

Ледники и ледниковые покровы

УДК 551.581.1+551.32

doi:10.15356/2076-6734-2016-3-293-308

Расчёт расхода массы Гренландского ледникового щита в модели земной системы

© 2016 г. О.О. Рыбак^{1,2*}, Е.М. Володин¹, А.П. Невечеря^{1,3}, П.А. Морозова^{1,4}, М.М. Каминская^{1,5}¹Институт вычислительной математики РАН, Москва; ²Филиал Института природно-технических систем, Сочи;³Кубанский государственный университет, Краснодар; ⁴Институт географии РАН, Москва;⁵Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова^{1,2*}orybak@vub.ac.be

Calculation of mass discharge of the Greenland ice sheet in the Earth System Model

O.O. Rybak^{1,2*}, E.M. Volodin¹, A.P. Nevecherya^{1,3}, P.A. Morozova^{1,4}, M.M. Kaminskaya^{1,5}¹Institute of Numerical Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; ²Branch of the Institute of Natural and Technical Systems, Sochi, Russia; ³Kuban State University, Krasnodar, Russia; ⁴Institute of Geography, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;⁵Lomonosov Moscow State University, Russia^{1,2*}orybak@vub.ac.be

Received April 15, 2016

Accepted June 21, 2016

Keywords: *climate, climate model, Greenland ice sheet (GrIS), ice discharge, mass balance, mathematical model, numerical experiment.*

Summary

Mass discharge calculation is a challenging task for the ice sheet modeling aimed at evaluation of their contribution to the global sea level rise during past interglacials, as well as one of the consequences of future climate change. In Greenland, ablation is the major source of fresh water runoff. It is approximately equal to the dynamical discharge (iceberg calving). Its share might have still larger during the past interglacials when the margins of the GrIS retreated inland. Refreezing of the melted water and its retention are two poorly known processes playing as a counterpart of melting and, thus, exerting influence on the run off. Interaction of ice sheets and climate is driven by energy and mass exchange processes and is complicated by numerous feed-backs. To study the complex of these processes, coupling of an ice sheet model and a climate model (i.e. models of the atmosphere and the ocean) in one model is required, which is often called the Earth System Model (ESM). Formalization of processes of interaction between the ice sheets and climate within the ESM requires elaboration of special techniques to deal with dramatic differences in spatial and temporal variability scales within each of three ESM's blocks. In this paper, we focus on the method of coupling of a Greenland ice sheet model (GrISM) with the climate model INMCM having been developed in the Institute of Numerical Mathematics of Russian Academy of Sciences. Our coupling approach consists in applying of a special buffer model, which serves as an interface between GrISM and INMCM. A simple energy and water exchange model (EWBM-G) allows realistic description of surface air temperature and precipitation fields adjusted to a relief of elevation of the GrIS surface. In a series of diagnostic numerical experiments with the present-day GrIS geometry and the modeled climate we studied sensitivity of the modeled surface mass balance and run off to the key EWBM-G parameters and compared our results with similar model studies. In addition to the atmospheric, oceanic, and ice sheet blocks the ESM normally contains blocks accounting for dynamics of the biosphere, sea ice, hydrological cycle, etc. In practice, application of ESMs for research studies has become possible not long ago owing to the fast progress in computing facilities. Nevertheless, still now ESMs are rather computer time demanding. To provide long runs of a fully coupled ESM at a lower computational cost, we utilized an asynchronous coupling when a 100-yr run of the GrISM corresponds to 1-yr run of the INMCM. The weak point of the numerical experiments is comparison of the results with observations. The lack of observations in Greenland and significant inter-annual variability of air temperature, precipitation, surface melting, and run off do not allow formulation of a reliable reference «climate» and corresponding equilibrium state of GrIS. In practice it means that more or less accurate estimates of the past or future changes of the runoff and total GrIS mass discharge is reasonable to obtain in the form of deviations from a reference undisturbed model state.

Поступила 15 апреля 2016 г.

Принята к печати 21 июня 2016 г.

Ключевые слова: *баланс массы, вычислительный эксперимент, Гренландия, климат, климатическая модель, ледниковый щит, математическая модель, сток.*

Модель земной системы (ESM) – относительно новый инструмент исследования изменений климата. Наряду с традиционными для климатических моделей блоками – атмосферным и океаническим, она включает в себя блоки, описывающие динамику биосферы, морского льда и ледниковых щитов (ISM). В статье рассмотрена методика подключения модели динамики Гренландского ледникового щита GrISM к климатической модели (модели общей циркуляции атмосферы и океана, МОЦАО) INMCM Института вычислительной математики РАН в рамках проекта по созданию эффективной модели земной системы. Описаны процедуры для обеспечения двухсторонней связи между GrISM и соответствующими блоками INMCM. Исследована чувствительность расчётных полей баланса массы к некоторым модельным параметрам.

Введение

Ещё на относительно ранней стадии создания моделей климата их разработчики сознавали то обстоятельство, что полноценная модель климатической системы невозможна без учёта роли криосферы. Под криосферой в контексте климатического моделирования прежде всего понимались ледниковые щиты Гренландии и Антарктиды, хотя позже пределы её были распространены и на область многолетней мерзлоты, и на исчезнувшие палеощиты Северного полушария. В каком-то смысле, приблизительно до середины 1970-х годов развитие климатических моделей и моделей ледниковых щитов шло более или менее параллельно и пути разработчиков практически не пересекались.

Одна из первых попыток объединить модели общей циркуляции атмосферы (МОЦА) и ледникового щита (Ice Sheet Model – ISM) была предпринята У. Гейтсом [1]. В этой, по сути дела, пионерской работе ледниковые щиты использовались лишь для генерирования граничных условий периода 18 тыс. лет назад (л.н.) для МОЦА. В термодинамической модели Х. Адема [2] сходным образом воспроизводился климат последнего ледникового максимума. В этих и некоторых аналогичных работах ледниковые щиты были лишь пассивной компонентой климатической системы. Собственно полноценных ISM на рубеже 1970–80-х годов ещё не было. Первое поколение эффективных трёхмерных комплексных термомеханических моделей появилось в конце 1980-х – первой половине 1990-х годов. Термин «комплексный» отражает то обстоятельство, что, помимо течения и термодинамики собственно щита, модель включает в себя описание изостатического приспособления, процессов на границе с шельфовым ледником (в случае Антарктиды), а также в том или ином виде блок, ответственный за связь с атмосферными процессами или климатической системой. Комплексные модели имели большее, чем раньше, пространственное разрешение (20–40 км), и появилась возможность применять их для решения задач эволюции ледниковых щитов в условиях меняющейся окружающей среды, а также включать в качестве отдельных блоков в климатические модели. Это послужило предпосылкой для возникновения моделей земной системы (ESM – Earth System Model).

Одной из первых, относительно простых ESM, в которой не только воспроизводилась динамика атмосферы и верхнего перемешанного слоя океана, но были также включены морской лёд, процессы на поверхности материков, динамика ледниковых щитов и подстилающих их пород, была модель Ю. Галле и др. [3]. До недавнего времени в качестве климатических блоков системных моделей использовали, в основном, не модель общей циркуляции атмосферы и океана (МОЦАО), а так называемые модели промежуточной сложности (MICS – Model of Intermediate Complexity), описание динамических процессов в которых значительно упрощено, а пространственное разрешение намного ниже по сравнению с МОЦАО [4]. Заметим, что MICS можно рассматривать как развитие упоминавшейся здесь термодинамической модели Адема [5]. Преимущество MICS состоит в том, что, будучи существенно проще, чем МОЦАО, они позволяют выполнять численные эксперименты большой длительности без значительных затрат вычислительных ресурсов. Именно поэтому MICS до сих пор популярны как основа ESM [6, 7]. В то же время, рост производительности вычислительной техники позволяет в настоящее время приступить к построению ESM на основе МОЦАО.

Включение ледниковых щитов в ESM связано с определёнными методологическими трудностями:

1) аккуратное описание динамики ледникового щита требует существенно большего пространственного разрешения, чем в МОЦАО;

2) шаг по времени при интегрировании уравнений динамики ледникового щита и уравнений динамики атмосферы и океана различается на порядки. В зависимости от сложности современных моделей ледниковых щитов шаг по времени, как правило, составляет от нескольких суток до одного года, в то время как интегрирование МОЦАО требует шага по времени несколько минут;

3) зависимость обоих типов моделей от конкретных значений многочисленных параметров, которые далеко не всегда оказываются совместимыми при сопряжении моделей, что ведёт к нереалистичным или трудно интерпретируемым результатам;

4) определённые сложности при валидации моделей ввиду относительно коротких рядов на-

блюдений за состоянием ледниковых щитов и несопоставимо большего времени их отклика на внешнее воздействие по сравнению с атмосферой и океаном.

В рамках проекта по созданию ESM на базе климатической модели Института вычислительной математики (INMCM) мы разработали процедуры для подключения к ней моделей Антарктического (AISM) и Гренландского (GrISM) ледниковых щитов [8, 9]. В настоящее время AISM подключена к INMCM «напрямую», т.е. только с использованием процедуры интерполяции при переходе с пространственной сетки климатической модели к пространственной сетке AISM. Для подключения GrISM применяется более сложная методика, вызванная прежде всего тем, что поверхностное таяние на окраинах щита – важнейший фактор в балансе массы. Прямая передача результатов моделирования из INMCM в GrISM ведёт к искажению расчётов в основном из-за недостаточного пространственного разрешения в атмосферном блоке INMCM ($5 \times 4^\circ$) [10]. Для более реалистичного воспроизведения полей приземной температуры воздуха и сумм осадков мы разработали и протестировали относительно простую энергволагодансовую модель, которая, с одной стороны, служит буфером между INMCM, а с другой – GrISM. Общий методологический подход к построению буферной модели и её первоначальная версия изложены в работах [1, 3]. В более позднюю её версию, применяемую в настоящее время, внесены существенные изменения. В серии диагностических и прогностических численных экспериментов анализируется реалистичность модельных результатов и исследуется чувствительность составляющих пресноводного стока к ключевым модельным параметрам.

Метод подключения GrISM к INMCM

Для расчёта составляющих баланса массы (SMB – surface mass balance) крайне важны поля температуры и осадков; пространственное же разрешение модели INMCM не позволяет должным образом учесть влияние орографии на эти параметры. Поэтому GrISM к INMCM подключается не напрямую, а через относительно простую энергволагодансовую модель ЭВБМ-Г

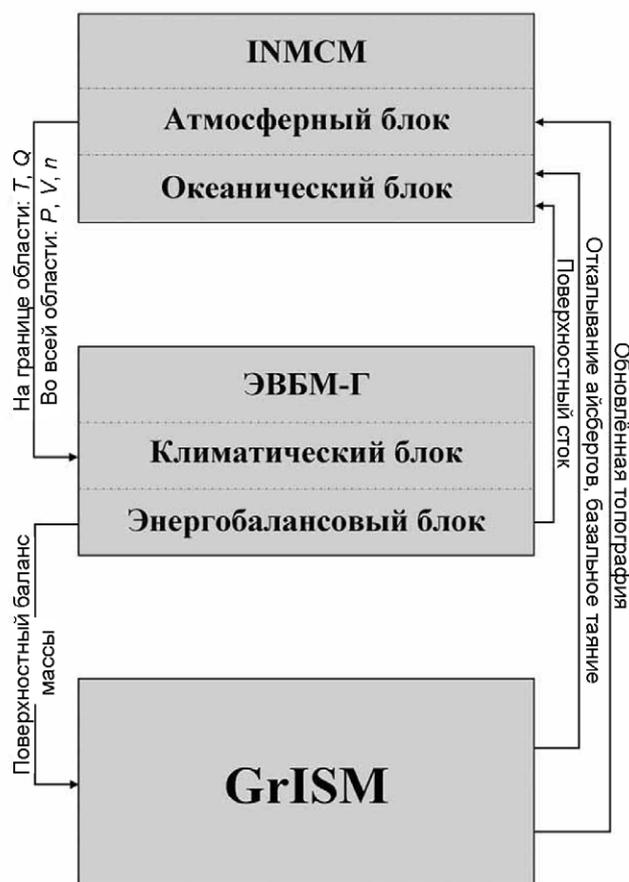


Рис. 1. Схема подключения модели Гренландского ледникового щита GrISM к климатической модели INMCM с использованием буферной энергволагодансовой модели ЭВБМ-Г

Fig. 1. Coupling scheme of the Greenland ice sheet model GrISM and climatic model INMCM using a buffer energy- and water balance model EWBM-G

(рис. 1). Этот метод был предложен А. Робинсоном и др. [6], однако в связи с тем, что он был разработан для подключения ISM к MIC малого пространственного разрешения, наша версия буферной модели потребовала создания собственных расчётных алгоритмов и пересмотра значений некоторых модельных параметров.

ЭВБМ-Г состоит из двух связанных блоков – условных климатического и масс-балансового. Функция ЭВБМ-Г состоит в усвоении среднесуточных данных о температуре приземного воздуха и приземной удельной влажности на границах области, включающей в себя Гренландию, и преобразовании их в годовые величины SMB и поверхностного стока с учётом влияния рельефа. SMB предназначен для использования в GrISM,

значения стока передаются в океанический блок INMCM, куда также попадают базальный и ледниковый сток через морские участки границы щита (рассчитывается в GrISM). Для параметризации радиационных потоков в ЭВБМ-Г передаются также среднесуточные значения полей приземного давления и скорости ветра, а также поля общей облачности. Эти величины не подвергаются изменению в ЭВБМ-Г.

Структура ЭВБМ-Г

Климатический блок ЭВБМ-Г. В основе ЭВБМ-Г лежат два уравнения диффузии – тепла и влаги – для условных единичных столбов атмосферы. В отличие от первоначальной версии модели [10], вместо сферических координат используются декартовы, а уравнения решаются в прямоугольной области (рис. 2):

$$c_p \rho_a h_a \frac{\partial T_{SL}}{\partial t} = \nabla^2 (D_T T_{SL}) + (1 - \alpha_p) S - (A + BT) + L_w P_w + (L_w + L_s) M_S; \quad (1)$$

$$\rho_a h_e \frac{\partial q}{\partial t} = \nabla^2 (D_q q) - P. \quad (2)$$

Значения параметров в формулах (1) и (2) и последующих уравнениях даны в табл. 1. Переменные в формулах (1) и (2): T_{SL} – температура воздуха на уровне моря; T – температура приземного воздуха; D_T и D_q – коэффициенты крупномасштабной диффузии температуры воздуха и удельной влажности соответственно; S – коротковолновая солнечная радиация у поверхности; q – удельная влажность приземного воздуха; P – сумма осадков. В правой части уравнения (1) собраны члены (со второго по четвёртый), отвечающие за источники и стоки тепла – поглощённая солнечная радиация, баланс длинноволновой радиации, скрытое тепло конденсации и снегообразования. Планетарное альbedo параметризуется в соответствии с [6]:

$$\alpha_p = C_0 + C_\alpha \alpha_s,$$

где α_s – альbedo поверхности [11].

Поглощённая солнечная радиация зависит от прозрачности атмосферы, которая представляет собой эмпирическую функцию абсолютной высоты [12]. Поверхностная температура воздуха

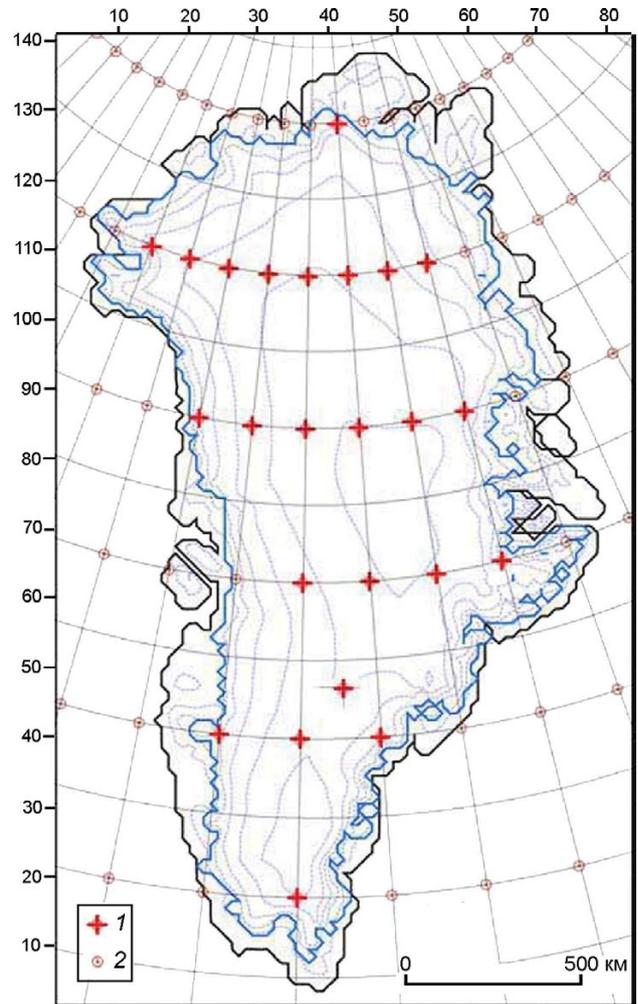


Рис. 2. Область, в которой проводятся расчёты на ЭВБМ-Г.

Боковая оцифровка показывает нумерацию узлов регулярной 20-километровой декартовой сетки; 1 – пространственная сетка $5 \times 4^\circ$, используемая в INMCM; 2 – узлы сетки INMCM, попадающие во внутреннюю область GrIS и используемые для обновления топографии ледникового щита в прогностических расчётах; изолинии современной измеренной высоты поверхности Гренландии проведены через 500 м

Fig. 2. Spatial domain where calculations on the EWBM-G are carried out.

Indicated at the sides, are the numbers of the regular Cartesian grid; 1 – gridpoints of the $5 \times 4^\circ$ grid employed in the INMCM; 2 – gridpoints in the internal area of the GrIS, which are used for the surface topography updating in prognostic runs. 500-m interval contour lines indicate present-day Greenland surface elevation

вычисляется с использованием пространственно-однородного вертикального градиента

$$T = T_{SL} + \tilde{\gamma} z, \quad (3)$$

который меняется в пределах $4,6\text{--}8,9^\circ\text{C км}^{-1}$ (табл. 2) в зависимости от месяца [13]. Заметим,

Таблица 1. Значения параметров в климатическом и масс-балансовом блоках энергволагодобалансовой модели

Параметр	Единица измерения	Наименование/уравнение	Значение
A	Вт м ⁻²	Параметр в формуле (1)	222,3
B	Вт К ⁻¹ м ⁻²	Параметр в формуле (1)	1,97
C_0	—	Параметр в формуле (3)	0,35
C_a	—	Параметр в формуле (3)	0,36
	Дж кг ⁻¹ К ⁻¹	Теплоёмкость приземного воздуха	1000
	м	Условная высота атмосферного столба	8600
	м	Условная высота «влажного» атмосферного столба	2000
	—	Параметр в формуле (5)	150–350
K_S	кг м ⁻² день ⁻¹	Параметр в формуле (13)	6,34 × 10 ⁻⁶ (лёд) 4,42 × 10 ⁻⁶ (снег)
K_L	кг м ⁻² день ⁻¹	Параметр в формуле (13)	11,14 × 10 ⁻⁶ (лёд) 7,77 × 10 ⁻⁶ (снег)
L_S	Дж кг ⁻¹	Удельная теплота плавления	3,35 × 10 ⁵
L_w	Дж кг ⁻¹	Удельная теплота парообразования	2,256 × 10 ⁶
s	с	Продолжительность суток	86400
T_0	К	Температура замерзания пресной воды	273,15
ε	—	Постоянная в формуле (8)	0,98
η_ϕ	(градусы широты) ⁻¹	Параметр в формулах (6) и (7)	0,57288
η_z	м ⁻¹	Параметр в формуле (6)	0,00125
κ_T	Вт К ⁻¹	Коэффициент крупномасштабной диффузии тепла	1 × 10 ¹³
κ_Q	кг с ⁻¹	Коэффициент крупномасштабной диффузии влаги	1 × 10 ¹⁰
σ	Вт м ⁻² К ⁻⁴	Постоянная Стефана-Больцмана	5,67 × 10 ⁻⁸
ρ_a	кг м ⁻³	Плотность приземного воздуха	1,2754
τ	с	Условное время влагооборота атмосфере	3,32 × 10 ⁵

Таблица 2. Среднемесячный вертикальный градиент приземной температуры воздуха, °С км⁻¹ [13]

Месяц	Значение градиента	Месяц	Значение градиента
I	-7,9	VII	-4,6
II	-8,9	VIII	-5,7
III	-7,9	IX	-6,9
IV	-7,3	X	-7,3
V	-5,9	XI	-6,5
VI	-4,7	XII	-7,6

что в данном случае речь идёт не о вертикальном градиенте в свободной атмосфере, а о вертикальном градиенте при изменении абсолютной высоты подстилающей поверхности.

Расходная часть в формуле (2) – сумма осадков, зависящая от удельной влажности, общего балла облачности n , условного времени влагооборота в атмосфере τ и градиента поверхности ∇z_s [6, 14], составляет:

$$P = \left(1 + k |\nabla z_s|\right) \frac{nq}{\tau}. \quad (4)$$

Доля твёрдых осадков в общей сумме выпадающих осадков зависит от приземной температуры воздуха T в уравнении (3), $M_s = Pf(T)$.

Коэффициент f синусоидально зависит от приземной температуры в диапазоне значений от -7 до $+7$ °С и считается равным единице при $T \leq -7$ °С (выпадает только снег) и равным нулю при $T \geq 7$ °С (выпадает только дождь) [15]. Коэффициенты диффузии в выражениях (1) и (2) пространственно неоднородны [15]:

$$D_T = \kappa_T (1 - \eta_\phi \phi)(1 - \eta_z z); \quad (5)$$

$$D_q = \kappa_q (1 - \eta_\phi \phi), \quad (6)$$

где ϕ – географическая широта; z – абсолютная высота.

Масс-балансовый блок ЭВБМ-Г. Энергетический баланс массы на поверхности ледникового щита [16] определяется как

$$E = SW_\downarrow (1 - \alpha_s) - \varepsilon \sigma T_s^4 + LW_\downarrow + H + LE + G_S,$$

где первый член в правой части представляет собой поглощённую солнечную радиацию, второй – излучение поверхности, третий – противоизлучение атмосферы, четвёртый – поток явного турбулентного тепла, пятый – поток скрытого турбулентного тепла, шестой – теплообмен

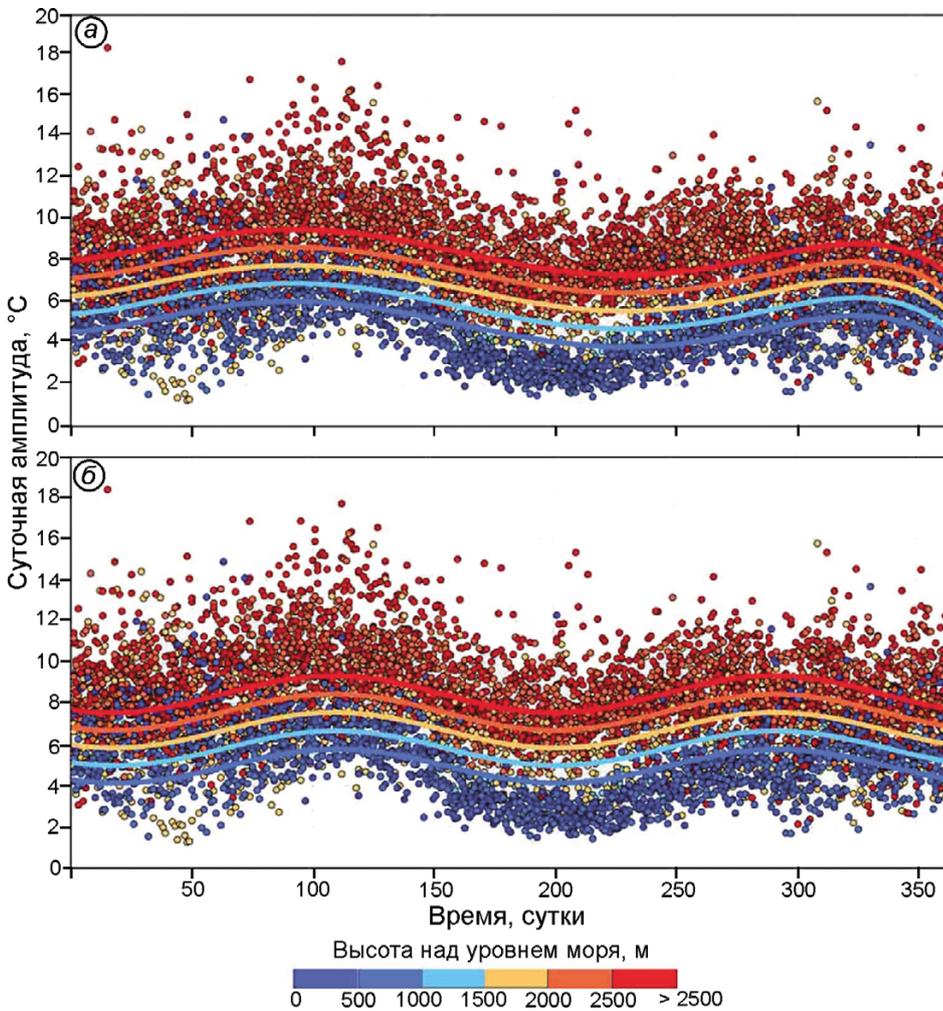


Рис. 3. Полиномиальная (а) и гармоническая (б) аппроксимации средних многолетних суточных амплитуд приземной температуры воздуха (°C), наблюдаемых на 21 автоматической метеостанции сети GC-Net [15].

Исходные наблюдения показаны цветными кружками, аппроксимирующие кривые для высотных интервалов – цветными линиями

Fig. 3. Polynomial (a) and harmonic (b) approximations of multi-annual average daily amplitudes of surface air temperature (°C) measured at 21 automatic weather stations of the GC-Net [15].

Colored circles indicate original observations, colored lines – approximation curves

с нижележащим слоем. Считается, что температура поверхности T_S совпадает с приземной температурой воздуха T_A , но не может быть выше температуры таяния, т.е.

$$T_S = T_A \quad T_A \leq T_0$$

$$T_S = T_0 \quad T_A > T_0,$$

где T_A – приземная температура воздуха.

Ежечасные значения T_A определяются из рассчитанной в ЭВБМ-Г по граничным условиям INMCM среднесуточной температуры \bar{T}_A :

$$T_A = \bar{T}_A - \tilde{T}_A \cos\left(2\pi \frac{t}{24}\right),$$

где \tilde{T}_A – суточная амплитуда, $t = 0, \dots, 23$ – время в часах.

Это – ключевая переменная, определяющая интенсивность поверхностного таяния и, следовательно, объём поверхностного стока [3]. Анализ многолетних ежечасных измерений

приземной температуры воздуха на 21-й автоматической метеостанции сети GC-Net [17] позволил построить линейную зависимость \tilde{T}_A от высоты и от времени (рис. 3):

полиномиальную –

$$\tilde{T}_A = t_0 + c_1 m + c_2 m^2 + c_3 m^3 + c_4 m^4 + c_5 m^5 + l_0 + l_1 z \quad (7)$$

и гармоническую –

$$\tilde{T}_A = t_0 + (a_0 + a_1 z) \sin[4\pi m/365 + (b_0 + b_1 z)] + (f_0 + f_1 z), \quad (8)$$

где $m = 1, \dots, 365$ – день стандартного года; z – абсолютная высота.

В целом уравнения (7) и (8) дают очень схожие результаты расчётов составляющих баланса массы (в пределах 1% по всем составляющим), однако среднеквадратическое отклонение \tilde{T}_A от наблюдаемой амплитуды в случае гармонической аппроксимации (при $t_0 = 0$) несколько меньше (0,62 и 0,86 соответственно). Необходимость введения t_0 обсуждается в следующем

Таблица 3. Значения постоянных в аппроксимирующих уравнениях (7) и (8) для суточной амплитуды приземной температуры воздуха

Полиномиальная (7)		Гармоническая (8)	
наименование	значение	наименование	значение
c_1	$5,7 \times 10^{-3}$	a_0	0,798
c_2	$6,1 \times 10^{-4}$	a_1	$4,2 \times 10^{-6}$
c_3	$7,9 \times 10^{-6}$	b_0	4,053
c_4	$4,3 \times 10^{-8}$	b_1	$3,3 \times 10^{-6}$
c_5	$3,9 \times 10^{-11}$	f_0	4,121
l_0	3,748	f_1	$1,749 \times 10^{-3}$
l_1	$1,75 \times 10^{-3}$		

разделе. Значения остальных параметров даны в табл. 3.

Сумма второго и третьего членов в правой части уравнения (1) представляет собой эффективное излучение, определяемое по формуле Брента с поправкой на облачность. Потoki явного H и скрытого LE турбулентного тепла рассчитываются только для случая $T_A > T_0$ [18]:

$$H = \frac{L_m K_S (T_A - T_0) \nu p}{s}; \quad (9)$$

$$LE = \frac{L_m K_L (e - e_s) \nu}{s}, \quad (10)$$

где L_M – удельная теплота плавления; ν – модуль скорости ветра; p – атмосферное давление; e – упругость водяного пара; e_s – упругость насыщения.

Согласно выражениям (9) и (10), H – всегда положителен, а LE – всегда отрицателен, причём значения обоих потоков отличны от нуля только в области абляции. Для расчётов стока это ограничение несущественно, поскольку область значений $T_A > T_0$ фактически задаётся независимо от расчётов энергетического баланса. Членом G_S мы пренебрегаем из-за его крайне малого вклада в энергетический баланс. Величина G_S на большей части территории Гренландского ледникового щита (GrIS) составляет в зимние месяцы от -2 до -8 Вт m^{-2} , а в летние – от 1 до 5 Вт m^{-2} , т.е. по меньшей мере на порядок меньше первых трёх членов правой части уравнения (8) [16].

Годовой баланс массы на поверхности GrIS за один модельный год, SMB , выражается как разность между аккумуляцией AC и стоком RO :

$$SMB = \sum_1^{365} [AC - RO] = \sum_1^{365} [(PS + PL - SU - QE) - (M - RF)]. \quad (11)$$

Аккумуляция складывается из суммы выпавших твёрдых и жидких осадков, PS и PL , из которых вычитается количество испарившейся влаги с поверхности SU (пропорциональна LE) и испарившегося в воздухе снега QE . Существующие методы параметризации последнего слагаемого ненадёжны, поэтому мы его опускаем. Величина стока складывается из растаявшего снега и льда M и суммы жидких осадков, за вычетом вторично замёрзшей талой воды и частично замёрзших жидких осадков RF . Как было отмечено в предыдущем разделе, доли PS и PL в общем количестве осадков зависят от T_A . Величина E определяет количество энергии, доступной для таяния снега/льда:

$$M = \max(E, 0) / L_M \quad T_S \geq T_0$$

$$M = 0 \quad T_S < T_0.$$

Количество повторно замёрзшей талой воды RF ограничивается количеством доступной для замерзания воды W_r , пористостью поверхностного слоя снега/фирна и балансом энергии на поверхности. В упрощённом случае без привлечения модели, описывающей процесс просачивания воды в тело снега/фирна, RF можно определить как [19]

$$RF = \min[P_r, W_r],$$

где P_r – потенциально-удерживаемая вода; для её расчёта в [20] была предложена формула

$$P_r = \frac{\max(E, 0) [1 - \exp(-T_{sn})]}{L_m}, \quad (12)$$

где T_{sn} – средняя температура верхнего двухметрового слоя снега/фирна, °C.

В работе [21] показано, что формула (12) работает при замене T_{sn} на $T_s - T_0$. В соответствии с нашей оценкой, при такой замене в формуле (12) корректные результаты получаются, если

$$P_r = \frac{\max(E, 0) [1 - R^{(T_s - T_0)}]}{L_m},$$

где $R = 1,2$.

Будем считать, что вся талая или выпавшая в виде дождя вода либо повторно замерзает в течение тех же суток, когда имело место таяние или выпадение жидких осадков, либо удаляется из верхнего слоя снега/фирна, т.е. считается стоком.

Расчёт изменения массы GrIS

Расчёт вариации массы GrIS в условиях климатических изменений — это, фактически, одна из ключевых целей включения GrISM в ESM. Изменения топографии будут иметь ограниченный и в основном региональный эффект на атмосферную циркуляцию. Эффект от изменения массы GrIS будет глобальным, прежде всего в результате увеличения среднего уровня Мирового океана. Расход массы GrIS складывается из трёх компонентов — поверхностного стока (RO в уравнении 11), «базального» стока, формирующегося за счёт таяния ледникового щита на нижней границе, и расхода льда за счёт откалывания айсбергов на морских участках границы GrIS. В реальности, основная масса айсбергов выносятся через немногочисленные выводные потоки (хотя общее число окраинных ледников исчисляется сотнями). О масштабах расхода массы через окраинные ледники говорят следующие цифры. Например, согласно недавней оценке [22], объём льда, ежегодно выносимый ледником Якобсхавн (Jakobshavn Isbræ), через который дренируется 7,5% территории GrIS, достигал 50 Гт год^{-1} (около 45 Гт год^{-1} в водном эквиваленте). Расход ледника Якобсхавн оценивался в 24 Гт год^{-1} в 1996 г. и в 46 Гт год^{-1} в 2005 г. А суммарный расход 12 окраинных ледников Гренландии (с расходом более 10 Гт год^{-1}) составлял в 1996 г. 185 Гт год^{-1} , т.е. чуть менее половины всего расхода через морскую границу [15]. Общий расход льда только двух ледников — Кангерлуссуак и Хельхейм (Kangerdlugssuaq, Helheim) — в 1996 г. был равен около 38% общего расхода Восточной Гренландии. Разумеется, в GrISM, пространственное разрешение которой 20 км, невозможно описать расход льда окраинными ледниками напрямую, поэтому поток льда через морскую границу рассчитывается как произведение толщины льда на осреднённую по глубине скорость течения в ячейке ледникового щита, граничащей с океаном.

Направление поверхностного стока определяется по одному из восьми направлений в сторону максимального градиента поверхности (рис. 4, а). Алгоритм расчёта построен таким образом, что весь объём стока концентрируется в пограничных точках острова. Все осадки, выпадающие на сво-

бодной ото льда территории, также учитываются как поверхностный сток.

Вклад «базальной» составляющей BRO невелик — 3–6% поверхностного стока. Её объём оценивается, исходя из скорости базального таяния, которая рассчитывается в GrISM. Направление потока талой воды определяется как и направление потока поверхностного стока по восьми направлениям, однако для расчёта максимального градиента используется гидравлический потенциал Φ [23]:

$$\Phi \approx \rho_i g (h + 0,1b).$$

Разрешения GrISM достаточно для определения общего направления стока (см. рис. 4, б). Для корректного расчёта RO и BRO был исключён сток, аккумулирующийся в локальных депрессиях. Все три составляющие расхода массы суммируются на внешней границе максимального распространения GrIS во время последнего ледникового максимума, в ближайших к пограничным ячейкам, и перераспределяются между шестью точками стока на линии максимального распространения, соответствующими основным водосборным бассейнам. После этого величины суммарного расхода передаются в «привязанные» к точкам стока узлы сетки $1,5 \times 2^\circ$ океанического блока INMCM каждые два модельных часа; для этого производится соответствующий перерасчёт первоначальных сумм расхода. Их обновление происходит ежегодно.

Последовательность расчётов и численные методы

Модельные данные, осреднённые за одни модельные сутки, интерполируются методом двухмерной сплайн-аппроксимации в узлы 20-километровой сетки (см. рис. 2), при этом приземная температура воздуха и удельная влажность интерполируются только в узлы на границе, а приземное давление, абсолютное значение приземной скорости ветра и балл общей облачности — во все 20-километровые узлы области. Уравнения (1) и (2) климатического блока решаются неявным безусловно-устойчивым методом переменных направлений. Для ускорения сходимости на первом этапе производится расчёт полей T и Q на грубой сетке $40 \times 140 \text{ км}$ (каждый второй узел по оси x и каждый седьмой по оси y стандартной исходной 20-километровой сетки $83 \times 141 \text{ узел}$). Расчёт для каждых суток производится независимо. Таким об-

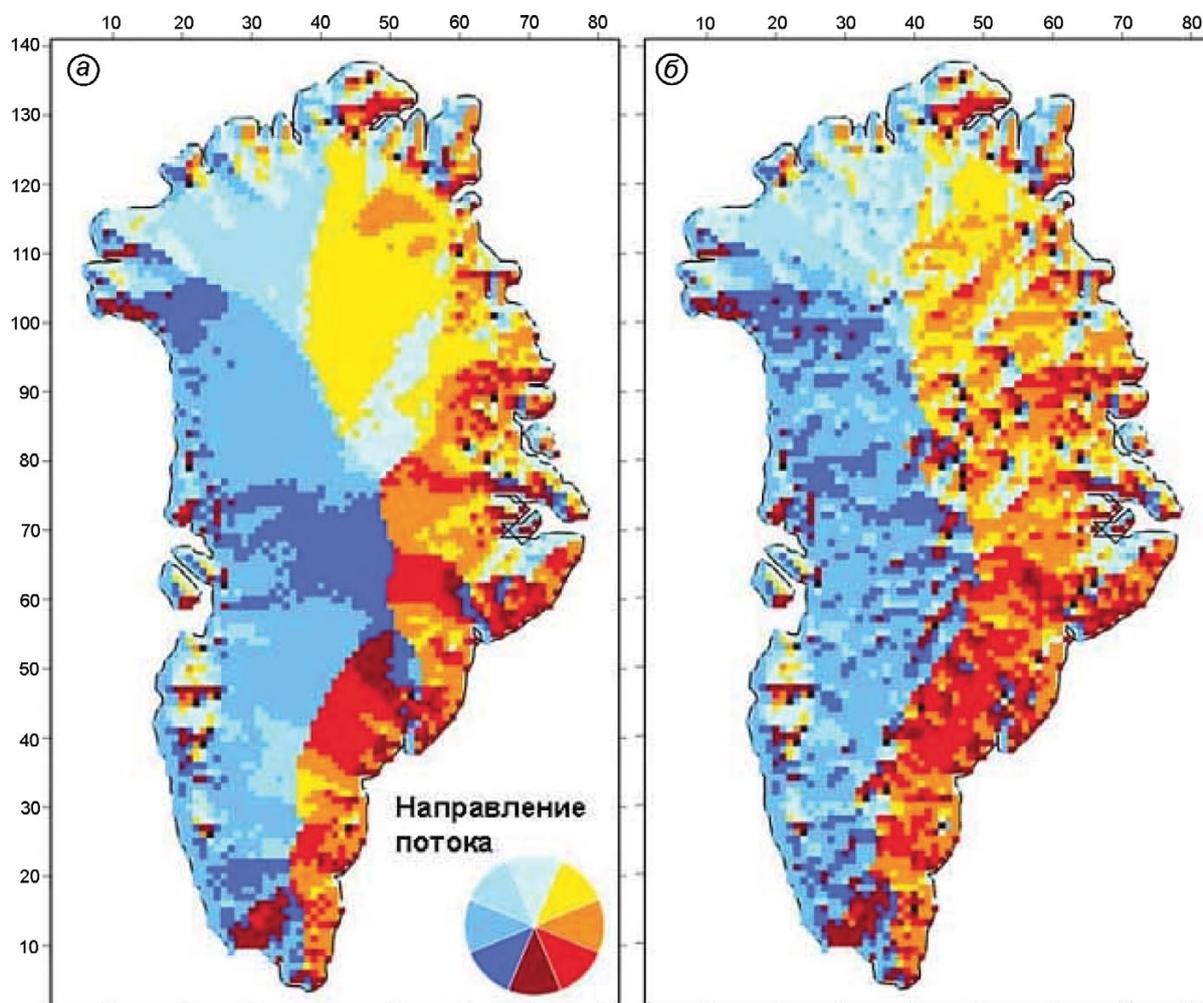


Рис. 4. Направления потока талой воды: поверхностного (а) и базального (б).

На врезке – цветная шкала направлений потока

Fig. 4. Melted water flow direction: surface (a), basal (b).

In the inset: color scale of flow directions

разом находятся стационарные состояния полей T и Q для каждого модельного дня. Масс-балансовый блок подключается на втором этапе.

Полученные значения годового поверхностного баланса массы передаются каждый модельный год в GrISM, где рассчитывается толщина льда. Обновлённые значения топографии поверхности интерполируются в узлы сетки INMCM и после пространственного сглаживания присваиваются этим узлам. Работа полной модели может вестись в синхронном или асинхронном режиме. В первом случае на каждый модельный год интегрирования INMCM приходится один модельный год интегрирования GrISM, обмен данными производится ежегодно. В случае асинхронного объединения на каждый модельный год INMCM приходится более

одного модельного года интегрирования GrISM. Асинхронное объединение позволяет существенно сократить время счёта, так как временной шаг для интегрирования GrISM – один год, а адаптация ледникового щита к обновлённым климатическим условиям происходит довольно медленно в силу большой инерции.

Модельные составляющих SMB и стока

Диагностические эксперименты. Модельное поле осадков над Гренландией определяется двумя переменными и двумя параметрами в уравнении (5). Величина параметра τ характеризует интенсивность осадков во всей области. Очевид-

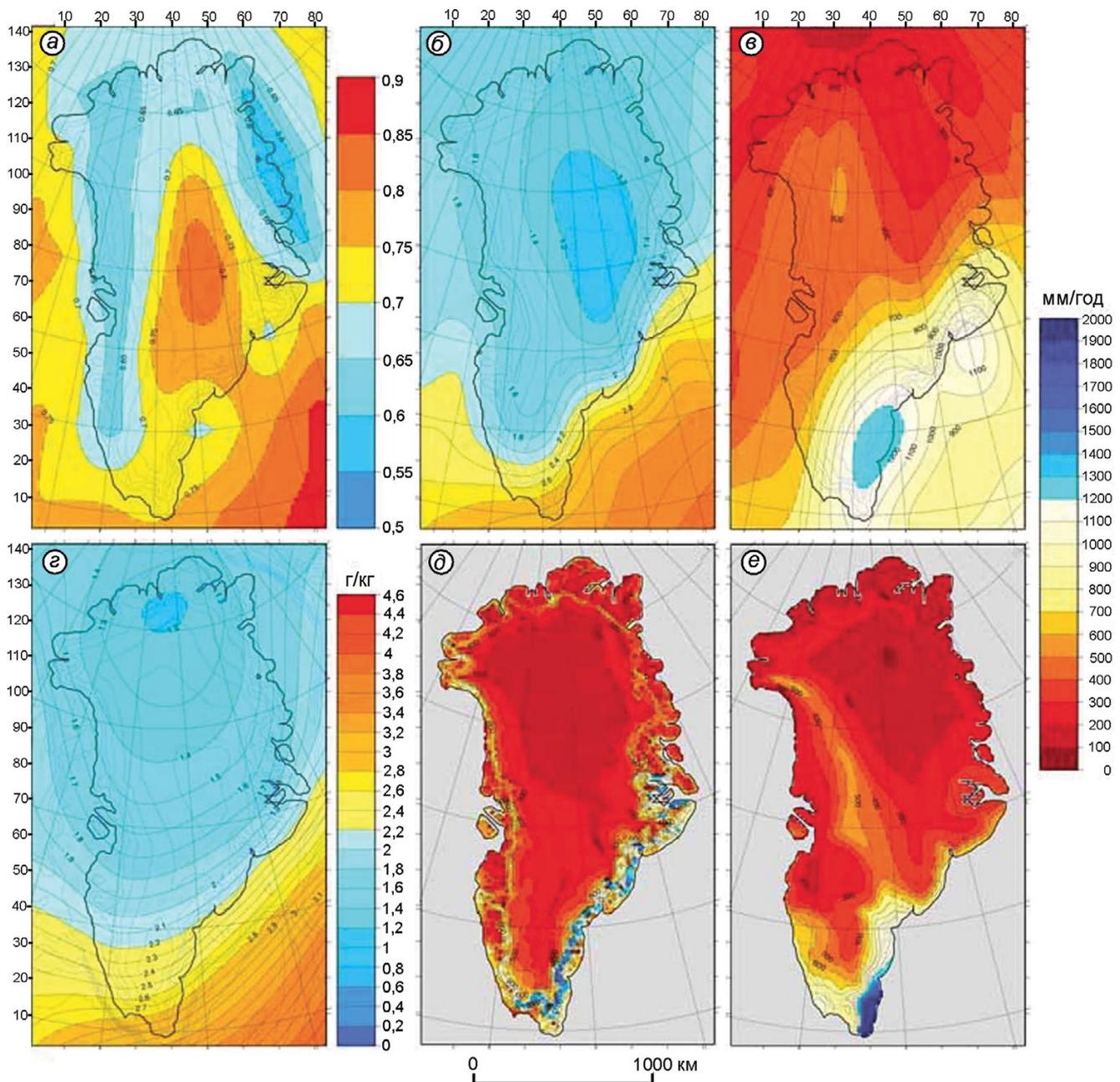


Рис. 5. Осреднённые поля среднегодовых значений общей облачности (а), приземной удельной влажности, г кг^{-1} (б) и годовых сумм осадков, мм (в), рассчитанные в INMCM в ходе 30-летнего численного эксперимента. Среднегодовая приземная удельная влажность, г кг^{-1} (з) и годовая сумма осадков, мм, (д) рассчитаны в ЭВБМ-Г. Реконструированное поле годовых сумм осадков, мм [24] (е)

Fig. 5. Fields of annual average cloudiness (a), surface specific humidity, g kg^{-1} (б) and annual precipitation sums, mm (в), calculated by INMCM during a 30-yr numerical experiment. Surface specific humidity, g kg^{-1} (з) and annual precipitation, mm (д), calculated in EWBM-G. Reconstructed field of annual precipitation, mm [24] (е)

но, что его конкретное и постоянное значение в достаточной мере условно. Предварительные эксперименты показали, что более оправдано использование значения $\tau = 3,8 \div 4,0$ сут. (см. табл. 1) вместо $\tau = 5$ сут. как в [6].

Поле общей облачности (рис. 5, а) рассчитывается в INMCM и не претерпевает изменений в ЭВБМ-Г. Поле приземной удельной влажности задаётся на границах расчётной области (см. рис. 2) и в ходе расчётов перераспределяется в соответствии

с генерируемым полем осадков (см. рис. 5, *з, д*). Разумеется, два этих поля несколько отличаются от тех, что рассчитываются в INMCM (см. рис. 5, *б, в*). Очевидно, что поле осадков INMCM в гораздо меньшей степени привязано к рельефу. По сравнению с реконструированным полем [24] (см. рис. 5, *е*) и полем, рассчитанным в ЭВБМ-Г, оно более «сглажено», и количество осадков в Северной Гренландии существенно завышено [1].

Реконструкция [24], по-видимому, также несколько занижает количество осадков в прибрежных районах восточной и юго-восточной Гренландии, где определяющую роль играет рельеф. Это обстоятельство подтверждено в численных экспериментах с региональной климатической моделью RASMO/2GR, имеющей пространственное разрешение 11 км [12]. Из результатов, полученных в работе [12], следует, что для аккуратного расчёта количества осадков в областях с расчлнённым рельефом или с большими значениями уклонов поверхности необходимо пространственное разрешение, существенно превышающее разрешение МОЦАО. Хотя пространственное разрешение ЭВБМ-Г (20 км) несколько ниже, чем RASMO2/GR (11 км), оно позволяет рассчитывать осадки с большей точностью, чем INMCM. В связи с тем, что количество осадков в Гренландии в значительной степени зависит от орографиче-

ских условий, а повышенные значения сконцентрированы в узкой прибрежной полосе на юге, юго-востоке и востоке острова [9], уравнение (4) позволяет гораздо реалистичнее описать поле осадков по сравнению с простой интерполяцией поля, генерируемого INMCM [10].

Сопоставление модельных полей осадков с реконструкцией [24] позволило установить границы вариаций параметра k , определяющего степень влияния рельефа на интенсивность осадков ($150 \leq k \leq 350$). Мы провели серию из 105 численных экспериментов с современной конфигурацией GrIS [25], в которых параметры k и t_0 варьировали. Настраиваемый параметр t_0 определяет систематическое отклонение модельной \tilde{T}_A от наблюдаемой. Его введение обусловлено следующими соображениями. Анализ данных GC-Net показывает, что типичное значение среднеквадратического отклонения суточной амплитуды для диапазона высот 0–2500 м составляет в среднем 1,18–1,25 °С. Использование модельных климатических значений \tilde{T}_A приводит к занижению максимальных значений суточной температуры и соответственно количества талой воды. Введение t_0 призвано компенсировать сглаженный характер \tilde{T}_A .

Рассчитанная в результате суммарная аккумуляция варьировала в пределах 450–680 Гт год⁻¹ (рис 6, *а*). В аналогичных модельных расчётах эта

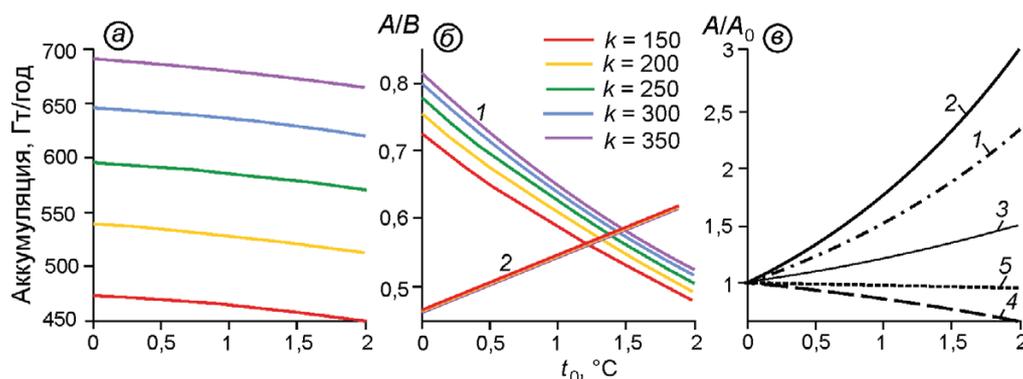


Рис. 6. Обобщённые результаты диагностических численных экспериментов с ЭВБМ-Г, в которых варьировались значения параметров t_0 и k :

а – суммарная аккумуляция, Гт год⁻¹; *б* – 1 – отношение суммарного стока (*A*) к суммарному таянию (*B*), 2 – отношение суммарного количества повторно замёрзшей воды (*A*) к суммарному таянию (*B*); *в* – отношение величин некоторых составляющих баланса массы (*A*) при $k = 250$ и $t_0 = 0 \pm 2$ °С к значениям при $t_0 = 0$ °С (A_0) (1 – таяние, 2 – повторное замерзание, 3 – сток, 4 – поверхностный баланс массы, 5 – аккумуляция)

Fig. 6. Generalized results of diagnostic numerical experiments with the EWBM-G with variations of the values of the parameters t_0 and k :

a – total accumulation, Gt yr⁻¹; *б* – 1 – ratio of the total run off (*A*) to the total melting (*B*), 2 – ratio of the total refrozen water (*A*) to the total melting (*B*); *в* – ratio of the selected mass balance components with $k = 250$ and $t_0 = 0 \pm 2$ °С to the values with $t_0 = 0$ °С (A_0) (1 – melting, 2 – refreezing, 3 – run off, 4 – surface mass balance, 5 – accumulation)

Таблица 4. Модельные компоненты поверхностного баланса массы Гренландского ледникового щита ($\text{км}^3 \text{год}^{-1}$ или $\text{Гт} \text{год}^{-1}$) для периода 1958–2007 гг. (Polar MM5 до 2006) [16]*

Модель	<i>PS</i>	<i>PL</i>	<i>AC</i>	<i>SU</i>	<i>RO</i>	<i>M</i>	<i>RF</i>	<i>SMB</i>	<i>RO/M</i>	<i>RF/M</i>
RACMO2/GR	696	46	716**	26	248	404	202	469±41	0,614	0,500
MAR	578	22	595**	5	307	580	295	288	0,529	0,509
Polar MM5	678	18	588	108	232	249	35	365	0,932	0,141
ERA-40	582**	28	572**	38	285	341	84	287	0,836	0,246

**PS* – твёрдые осадки; *PL* – жидкие осадки; *AC* – аккумуляция; *SU* – сублимация; *RO* – поверхностный сток; *M* – таяние; *RF* – вторично замёрзшая вода; *SMB* – поверхностный баланс массы; **рассчитано как $PS + PL - SU$.

величина находилась в пределах 540–717 $\text{Гт} \text{год}^{-1}$ (табл. 4). Обратим внимание, что оценки в табл. 4 даны для конкретных периодов времени, в течение которых могли наблюдаться значительные вариации аккумуляции, обусловленные либо внутренней изменчивостью модельного климата, либо естественной изменчивостью, если в качестве «внешнего» климата использовались данные реанализа. Зависимость суммарной аккумуляции от t_0 довольно слабая, так как рост сублимации (единственной переменной, влияющей на величину аккумуляции) при увеличении t_0 невелик. Естественно, что рост k приводит к росту аккумуляции, прежде всего на окраинах GrIS.

Как можно было ожидать, увеличение t_0 – причина роста суммарного таяния, однако при этом отношение суммарного стока к суммарному таянию падает с ростом t_0 (см. рис. 6, б). Это объясняется тем, что с ростом t_0 увеличивается количество повторно замёрзшей талой воды (кривая «Повторное замерзание» на рис. 6, в). Таяние растёт тоже, но не так быстро. Заметим, что отношение суммарной повторно замёрзшей воды к суммарному таянию практически не зависит от k и все пять прямых зависимости этого соотношения от t_0 на рис. 6, б сливаются в одну линию. Объективно оценить реалистичность модельных расчётов с большой уверенностью можно лишь при сравнении с данными наблюдений и расчётами, выполненными на их основе. Если приходную часть баланса можно сравнить с реконструкциями аккумуляции или данными АМС, то расходную часть сравнивать фактически не с чем. Этому препятствуют, на наш взгляд, два обстоятельства: высокая межгодовая изменчивость ключевой величины – поверхностного таяния [3]; невозможность выполнить прямые измерения величин в расходной части баланса массы в масштабах всего ледникового щита.

Наши оценки соотношений RO/M и RF/M в целом соответствуют аналогичным немногочис-

ленным оценкам из табл. 4. Для сравнения с нашими результатами из всех модельных результатов, собранных в [11], были отобраны лишь те, которые получены на основе численных экспериментов сопоставимой длительности и относятся к одному периоду времени. Соотношению RO/M (0,5–0,9 в предпоследней графе табл. 4) соответствуют значения $0 \leq t_0 \leq 1,8$ при всех k , а соотношению RF/M (0,1–0,5) – значения $0 \leq t_0 \leq 0,5$ для моделей RACMO2/GR и MAR. В последнем случае сопоставление возможно с результатами двух моделей – RACMO2/GR и MAR, так как RF/M , рассчитанное для результатов расчётов на моделях Polar MM5 и ERA-40, ниже наименьшего из значений наших оценок.

Прогностические эксперименты. Под прогностическими экспериментами подразумевается исследование работы связки моделей INMCM–ЭВБМ-Г–GrISM, в которой ведётся обмен данными между блоками в соответствии с рис. 1. В экспериментах реализовано асинхронное объединение: на каждый модельный год INMCM и ЭВБМ-Г приходится 100 модельных лет работы GrISM. При такой постановке эксперимента ледниковый щит приспособляется к модельному климату за 100 модельных лет, а атмосферный и океанический блоки INMCM усваивают небольшие изменения топографии и обновлённые значения стока с GrISM. В качестве начальных данных для GrISM использованы результаты одного из численных экспериментов [26], в котором было сгенерировано поле топографии поверхности и толщины льда с минимальными отклонениями от современного.

Используя аппроксимационное уравнение (12), мы провели четыре эксперимента длительностью 10 тыс. модельных лет с $t_0 = 0^\circ\text{C}$ (эксп. 1), $0,5^\circ\text{C}$ (эксп. 2), $1,0^\circ\text{C}$ (эксп. 3) и $1,5^\circ\text{C}$ (эксп. 4). Применение $t_0 > 1,5^\circ\text{C}$ показало свою нецелесообразность после первых модельных лет счёта. Очевидно, что собственная межгодовая изменчи-

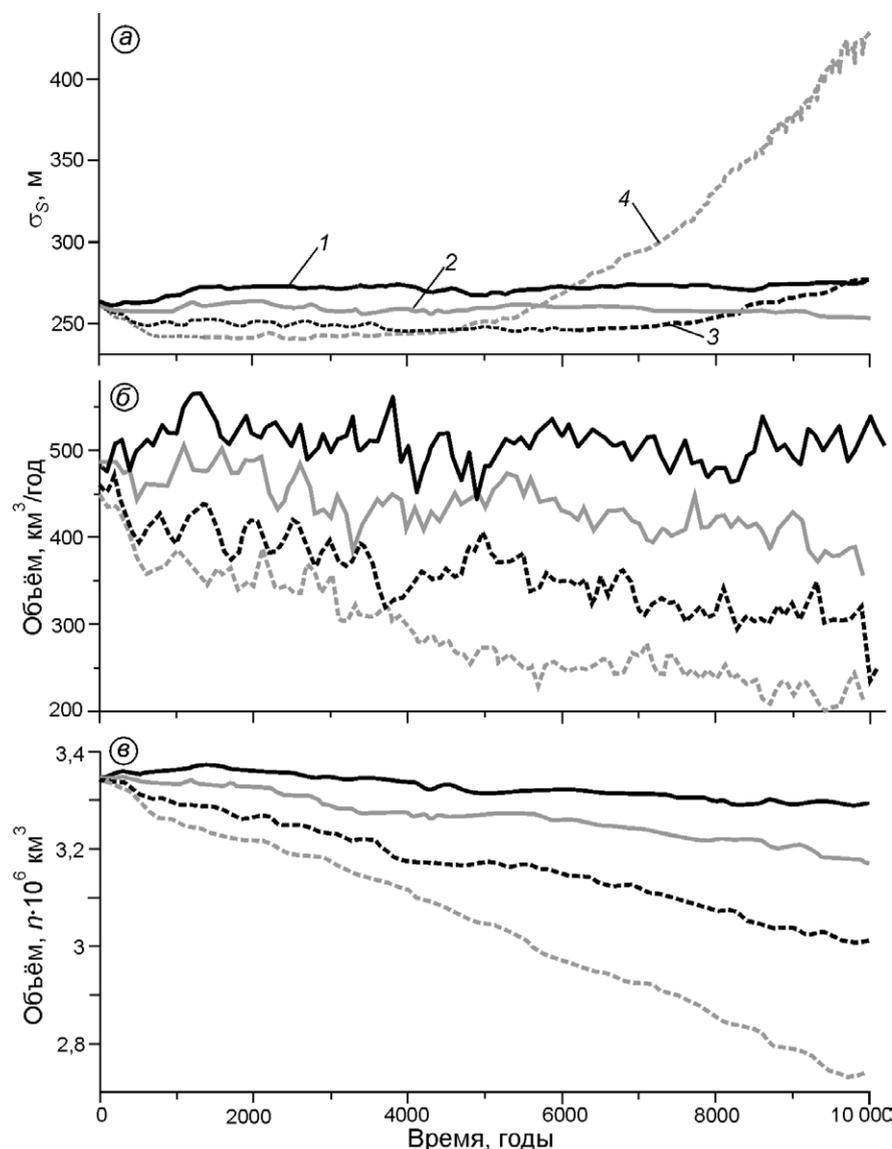


Рис. 7. Обобщённые результаты прогностических численных экспериментов (1–4) с системой моделей INMCM–ЭВБМ–Г–GrISM. Изменение среднеквадратического отклонения модельной высоты от наблюдаемой, м (а), ледникового стока через морские участки GrIS, $\text{км}^3 \text{год}^{-1}$ (б) и общего объёма GrIS, млн км^3 (в)

Fig. 7. Generalized results of prognostic numerical experiments (1–4) with a fully coupled system INMCM–EWBM–G–GrISM.

Change of the mean square error of the modeled surface elevation from the observed one, m (a), ice flow through the marine boundary of the GrIS, $\text{km}^3 \text{yr}^{-1}$ (b), total volume of the GrIS, mln. km^3 (c)

вость аномалий приземной температуры воздуха определяет верхний предел для t_0 в прогностических экспериментах. Резкий переход в состоянии GrIS происходит при росте t_0 с 1,0 до 1,5 °C. После приблизительно 5 тыс. модельных лет, в течение которых среднеквадратическое отклонение модельной топографии от наблюдаемой σ_s находится практически на одном уровне, начинаются резкая перестройка поля высоты поверхности и соответственно быстрое увеличение σ_s . Очевидно, что значение $t_0 = 1,5$ °C завышено, по-видимому, предельное значение $t_0 \approx 1,0$ °C.

В результате приспособления GrIS к модельным климатическим условиям во всех четырёх экспериментах происходит уменьшение объёма щита – от незначительного в эксп. 1 (1,5%) до су-

щественного в эксп. 4 (18,5%) (рис. 7, в). Снижение объёма сопровождается уменьшением доли расхода льда через морские участки границы (см. рис. 7, б) при практически неизменном объёме поверхностного стока. Последнее объясняется тем, что климатические условия, определяющие объём поверхностного стока, стационарны.

Заключение

Расчёт расхода массы – ключевая задача при оценке вклада ледниковых щитов в повышение уровня моря в периоды межледниковий. Задача оценки потенциального вклада Гренландского ледникового щита отличается от таковой для

Антарктического в силу различий их динамики, а также причин и движущих механизмов изменений. В случае GrIS ведущую роль в процессе расхода массы играют поверхностное таяние и связанные с ним явления – вторичное замерзание талой воды и удержание её в теле щита, а также скачкообразное изменение альбедо при отступании границы ледника. Очевидно, что интенсивность таяния зависит прежде всего от температуры приземного воздуха. В Антарктиде, в отличие от Гренландии, глобальный рост приземной температуры воздуха приведёт к интенсификации поверхностного таяния лишь в очень ограниченных окраинных областях и, согласно многочисленным оценкам, едва ли заметно повлияет на баланс массы щита. Здесь задействованы иные механизмы, связанные с зависимостью расхода массы AIS через линию налегания от изменения ряда внешних факторов. Учитывая сложность задачи реконструкций и прогноза вклада ледниковых щитов в изменение уровня Мирового океана, её решение невозможно без использования методов математического моделирования.

В настоящее время развитие вычислительных возможностей сделало возможным построение так называемых моделей земной системы. В них, наряду с традиционным атмосферным и океаническим блоками (фактически МОЦАО), включаются блоки биосферы, морского льда и ледниковых щитов. Настоящая работа есть продолжение исследований, начатых ранее [10, 11], и посвящена интеграции в модель земной системы, основой которой служит МОЦАО INMCM, Гренландского ледникового щита. Поскольку интерполяция полей INMCM в случае GrIS малоэффективна по причинам, рассмотренным в настоящей работе, мы применили метод использования буферной модели как интерфейса между МОЦА и GrISM, сформулированный в работе [6]. Буферная модель ЭВБМ-Г была протестирована в серии диагностических и прогностических численных экспериментов, в которых варьировали ключевые модельные параметры, определяющие интенсивность осадков и таяния. Диагностические эксперименты проводили с использованием осреднённых за 30 модельных лет данных INMCM и современной топографии GrIS. Выполнена оценка чувствительности составляющих баланса массы к межгодовой

изменчивости суточных аномалий приземной температуры воздуха. В диагностических экспериментах топография GrIS свободно эволюционировала, приспосабливаясь к меняющимся граничным условиям. В серии прогностических экспериментов показано, что с приспособлением GrIS к модельному доиндустриальному климату первоначально завышенный объём щита снижается. Было установлено пороговое значение для одного из ключевых модельных параметров, определяющих суточную амплитуду приземной температуры воздуха.

Сравнение составляющих поверхностного баланса массы, полученных в ходе диагностического моделирования, с такими же характеристиками, полученными на других аналогичных моделях, показало, что использование ЭВБМ-Г позволяет получить сопоставимые результаты при существенно меньших вычислительных затратах. Значительные сложности возникают при сравнении результатов с ходом реальных климатических процессов. Впрочем, это актуально для любых моделей, поскольку спутниковый мониторинг за колебаниями массы GrIS, а также за отдельными характеристиками, которые могли бы быть косвенно использованы для валидации модельных результатов (например, распространение области таяния), и данные наблюдений на двух десятках автоматических метеостанций стали доступны лишь в последние годы. Малая длительность рядов наблюдений, высокая межгодовая изменчивость и наличие линейных трендов в рядах ограничивают применение данных наблюдений для оценки надёжности модельных расчётов. Стратегически это, по-видимому, означает, что в обозримом будущем для оценки изменений состояния ледниковых щитов придётся придерживаться метода аномалий, т.е. все изменения сравнивать с референтным невозмущённым модельным состоянием.

Благодарности Авторы благодарны Ф. Хёбрехтсу (P. Huybrechts) из Свободного Университета Брюсселя (Vrije Universiteit Brussel), Бельгия, за предоставление исходного кода модели ледникового щита. Исследование выполнено в ИВМ РАН при поддержке Российского научного фонда (проект №14-27-00126 «Исследование климата Земли с помощью перспективной модели земной системы»).

Acknowledgments. We thank P. Huybrechts from Vrije Universiteit Brussel, Belgium, for providing the source code for ice sheet modeling. The work

was performed in INM RAS and funded by the Russian Foundation of Basic Research (grant 14-27-00126).

Литература

1. *Gates W.L.* The numerical simulation of ice-age climate with a global general circulation model // *Journ. of Atmospheric Science*. 1976. V. 33. P. 1844–1873.
2. *Adem J.* Numerical experiments on ice age climates // *Climate Dynamics*. 1981. V. 3. P. 155–171.
3. *Gallée H., Van Ypersele J.P., Fichefet T., Tricot Ch., Berger A.* Simulation of the Last Glacial Cycle by a coupled, sectorial averaged climate-ice sheet model: 2. Response to insolation and CO₂ variations // *Journ. of Geophys. Research*. 1992. V. 97. P. 15713–15740.
4. *Calov R., Ganapolski A., Petoukhov V., Claussen M.* Large-scale instabilities of the Laurentide ice sheet simulated in a fully coupled climate-system model // *Geophys. Research Letters*. 2002. V. 29. doi:10.1029/2002GL016078.
5. *Adem J.* Low resolution thermodynamic grid models // *Dynamics of Atmospheres and Oceans*. 1979. V. 3. P. 433–451.
6. *Robinson A., Calov R., Ganapolski A.* An efficient regional energy-moisture balance model for simulation of the Greenland Ice Sheet response to climate change // *The Cryosphere*. 2010. V. 4. P. 129–144.
7. *Roche D.M., Dumas C., Bügelmayr M., Chabrit S., Ritz C.* Adding a dynamical cryosphere to iLOVECLIM (version 1.0): coupling with the GRISLI ice-sheet model // *Geoscientific Model Development*. 2014. V. 7. P. 1377–1394.
8. *Huybrechts P.* Sea-level changes at the LGM from ice-dynamic reconstructions of the Greenland and Antarctic ice sheets during the glacial cycles // *Quaternary Science Reviews*. 2002. V. 21. P. 203–231.
9. *Huybrechts P., de Wolde J.* The Dynamic Response of the Greenland and Antarctic Ice Sheets to Multiple-Century Climatic Warming // *Journ. of Climate*. 1999. V. 12. P. 2169–2188.
10. *Рыбак О.О., Володин Е.М.* Использование энергволагодобалагсовой модели для включения криосферной компоненты в климатическую модель. Ч. I. Описание модели и расчетные климатические поля приземной температуры воздуха и осадков // *Метеорология и гидрология*. 2015. № 11. С. 33–45.
11. *Рыбак О.О., Володин Е.М., Невечеря А.П., Морозова П.А.* Использование энергволагодобалансовой модели для включения криосферной компоненты в климатическую модель. Ч. II. Модельный баланс массы на поверхности Гренландского ледникового щита // *Метеорология и гидрология*. 2016. № 6. С. 5–16.

References

1. *Gates W.L.* The numerical simulation of ice-age climate with a global general circulation model. *Journ. of Atmospheric Science*. 1976, 33: 1844–1873.
2. *Adem J.* Numerical experiments on ice age climates. *Climate Dynamics*. 1981, 3: 155–171.
3. *Gallée H., Van Ypersele J.P., Fichefet T., Tricot Ch., Berger A.* Simulation of the Last Glacial Cycle by a coupled, sectorial averaged climate-ice sheet model: 2. Response to insolation and CO₂ variations. *Journ. of Geophys. Research*. 1992, 97: 15713–15740.
4. *Calov R., Ganapolski A., Petoukhov V., Claussen M.* Large-scale instabilities of the Laurentide ice sheet simulated in a fully coupled climate-system model. *Geophys. Research Letters*. 2002, 29: doi:10.1029/2002GL016078.
5. *Adem J.* Low resolution thermodynamic grid models. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*. 1979, 3: 433–451.
6. *Robinson A., Calov R., Ganapolski A.* An efficient regional energy-moisture balance model for simulation of the Greenland Ice Sheet response to climate change. *The Cryosphere*. 2010, 4: 129–144.
7. *Roche D.M., Dumas C., Bügelmayr M., Chabrit S., Ritz C.* Adding a dynamical cryosphere to iLOVECLIM (version 1.0): coupling with the GRISLI ice-sheet model. *Geoscientific Model Development*. 2014, 7: 1377–1394.
8. *Huybrechts P.* Sea-level changes at the LGM from ice-dynamic reconstructions of the Greenland and Antarctic ice sheets during the glacial cycles. *Quaternary Science Reviews*. 2002, 21: 203–231.
9. *Huybrechts P., de Wolde J.* The Dynamic Response of the Greenland and Antarctic Ice Sheets to Multiple-Century Climatic Warming. *Journ. of Climate*. 1999, 12: 2169–2188.
10. *Rybak O.O., Volodin E.M.* Use of energy and water balance model for incorporation of the cryospheric component into a climatic model. Part I. Description of the model and simulated fields of surface air temperature and precipitation. *Meteorologiya i Gidrologiya. Meteorology and Hydrology*. 2015, 11: 33–45. [In Russian].
11. *Rybak O.O., Volodin E.M., Nevecherja A.P., Morozova P.A.* Applying of an energy- and water balance model for incorporation of the cryospheric component into a climatic model. Part II. Modelled mass balance on the surface of the Greenland ice sheet. *Meteorologiya i Gidrologiya. Meteorology and Hydrology*. 2016, 6: 5–16. [In Russian].
12. *Ettema J., van den Broeke M.R., van Meijgaard E., van de Berg W.J., Box J.E., Steffen K.* Climate of the Greenland ice sheet using a high-resolution climate

12. *Ettema J., van den Broeke M.R., van Meijgaard E., van de Berg W.J., Box J.E., Steffen K.* Climate of the Greenland ice sheet using a high-resolution climate model – Part 1: Evaluation // *The Cryosphere*. 2010. V. 4. P. 511–527.
13. *Fausto R.S., Ahlstrom A.P., Van As D. Bøggild C.E., Johnsen S.J.* A new present-day temperature parameterization for Greenland // *Journ. of Glaciology*. 2009. V. 55. P. 95–105.
14. *Petoukhov V., Ganopolski A., Brovkin V., Claussen M., Eliseev A., Kubatzki C., Rahmstorf S.* CLIMBER-2: a climate system model of intermediate complexity. Part I: model description and performance for present climate // *Climate Dynamics*. 2000. V. 16. P. 1–17.
15. *Rignot E., Kanagaratnam P.* Changes in the Velocity Structure of the Greenland Ice Sheet // *Science*. 2006. V. 311. P. 986–990.
16. *Ettema J., van den Broeke M.R., van Meijgaard E., van de Berg W.J.* Climate of the Greenland ice sheet using a high-resolution climate model – Part 2: Near surface climate and energy balance // *The Cryosphere*. 2010. V. 4. P. 529–544.
17. *Steffen K., Box J.* Surface climatology of the Greenland ice sheet: Greenland Climate Network 1995–1999 // *Journ. of Geophys. Research*. 2001. V. 106. P. 33951–33964.
18. *Braithwaite R.J., Olesen O.B.* A simple energy-balance model to calculate ice ablation at the margin of the Greenland ice sheet // *Journ. of Glaciology*. 1990. V. 36. P. 222–228.
19. *Janssens I., Huybrechts P.* The treatment of meltwater retention in mass-balance parameterizations of the Greenland ice sheet // *Annals of Glaciology*. 2000. V. 31. P. 133–140.
20. *Oerlemans J.* The mass balance of the Greenland ice sheet: sensitivity to climate change as revealed by energy-balance modeling // *The Holocene*. 1991. V. 1. P. 40–49.
21. *Reijmer C.H., van den Broeke M.R., Fettweis X., Ettema J., Stap L.B.* Refreezing on the Greenland ice sheet: a comparison of parameterizations // *The Cryosphere*. 2012. V. 6. P. 743–762.
22. *Holland D.M., Thomas R.H., De Young B., Riber-gaard M.H., Lyberth B.* Acceleration of Jakobshavn Isbræ triggered by warm subsurface ocean waters // *Nature Geoscience*. 2008. V. 1. doi:10.1038/ngeo316.
23. *Paterson W.S.B.* The physics of glaciers. 3rd edition. Oxford et al.: Elsevier, 1994. 480 p.
24. *Ohmura A., Reeh N.* New precipitation and accumulation map for Greenland // *Journ. of Glaciology*. 1991. V. 37. P. 140–148.
25. *Bamber J.L., Ekholm S., Krabill W.B.* A new, high resolution digital elevation model of Greenland fully validated with airborne laser altimeter data // *Journ. of Geophys. Research*. 2001. V. 106. P. 6733–6745.
26. *Рыбак О.О., Володин Е.М., Невечеря А.П.* Поток геотермического тепла в Гренландии и его влияние на модельную топографию ледникового щита // *Лёд и Снег*. 2015. № 4 (55). С. 19–34.
- model – Part 1: Evaluation. *The Cryosphere*. 2010, 4: 511–527.
13. *Fausto R.S., Ahlstrom A.P., Van As D. Bøggild C.E., Johnsen S.J.* A new present-day temperature parameterization for Greenland. *Journ. of Glaciology*. 2009, 55: 95–105.
14. *Petoukhov V., Ganopolski A., Brovkin V., Claussen M., Eliseev A., Kubatzki C., Rahmstorf S.* CLIMBER-2: a climate system model of intermediate complexity. Part I: model description and performance for present climate. *Climate Dynamics*. 2000, 16: 1–17.
15. *Rignot E., Kanagaratnam P.* Changes in the Velocity Structure of the Greenland Ice Sheet, *Science*. 2006, 311: 986–990.
16. *Ettema J., van den Broeke M.R., van Meijgaard E., van de Berg W.J.* Climate of the Greenland ice sheet using a high-resolution climate model – Part 2: Near surface climate and energy balance. *The Cryosphere*. 2010, 4: 529–544.
17. *Steffen K., Box J.* Surface climatology of the Greenland ice sheet: Greenland Climate Network 1995–1999. *Journ. of Geophys. Research*. 2001, 106: A33951–33964.
18. *Braithwaite R.J., Olesen O.B.* A simple energy-balance model to calculate ice ablation at the margin of the Greenland ice sheet. *Journ. of Glaciology*. 1990, 36: 222–228.
19. *Janssens I., Huybrechts P.* The treatment of meltwater retention in mass-balance parameterizations of the Greenland ice sheet. *Annals of Glaciology*. 2000, 31: 133–140.
20. *Oerlemans J.* The mass balance of the Greenland ice sheet: sensitivity to climate change as revealed by energy-balance modeling. *The Holocene*. 1991, 1: 40–49.
21. *Reijmer C.H., van den Broeke M.R., Fettweis X., Ettema J., Stap L.B.* Refreezing on the Greenland ice sheet: a comparison of parameterizations. *The Cryosphere*. 2012, 6: 743–762.
22. *Holland D.M., Thomas R.H., De Young B., Riber-gaard M.H., Lyberth B.* Acceleration of Jakobshavn Isbræ triggered by warm subsurface ocean waters. *Nature Geoscience*. 2008, 1: doi:10.1038/ngeo316.
23. *Paterson W.S.B.* The physics of glaciers, 3rd edition. Oxford et al.: Elsevier, 1994: 480 p.
24. *Ohmura A., Reeh N.* New precipitation and accumulation map for Greenland. *Journ. of Glaciology*. 1991, 37: 140–148.
25. *Bamber J.L., Ekholm S., Krabill W.B.* A new, high resolution digital elevation model of Greenland fully validated with airborne laser altimeter data. *Journ. of Geophys. Research*. 2001, 106: 6733–6745.
26. *Rybak O.O., Volodin E.M., Nevecherja A.P.* Geothermal heat flux in Greenland and its influence upon the ice sheet model topography. *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2015, 55 (4): 19–34. [In Russian].