. Holbrook W.S., Miller S.N., Pwovart M.A. Estimating snow equivalent over long mountain transects using snowmobile-mounted ground penetrating radar. *Geophysics*. 2016, 81 (1): WA183–WA193.
10. Macheret Yu.Ya. *Radiozondirovanie lednikov*. Radio-echo sounding of glaciers. Moscow: Scientific World, 2006: 392 p. [In Russian].
11. Glazovsky A.F., Macheret Yu.Ya. *Voda v lednikakh. Metody i rezultaty geofizicheskikh i distantsionnykh issledovaniy*. Water in glaciers. Methods and results of geophysical and remote sensing studies. Moscow: GEOS, 2014: 528 p. [In Russian].
12. Dowdeswell J.A., Evans S. Investigations of the form and flow of ice sheets and glaciers using radio-echo sounding. *Reports on Progress in Physics*. 2004, 67: 1821–1861.
13. Endres A.L., Murray T., Booth A.D., West L.J. A new framework for estimating englacial water content and pore geometry using combined radar and seismic wave velocities. *Geophys. Research Letters*. 2009, 36: L0450. doi: 10.1029/2008GL036876.
14. Mätzler C., Wegmüller U. Dielectric properties of fresh-water ice at microwave frequencies. *Journ. of Physics. D: Applied Physics*. 1987, 20 (12): 623–630.
15. Frolov A.D., Macheret Yu.Ya. Estimation of water content in subpolar and temperate glaciers according to the data of radio sounding. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 1998, 84: 148–154. [In Russian].
16. Frolov A.D., Macheret Yu.Ya. On dielectric properties of dry and wet snow. *Hydrological processes*. 1999, 13: 1755–1760.
17. Denoth A. On the calculation of the dielectric constant of snow // *Rencontre internationale sur la neige et les avalanches*. Association nationale pour l'étude de la neige et des avalanches. 1978: 61–70.
18. Denoth A. Effect of grain geometry on electrical properties of snow at frequencies up to 100 MHz. *Journ. of Applied Physics*. 1982, 53, Pt. 1 (11): 7496–7501.
19. Denoth A. Snow dielectric measurements. *Advance Space Research*. 1989, 9 (1): 233–243.
20. Denoth A., Schittelkopf H. Mixing formulas for determining the free water content of wet snow from measurements of the dielectric constant. *Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie*. 1978, 14 (1): 73–80.
21. Mätzler C. Microwave permittivity of dry snow. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 1996, 34 (2): 573–581.
22. Stiles W.H., Ulaby F.T. Dielectric properties of snow. *Proc. of the Workshop on the Properties of Snow*,

- Snowbird, Utah, April 8–10, 1981. U.S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory. Special report. № 82–18. United States. P. 91–103.
23. *Tiuri M., Sihvola A., Nyfors E., Hillikainen M.* The complex dielectric constant of snow using microwave techniques // *IEEE Journ. of Oceanic Engineering*. 1984. V. OE–9. № 5. P. 377–382.
 24. *Узлов В.А., Шишков Г.И., Щербakov В.В.* Основные физические параметры снежного покрова // *Тр. Нижегородского гос. техн. ун-та им. Р.Е. Алексеева*. 2014. Т. 103. № 1. С. 119–129.
 25. *Богородицкий В.В., Пасынков В.П.* Материалы в радиоэлектронике. М.–Л.: Мосэнергиздат, 1961. 352 с.
 26. *Looyenga H.* Dielectric constants of heterogeneous mixture // *Physica*. 1965. V. 31. № 3. P. 401–406.
 27. *Robin G. de Q.* Velocity of radio waves in ice by means of interferometric technique // *Journ. of Glaciology*. 1975. V. 15. № 73. P. 151–159.
 28. *Kovacs A., Gow A., Morey R.M.* A reassessment of the in-situ dielectric constant of polar firn. CREEL Report 93–26. 1993. P. 1–29.
 29. *Cumming W.A.* The dielectric properties of ice and snow at 3.2 centimeters // *Journ. of Applied Physics*. 1952. V. 23. № 7. P. 768–773.
 30. *Nyfors E.* On dielectric properties of dry snow in the 800 MHz to 13 GHz region. Helsinki University of Technology. Radio Laboratory. Report S13. 1982. 29 p.
 31. *Hempel L., Thyssen F., Gundestrup N., Clausen H.B., Miller H.* A comparison of radio–echo sounding data and electrical conductivity of the GRIP ice core // *Journ. of Glaciology*. 2000. V. 46. № 154. P. 369–374.
 32. *Achammer T., Denoth A.* Snow dielectric properties: from DC to microwave X–band // *Annals of Glaciology*. 1994. V. 19. P. 92–96.
 33. *Denoth A.* An electronic device for long-term snow wetness recording // *Annals of Glaciology*. 1994. V. 19. P. 104–106.
 34. *Schneebeli M., Coléuo C., Touvier F., Lesaffre B.* Measurement of density and wetness in snow using time–domain reflectometry // *Annals of Glaciology*. 1998. V. 26. P. 69–72.
 35. *Macheret Yu. Ya., Glazovsky A.F.* Estimation of absolute water content in Spitsbergen glaciers // *Polar Research*. 2000. V. 19. № 2. P. 205–216.
 36. *Sihvola A., Nyfors E., Tiuri M.* Mixing formulae and experimental results for the dielectric constant of snow // *Journ. of Glaciology*. 1985. V. 31. № 108. P. 163–170.
 37. *Bradford J.H., Nichols J., Mikesell D., Harper J.* Continuous profiles of electromagnetic velocity and water content in glaciers: an example from Bench glacier, Alaska, USA // *Annals of Glaciology*. 2009. V. 50 (51). P. 1–9.
 38. *Kuroiwa D.* The dielectric properties of snow // *IASH Publ.* № 4. 1956. P. 52–63.
 23. *Tiuri M., Sihvola A., Nyfors E., Hillikainen M.* The complex dielectric constant of snow using microwave techniques. *IEEE Journ. of Oceanic Engineering*. 1984, OE–9 (5): 377–382.
 24. *Uzlov V.A., Shishkov G.I., Shcherbakov V.V.* The main physical parameters of snow cover. *Trudy Nizhegorodskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. Transactions of Nizhniy Novgorod State Technical University. 2014, 103 (1): 119–129. [In Russian].
 25. *Bogoroditsky N.P., Pasyнков V.P.* *Materialy v radioelektronike*. Materials in radioelectronics. Moscow–Leningrad, Mosenergo Publishing House, 1961: 352 p. [In Russian].
 26. *Looyenga H.* Dielectric constants of heterogeneous mixture. *Physica*. 1965, 31 (3): 401–406.
 27. *Robin G. de Q.* Velocity of radio waves in ice by means of interferometric technique. *Journ. of Glaciology*. 1975, 15 (73): 151–159.
 28. *Kovacs A., Gow A., Morey R.M.* A reassessment of the in-situ dielectric constant of polar firn. CREEL Report 93–26. 1993: 1–29
 29. *Cumming W.A.* The dielectric properties of ice and snow at 3.2 centimeters. *Journ. of Applied Physics*. 1952, 23 (7): 768–773.
 30. *Nyfors E.* On dielectric properties of dry snow in the 800 MHz to 13 GHz region. Helsinki, Helsinki University of Technology. Radio Laboratory, Report S13. 1982: 29 p.
 31. *Hempel L., Thyssen F., Gundestrup N., Clausen H.B., Miller H.* A comparison of radio–echo sounding data and electrical conductivity of the GRIP ice core. *Journ. of Glaciology*. 2000, 46 (154): 369–374.
 32. *Achammer T., Denoth A.* Snow dielectric properties: from DC to microwave X–band. *Annals of Glaciology*. 1994. V. 19. P. 92–96.
 33. *Denoth A.* An electronic device for long-term snow wetness recording. *Annals of Glaciology*. 1994, 19: 104–106.
 34. *Schneebeli M., Coléuo C., Touvier F., Lesaffre B.* Measurement of density and wetness in snow using time–domain reflectometry. *Annals of Glaciology*. 1998, 26: 69–72.
 35. *Macheret Yu. Ya., Glazovsky A.F.* Estimation of absolute water content in Spitsbergen glaciers. *Polar Research*. 2000, 19 (2): 205–216.
 36. *Sihvola A., Nyfors E., Tiuri M.* Mixing formulae and experimental results for the dielectric constant of snow. *Journ. of Glaciology*. 1985, 31 (108): 163–170.
 37. *Bradford J.H., Nichols J., Mikesell D., Harper J.* Continuous profiles of electromagnetic velocity and water content in glaciers: an example from Bench glacier, Alaska, USA. *Annals of Glaciology*. 2009, 50 (51): 1–9.
 38. *Kuroiwa D.* The dielectric properties of snow. *IASH Publ.* 4, 1956: 52–63.

39. *Sweeny B.D., Colbeck S.C.* Measurements of the dielectric properties of wet snow using a microwave technique // CREEL Res. Report 325, 1974.
40. *Ambach W., Denoth A.* Studies on the dielectric properties of snow // Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie. 1972. Bd. 8. Ht. 1–2. S. 113–123.
41. *Giordano S.* Order and disorder of heterogeneous material microstructure: electric and elastic characterization of dispersions of pseudo-oriented spheroids // Intern. Journ. of Engineering Science. 2005. V. 43. P. 1033–1058.
42. *Bradford J.H., Nichols J., Harper J.T., Meirbachtol T.* Compressional and EM velocity anisotropy in a temperate glacier due to basal crevasses, and implications for water content estimation // Annals of Glaciology. 2013. V. 54 (64). P. 168–178.
43. *van Beek L.K.H.* Dielectric behavior in heterogeneous systems // Progress in dielectrics. 1967. V. 7. P. 69–114.
44. *Ackley S.F., Keliher T.E.* Ice sheet internal radio-echo reflections and associated physical property changes with depth // Journ. of Geophys. Research. 1979. V. 84-B10. P. 5675–5680.
45. *Stratton J.A.* Electromagnetic theory. New York, McGraw–Hill, 1941. 615 p.