

## Влияние снежного покрова на термический режим политермического ледника в условиях Западного Шпицбергена

© 2015 г. А.В. Сосновский, Ю.Я. Мачерет, А.Ф. Глазовский, И.И. Лаврентьев

Институт географии РАН, Москва

*alexandr\_sosnovskiy@mail.ru*

## Influence of snow cover on the thermal regime of a polythermal glacier in Western Spitsbergen

A.V. Sosnovsky, Yu.Ya. Macheret, A.F. Glazovsky, I.I. Lavrentiev

Institute of Geography, Russian Academy of Sciences, Moscow

*Статья принята к печати 19 января 2015 г.*

*Математическое моделирование, политермический ледник, снежный покров, толщина холодного слоя.*

*Mathematical modeling, polythermal glacier, snow cover, thickness of cold layer.*

Для условий Западного Шпицбергена на основе математического моделирования дана оценка влияния параметров снежного покрова, климатических условий и характеристик ледника на толщину холодного слоя политермического ледника и его термический режим в области абляции. Расчёты показали, что толщина холодного слоя политермического ледника зависит от соотношения абляции и скорости промерзания на нижней границе холодного слоя ледника. Если величина абляции меньше скорости промерзания на этой границе, то толщина такого слоя будет увеличиваться пока скорость промерзания не сравняется с величиной абляции. Проведённые расчёты показали, что в условиях небольших положительных температур воздуха на леднике с ростом толщины снежного покрова увеличивается толщина холодной части ледника.

Influence of snow cover, climate and glacier parameters on the cold-ice layer thickness and thermal regime in the ablation area of a polythermal glacier in Western Svalbard was investigated. Numerical modeling has demonstrated that a thickness of a cold layer in a polythermal glacier depends on a relation between the ablation on the surface and the freezing rate at the layer base. If the ablation rate is lower than that of the freezing, the layer thickness grows until the ablation and freezing rates become equal. Estimations show that in a case of slightly positive air temperatures on the glacier its cold-ice layer thickness increases when the snow cover thickness grows.

### Введение

Политермические ледники давно привлекают внимание специалистов [1, 8, 9]. Они состоят из верхнего слоя холодного льда и нижнего слоя тёплого водосодержащего льда. Динамика их структуры — следствие климатических изменений. Толщина слоя холодного льда политермических ледников зависит от многих факторов: температурных изменений, влажностного режима, параметров снежного покрова, величины абляции, внутреннего тепловыделения и др. В работе [20] рассматривается температурный режим политермических ледников, а также анализируются распределение температуры в пределах ледника и её динамика с учётом снежного покрова. Однако при оценке динамики толщины верхнего холодного слоя политермического ледника не затрагиваются условия фазового перехода на границе тёплого и холодного слоёв, которые и определяют изменение толщины этих слоёв. От внешних условий — температуры воздуха, периода и величины абляции, параметров снежного покрова — зависит значение теплового потока в ле-

дяной толще, который вместе с внутренними источниками тепла и влажностью льда определяет скорость роста толщины холодного слоя. Эта скорость уменьшается с ростом толщины холодного слоя. И если скорость абляции превышает скорость смещения фазовой границы слоя холодного льда, то толщина последнего будет сокращаться до момента, пока эти скорости не уравниваются. При этом толщина холодного слоя льда будет характеризовать условия и на поверхности ледника, и внутри него. К параметрам, определяющим эти условия, относятся: толщина ледника, угол наклона его поверхности, гидрологическая структура, величина абляции, климатические условия и т.п.

К одному из районов полярного оледенения, где по данным радиозондирования обнаружено широкое распространение политермических ледников, относится архипелаг Шпицберген [8, 21]. Анализ современных климатических условий в районах существования политермических ледников позволит оценить возможные изменения в их структуре. Цель нашей работы — оценить влияние разных факторов на толщину холодного слоя политерми-

ческого ледника и его термический режим в условиях Западного Шпицбергена.

### Постановка задачи

Решается нестационарная задача промерзания первоначально «тёплого» ледника с содержанием воды от 0,1 до 3% с учётом внутригодовой динамики температуры воздуха и толщины снежного покрова в области абляции. Рассматривается ледник с небольшой скоростью движения, влиянием которой на термическое состояние холодного слоя ледника в первом приближении можно пренебречь. Распределение температуры в снежном покрове в рамках одномерной модели находилось по уравнению Фурье

$$\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad (1)$$

а в леднике – по уравнению, приведённому в работах [5, 25]:

$$\rho_i c_i \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_i \frac{\partial T}{\partial y} \right) + A(1 - y/H) \frac{\partial T}{\partial y} + Q_i. \quad (2)$$

Второе и третье слагаемое правой части уравнения (2) представляют собой тепловыделения за счёт адвекции и внутреннего трения. Тепловыделение, связанное с внутренним трением, Вт/м<sup>3</sup>, вычисляется по формуле

$$Q_i = \sigma \frac{du}{dy},$$

где  $\sigma = \gamma \rho g \sin \alpha$ ;  $du/dy$  – скорость деформации, 1/с;  $\sigma$  – касательное напряжение, Па.

Принимая коэффициенты в законе Глена согласно работе [22], получим:  $du/dy = B\sigma^3$ , где  $B = 2,4 \cdot 10^{-24} \text{ с}^{-1} \cdot \text{Па}^{-3}$ . В результате определим тепловыделение за счёт внутреннего трения в виде  $Q_i = B(\gamma \rho g \sin \alpha)^4$ .

В уравнениях приняты следующие обозначения:  $\rho$ ,  $c$  и  $\lambda$  – соответственно плотность, теплоёмкость и коэффициент теплопроводности, нижние индексы которых  $s$  и  $i$  соответствуют снегу и льду;  $T$  – температура;  $H$  – толщина ледника;  $\alpha$  – угол наклона поверхности ледника;  $g$  – ускорение свободного падения;  $A = A_1 \rho_i c_i$ , где  $A_1$  – абляция; вертикальные координаты в снежном покрове  $x$  и в леднике  $y$  отсчитываются

от поверхности снега и дневной поверхности ледника соответственно. В модели приняты начальные и граничные условия.

1. На поверхности льда (снежного покрова) при  $x = 0$  задаётся условие теплообмена с атмосферой в виде

$$\lambda_{i(s)} \frac{\partial T_{i(s)}}{\partial x} = Q_{th} + Q_e + Q_r - Q_{sn}. \quad (3)$$

где  $Q_{th}$ ,  $Q_e$ ,  $Q_r$ ,  $Q_{sn}$  – потоки тепла соответственно за счёт конвективного теплообмена, испарения, эффективного излучения и солнечной радиации.

2. Теплообмен за счёт эффективного излучения в модели определяется по формуле Н.А. Ефимовой [3], полученной на основании массовых наблюдений по однотипным приборам на сети станций в разных географических условиях:

$$Q_r = \varepsilon \sigma_a T_a^4 (0,254 - 5 \cdot 10^{-5} e_a) (1 - n c_r) + 4 \varepsilon \sigma_a T_a^3 (T_{i(s),o} - T_a),$$

где  $\varepsilon$  – излучательная способность поверхности;  $\sigma_a$  – постоянная Стефана–Больцмана;  $T_a$ ,  $T_{i(s),o}$  – температура воздуха и поверхности соответственно, К;  $e_a$  – упругость водяного пара в воздухе;  $n$  – облачность;  $c_r$  – постоянная, линейно зависящая от широты местности и равная 0,8 и 0,7 на широте 70 и 45° соответственно.

3. Зависимость упругости водяного пара от температуры (воздуха и поверхности) аппроксимируется кусочно-линейными функциями типа  $e_a = a_1 T + b_1$ , что позволяет записать суммарный поток тепла в удобном для вычислений виде [16]:

$$Q_\Sigma = \alpha_e (T_{i(s),o} - T_{ae});$$

$$\alpha_e = \alpha (1 + 1,95 \cdot 10^{-2} a_1) + 0,205 (T_a/100)^3;$$

$$T_{ae} = [\alpha (T_a - 1,95 \cdot 10^{-2} (b_1 - e_a f)) + 19,9 (T_a/100)^4 + Q_{sn}] / \alpha_e,$$

где коэффициент теплообмена для льда принимается по формуле А.В. Павлова [14]  $\alpha = \nu^{0,5} (7 + 7,2 \nu^{-2})$ , а для снега – по формуле П.П. Кузьмина [7]  $\alpha = 3,4 + 2,2 \nu$ ;  $\nu$  – скорость ветра;  $f$  – влажность воздуха.

4. На границе промерзания (границе холодного и «тёплого» льда) задаётся условие Стефана:

$$\rho L w_1 \frac{d\xi}{dx} = \Delta Q_T; \quad (4)$$

$$\Delta Q_T = \lambda_{if} \left. \frac{\partial T_{if}}{\partial x} \right|_{x=\xi} - \lambda_{ith} \left. \frac{\partial T_{ith}}{\partial x} \right|_{x=\xi},$$

где  $w_1$  – влажность льда;  $\xi$  – положение фронта промерзания; индексы *if* и *ith* относятся соответственно к мёрзлomu и талому льду.

Вторым слагаемым в правой части последнего уравнения можно пренебречь, так как температура льда в тёплой части ледника равна 0 °С и тепловой поток отсутствует. Начальная температура льда принята равной 0 °С. Влажность льда при расчётах изменялась от 0,1 до 3%. Продолжительность таяния снежного покрова определялась на основе теплобалансового соотношения, согласно которому количество поглощённого снежным покровом тепла должно соответствовать теплоте фазового перехода с учётом запаса холода в снежном покрове. При расчётах общая толщина льда принималась от 50 до 200 м. Шаг расчётов по льду составлял 10 см, а по снегу – 1 см. Время сдвига времени установления снежного покрова относительно времени перехода средней суточной температуры воздуха через 0 °С считалось равным восьми суткам.

### Исходные данные для расчётов

Динамика толщины снежного покрова  $h_s$  принимается по данным ГМС Баренцбург за 2005 г. в зависимости от времени  $\tau$  по формуле (при  $\tau < 200$  сут.)

$$h_s = (0,0089\tau + 0,013)h_{s_{\max}}/1,8, \text{ м} \quad (5)$$

где  $h_{s_{\max}}$  – максимальное значение толщины снежного покрова, которое изменяется от 0,5 до 3 м.

Через 200 суток от начала снегонакопления толщина снежного покрова  $h_s \approx h_{s_{\max}}$ . В условиях Шпицбергена с частыми ветрами и оттепелями плотность снега достаточна высокая. Зависимость плотности снега от толщины снежного покрова находится по формуле

$$\rho_s = 150 + 250h_s. \quad (6)$$

При толщине снежного покрова 1 м плотность достигает 400 кг/м<sup>3</sup>. При дальнейшем росте толщины плотность принимается посто-

янной и равной 400 кг/м<sup>3</sup>. Важный параметр снега, влияющий на его теплозащитные свойства, – коэффициент эффективной теплопроводности  $\lambda_s$ . Для его определения предлагается несколько десятков зависимостей, однако значения  $\lambda_s$ , рассчитанные по этим зависимостям, отличаются в несколько раз. Чтобы оценить коэффициент эффективной теплопроводности от плотности снега, мы проанализировали 20 известных из литературы эмпирических зависимостей [10, 16]. Для каждого значения плотности с шагом 10 кг/м<sup>3</sup> рассчитывались средние значения. Результирующую кривую средних значений аппроксимировали зависимостью

$$\lambda_s = 9,165 \cdot 10^{-2} - 3,814 \cdot 10^{-4} \rho_s + 2,905 \cdot 10^{-6} \rho_s^2, \text{ Вт/(м К)}. \quad (7)$$

С целью описания всего спектра значений эффективного коэффициента теплопроводности  $\lambda_s$  получены следующие зависимости:

для верхней огибающей значений  $\lambda_s$  –

$$\lambda_1 = 1,36 \cdot 10^{-2} + 1,1 \cdot 10^{-3} \rho_s + 10^{-6} \rho_s^2, \quad (8)$$

для нижней огибающей значений  $\lambda_s$  –

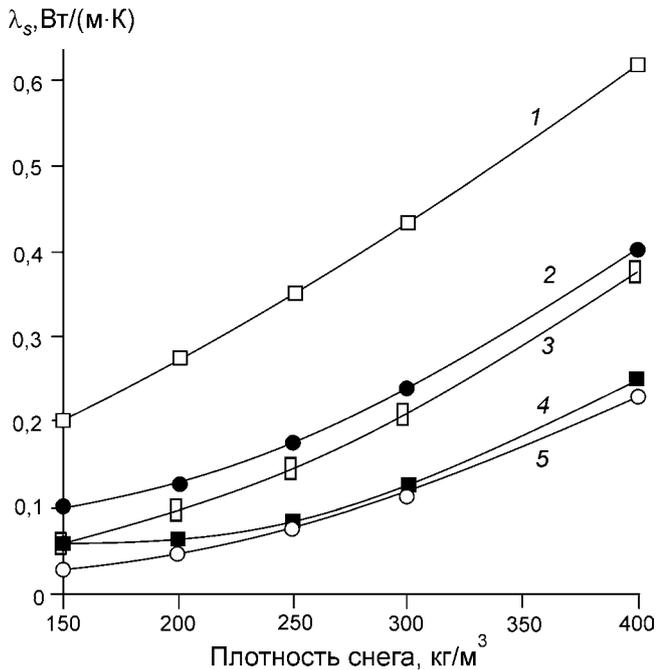
$$\lambda_2 = 2,96 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-4} \rho_s + 2 \cdot 10^{-6} \rho_s^2. \quad (9)$$

Значения коэффициента эффективной теплопроводности снега от его плотности, рассчитанные по этим зависимостям, приведены на рис. 1. Верхняя огибающая (кривая 1) соответствует значениям температуры снега около 0 °С, когда на её значение сильно влияет диффузия водяного пара; нижняя огибающая (кривая 5) – значениям  $\lambda_s$  для снега с низкими температурами, когда вкладом диффузии водяного пара можно пренебречь. Её применение показало хорошие результаты при расчёте температурного режима снежного покрова на станции Восток в Антарктиде при температуре снега ниже –28 °С [4, 11]. Известна формула М. Штурма для расчёта коэффициента эффективной теплопроводности зернистого снега [23]:

$$\lambda_s = 0,138 - 1,01 \rho_s + 3,233 \rho_s^2, \quad (10)$$

при  $0,156 < \rho_s < 0,6$  ( $\rho_s$ , г/см<sup>3</sup>).

Она широко применяется при расчёте температурного режима ледников не только авторами работ [19, 24, 25], но и другими специалистами. Расчёты по формуле (10) показывают небольшие значения коэффициента теплопро-



**Рис. 1.** Коэффициент теплопроводности снега  $\lambda_s$ , рассчитанный по формулам:

1 – (8); 2 – (7); 3 – (11); 4 – (10); 5 – (9)

**Fig. 1.** Thermal conductivity of snow  $\lambda_s$  estimated from equation:

1 – (8); 2 – (7); 3 – (11); 4 – (10); 5 – (9)

водности снега. Так, коэффициент теплопроводности зернистого снега меняется от 0,07 до 0,13 Вт/(м·К) при изменении плотности снега от 200 до 300 кг/м<sup>3</sup>, что в 2–3 раза меньше значений, получаемых по формуле (7). Из рис. 1 следует, что коэффициент эффективной теплопроводности зернистого снега, рассчитанный по формуле М. Штурма (10), – кривая 4 – приближается к минимальным значениям, рассчитанным для  $\lambda_2$ .

Занижение значений  $\lambda_s$  по формуле М. Штурма отмечается и в работе [18], в которой проведено числовое моделирование удельной проводимости снега с использованием трёхмерных изображений микроструктуры снега. В результате получена зависимость

$$\lambda_s = 2,4 \cdot 10^{-2} - 1,23 \cdot 10^{-4} \rho_s + 2,5 \cdot 10^{-6} \rho_s^2 \quad (11)$$

с указанием возможного разброса значения  $\lambda_s$  для разных типов снега. Результаты расчётов по этой зависимости показали (см. рис. 1), что значения  $\lambda_s$  на 0,03 Вт/(м·К) меньше, чем по формуле (7). Снежный покров состоит из снега разной структуры, которые отличаются значениями

$\lambda_s$  [13], что в свою очередь влияет на среднее значение коэффициента эффективной теплопроводности снежного покрова. Для расчётов величины  $\lambda_s$  мы применяли формулу (7).

Средняя суточная положительная и отрицательная температура воздуха в 2001–2010 гг. на ГМС Баренцбург (высота 75 м над ур. моря) равна 4,3 и –7,8 °С соответственно, а средняя продолжительность холодного периода составляет 243 суток. Для расчётов на других высотах принят температурный градиент 0,7 °С/100 м.

Важный параметр теплового режима ледника – интенсивность абляции. Она определяет тепловыделение при адвекции и условия стабилизации толщины холодного слоя политермического ледника. Интенсивность абляции зависит от температуры воздуха приледниковой поверхности, на которую влияют разные факторы. Для ледников площадью 1 км<sup>2</sup> охлаждающий эффект (температурный скачок  $\Delta t_f$  при переходе с грунтовой поверхности у края ледника на фирново-ледяную поверхность) составляет около 0,5 °С, а для ледников площадью 10 км<sup>2</sup> – 1,0–1,5 °С [6]. В работе [17] для «однородных граничных условий» (с плотной облачностью, близким к нулю радиационным балансом и скоростью ветра не менее 2–3 м/с) получена следующая зависимость для снижения турбулентной составляющей абляции  $Q_T(x_L)$  по длине ледника  $x_L$ :

$$k_T = Q_T(x_L)/Q_T(0) = x_L^{-0,1}, \quad (12)$$

где  $Q_T(0)$  – турбулентная составляющая абляции на границе ледника.

Для расчёта снижения турбулентной составляющей абляции всего ледника по этой формуле в работе [17] предлагается применять половину средней ширины ледника. Несколько большее (на 2,6%) снижение турбулентной составляющей абляции получится при использовании среднего интегрального значения величины  $x_L^{-0,1}$ . При ширине ледника 2 км происходит двукратное снижение турбулентной составляющей абляции для всего ледника с характерным размером  $x_L = 1$  км (половина средней ширины). Турбулентная составляющая абляции пропорциональна температуре воздуха. Поэтому из соотношения (12) можно определить температурный скачок в виде

$$\Delta t_f = t_a(1 - x_L^{-0,1}). \quad (13)$$

По формуле Н.В. Давидович [2] температурный скачок ( $^{\circ}\text{C}$ ) определяется по формуле

$$\Delta t_f = 0,15t_a + 1,2. \quad (14)$$

По данным работы [12], в 2007 г. температурный скачок на леднике Альдегонда (Западный Шпицберген) на высоте  $h_h = 75$  м над ур. моря при температуре воздуха  $4,0^{\circ}\text{C}$  составил  $\Delta t_f = 1,5^{\circ}\text{C}$ ; на высоте 300 м при температуре воздуха  $2,6^{\circ}\text{C}$  он был равен  $1,0^{\circ}\text{C}$ , а на высоте 500 м при температуре воздуха  $1,2^{\circ}\text{C}$  – порядка  $0,7^{\circ}\text{C}$ . Динамика температуры воздуха на леднике  $t_h(\tau, h_h)$  на высоте  $h_h$  принимается по синусоидальной зависимости с максимальным значением  $t_{\max} = \pi t_{aa}/2$  и рассчитывается в соответствии с зависимостью

$$t_h(\tau, h_h) = t_{\max} \sin(\pi\tau/\tau_0) - h_h \Delta t_h - \Delta t_f, \quad (15)$$

где  $t_{aa}$  – средняя температура воздуха за период абляции по данным ГМС;  $\tau_0$  – период абляции на высоте расположения ГМС;  $\Delta t_h = 0,7^{\circ}\text{C}/100$  м – высотный температурный градиент.

Продолжительность периода абляции  $\tau_a$  на высоте  $h_h$  определялась из условия  $t_h(\tau, h_h) = 0$ . Для этого строился график изменения температуры воздуха на разных высотных уровнях с принятым охлаждающим эффектом ледника [12]. При пересечении графика функции  $t_h(\tau, h_h)$  с осью абсцисс определялась продолжительность периода абляции на разных высотах при различном охлаждающем эффекте. Значение  $\tau_a$  можно найти из уравнения

$$t_{\max} \sin(\pi\tau_{aa}/\tau_0) - h_h \Delta t_h - \Delta t_f = 0. \quad (16)$$

Тогда формула для расчёта периода абляции примет следующий вид:

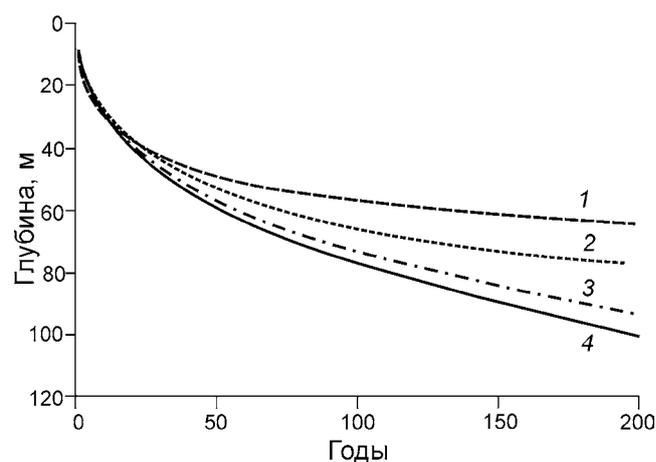
$$\tau_a = \tau_0 [1 - 2 \arcsin((h_h \Delta t_h + \Delta t_f)/t_{\max})/\pi]. \quad (17)$$

Значения интенсивности суммарной солнечной радиации принимались путём аппроксимации данных работы [15]. Расчёты будем проводить для условий ледников Западного Шпицбергена с использованием средних многолетних значений температуры воздуха по данным ГМС Баренцбург. Для приведения этих значений температуры воздуха к высотам 200 и 400 м над ур. моря (далее все высоты в статье приводятся над уровнем моря) применялся высотный температурный градиент  $0,7^{\circ}\text{C}/100$  м. Средняя суточная отрицательная  $t_{af}$  и положи-

тельная  $t_{ath}$  (без учёта температурного скачка над ледниковой поверхностью) температуры воздуха на высоте 200 м равны  $-8,7$  и  $3,4^{\circ}\text{C}$  соответственно. Продолжительность холодного периода на этой высоте  $\tau_a = 256$  сут. Температурный скачок над ледниковой поверхностью  $\Delta t_f$  принят равным  $1^{\circ}\text{C}$ . На высоте 400 м приняты следующие значения:  $t_{af} = -10,1^{\circ}\text{C}$  и  $t_{ath} = 2,0^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta t_f = 0,8^{\circ}\text{C}$ ,  $\tau_a = 281$  сут.

### Результаты расчётов

Влияние толщины снежного покрова на динамику промерзания ледника (с учётом тепловыделения при адвекции и внутреннего трения по закону Глена – уравнение (2)) как неподвижного в пространстве тела, без учёта сокращения толщины льда за счёт абляции и восстановления его начальной толщины при адвекции, показано на рис. 2. В начале промерзания толщина холодного слоя ледника увеличивается из-за уменьшения толщины снежного покрова, при котором снижается его теплоизоляционная способность. В дальнейшем, с ростом толщины холодного слоя, всё большую роль играет тепловыделение за счёт адвекции. Так, при толщине холодного слоя более 30 м тепловыделение в результате адвекции превышает теплозащитную роль снежного покрова.



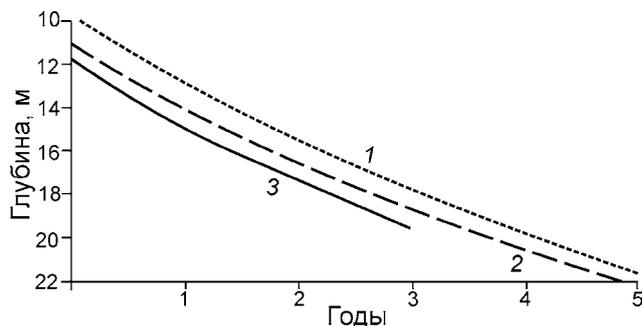
**Рис. 2.** Динамика промерзания ледника на высоте 200 м над ур. моря при влажности льда 1% и различной толщине снежного покрова, м:  
1 – 0,5; 2 – 1; 3 – 2; 4 – 3

**Fig. 2.** Dynamics of glacier freezing at 200 m a.s.l. Water content in ice is 1% and snow depth, m:  
1 – 0.5; 2 – 1; 3 – 2; 4 – 3

Тепловыделение при адвекции увеличивается в случае роста абляции, которая возрастает со снижением максимальной толщины снежного покрова. Так, на высоте 200 м при толщине снежного покрова 0,5 м (абляция 2,1 м/год) глубина промерзания через 150 лет составит 61 м. Однако при  $h_s = 3$  м абляция в 3 раза меньше (0,63 м/год) и соответственно меньше тепловыделение из-за адвекции, а глубина промерзания достигнет 89 м (см. рис. 2).

В действительности, при абляции верхняя часть льда «срезается» и толщина холодного слоя ледника сокращается, что приводит к перераспределению напряжений в теле ледника. Затем часть срезанного льда восстанавливается за счёт адвекции во всей толще ледника, сложенной льдом как холодной, так и «тёплой» его части. Этот процесс сопровождается тепловыделением [5]. Восстанавливаться и расти за счёт промерзания холодная часть ледника может, если годовая скорость промерзания больше годовой абляции. Учитывая это, получим, что при росте толщины снежного покрова и соответствующем снижении абляции толщина слоя холодного льда будет возрастать, так как меньшая интенсивность промерзания, соответствующая меньшей величине абляции и её уравновешивающая, приходится на большие глубины промерзающего ледника. Поэтому толщину холодного слоя ледника мы будем определять из условия равенства величины абляции и скорости промерзания на нижней границе холодного слоя. Скорость промерзания с ростом толщины холодного слоя постепенно уменьшается из-за снижения температурного градиента, в том числе обусловленного действием внутренних источников тепла. Влияние толщины снежного покрова на мощность холодного слоя ледника показано на рис. 3.

При увеличении толщины снежного покрова с 0,5 м до 3 м снижается тепловой поток через снежный покров, поэтому при толщине холодного слоя льда до 30 м глубина промерзания за одинаковое время снизится приблизительно на 2 м. Однако при этом значительно вырастет толщина холодного слоя: от  $h = 20$  м при толщине снежного покрова  $h_s = 0,5$  м до  $h = 56$  м при  $h_s = 3$  м (на высоте 200 м при влажности льда 1%). Это обусловлено уменьшением абляции с 2,1 м/год при толщине снежного покрова  $h_s = 0,5$  м до



**Рис. 3.** Влияние толщины снежного покрова на промерзание ледника, толщину холодного слоя  $h$  и время выхода на квазистационарный режим на высоте 200 м над ур. моря при влажности льда 1% и толщине снежного покрова, м:

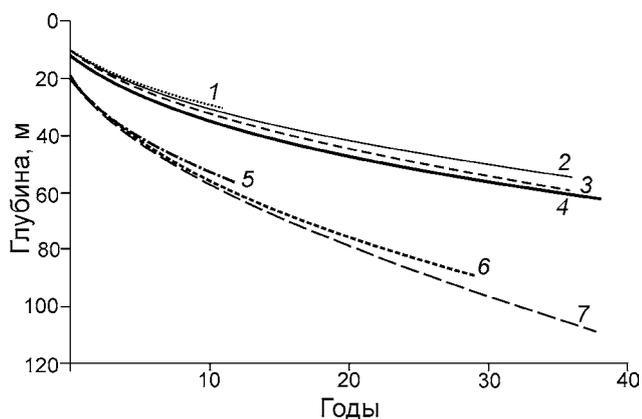
1 – 3 ( $h = 56$  м); 2 – 1 ( $h = 22$  м); 3 – 0,5 ( $h = 20$  м)

**Fig. 3.** Effect of snow depth on thickness of glacier freezing, thickness of cold layer  $h$ , and the time to quasi-stationary mode at 200 m a.s.l. Water content in ice is 1% and snow depth, m:

1 – 3 ( $h = 56$  м); 2 – 1 ( $h = 22$  м); 3 – 0,5 ( $h = 20$  м)

0,6 м/год при  $h_s = 3$  м. Последней величине абляции соответствует скорость промерзания на глубине 56 м. Таким образом, при небольшой толщине холодного слоя ледника выделения тепла за счёт адвекции недостаточно для компенсации роста теплового потока из-за снижения толщины снежного покрова. При влажности льда  $f = 0,1\%$  толщина холодного слоя значительно больше. Так, при  $f = 0,1\%$  за первый год промерзает 20 м льда, тогда как при  $f = 1\%$  — только 11 м. Поэтому при небольшой влажности льда и росте толщины холодного слоя всё большую роль играет тепловыделение за счёт адвекции.

На рис. 4 представлена динамика промерзания и толщина слоя холодного льда  $h$  в зависимости от разных параметров. На высоте 200 м при начальной влажности 0,1% и толщине снежного покрова  $h_s = 1$  и 2 м равновесная толщина холодного слоя равна 56 и 89 м соответственно. При  $h_s = 3$  м толщина холодного слоя превышает 200 м. Расчёт промерзания ледника на высоте 400 м при влажности льда 1%, толщине снежного покрова 1 м и температурном скачке 0,8 °C показал, что за 82 года ледник промёрзнет на 81 м (см. рис. 4). Аналогичная динамика промерзания имеет место и при толщине снежного покрова 0,5 м; разница в глубине промерзания составляет порядка 1 м/год. Однако при этом отличается величина абляции: 0,29 и 0,59 м/год



**Рис. 4.** Динамика промерзания и толщина слоя холодного льда  $h$  при следующих параметрах:

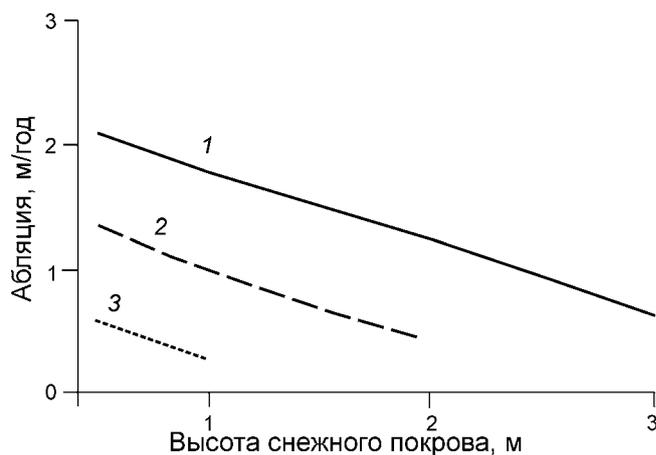
толщине снежного покрова  $h_s = 2$  м, влажности льда  $w_1 = 1\%$ , высоте 200 м над ур. моря, температурном скачке  $\Delta t_f$ : 1 –  $1^\circ\text{C}$  ( $h = 30$  м); 2 –  $1,5^\circ\text{C}$  ( $h = 54$  м); 3 –  $2^\circ\text{C}$  ( $h > 110$  м); 4 – при  $h_s = 1$  м,  $w_1 = 1\%$ , высоте 400 м над ур. моря,  $\Delta t_f = 0,8^\circ\text{C}$  ( $h = 81$  м); при  $w_1 = 0,1\%$ , высоте 200 м над ур. моря,  $h_s$ : 5 – 1 м ( $h = 56$  м); 6 – 2 м ( $h = 89$  м); 7 – 3 м ( $h > 200$  м)

**Fig. 4.** Dynamics of freezing and cold layer thickness  $h$  for conditions:

snow depth  $h_s = 2$  м, water content in ice  $1\%$ , at 200 m a.s.l., temperature jump  $\Delta t_f$ : 1 –  $1^\circ\text{C}$  ( $h = 30$  м); 2 –  $1.5^\circ\text{C}$  ( $h = 54$  м); 3 –  $2^\circ\text{C}$  ( $h > 110$  м); 4 –  $w_1 = 1\%$ , at 400 m a.s.l.,  $h_s = 1$  м,  $\Delta t_f = 0,8^\circ\text{C}$  ( $h = 81$  м); –  $w_1 = 0.1\%$ , at 200 m a.s.l.,  $\Delta t_f = 1^\circ\text{C}$ , snow depth  $h_s$  is: 5 – 1 м ( $h = 56$  м); 6 – 2 м ( $h = 89$  м); 7 – 3 м ( $h > 200$  м)

при толщине снежного покрова  $h_s = 1$  и  $0,5$  м соответственно. Именно поэтому толщина слоя холодного льда при  $h_s$  равном 1 и  $0,5$  м составляет 81 и 68 м соответственно. При  $h_s = 1,5$  м абляция практически отсутствует и толщина слоя холодного льда  $h$  превысит 100 м. Если при расчётах не учитывать температурный скачок, то величина абляции  $\Delta h$  достигнет  $0,98$  м/год, а толщина холодного слоя ледника составит 50 м.

При небольших положительных температурах воздуха на высоте 400 м над ур. моря возрастает роль толщины снежного покрова, так как при больших значениях  $h_s$  значительно снижаются период и величина абляции льда. Так, без учёта температурного скачка, рост  $h_s$  в 2 раза – с 1 до 2 м – приводит к уменьшению абляции с  $0,98$  до  $0,41$  м/год. В результате толщина холодного слоя возрастает с 50 м более чем до 150 м. При температурном скачке  $\Delta t_f = 0,8^\circ\text{C}$  рост толщины снежного покрова с  $0,5$  до 1 м вызывает снижение абляции с  $0,59$  до  $0,26$  м/год и рост слоя холодного льда с 68 до 80 м. Дальнейший



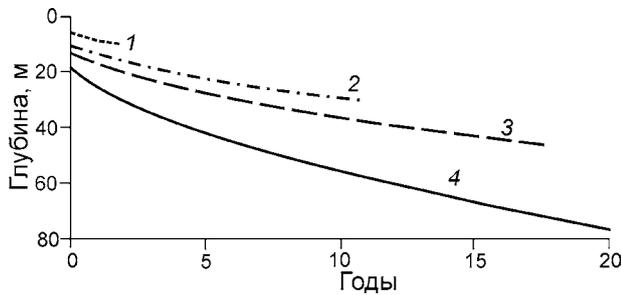
**Рис. 5.** Абляция льда на высоте 200 м над ур. моря (1) и 400 м над ур. моря (2, 3) в зависимости от толщины снежного покрова при температурном скачке,  $^\circ\text{C}$ : 1 – 1; 2 – 0; 3 –  $0,8$

**Fig. 5.** Ablation of ice at 200 m a.s.l (1) and 400 m a.s.l. (2, 3) depending on the snow depth at temperature jump,  $^\circ\text{C}$ : 1 – 1; 2 – 0; 3 –  $0,8$

рост  $h_s$  до  $1,5$  м приводит практически к нулевой абляции –  $1$  см/год, что увеличивает толщину холодного слоя льда до 81 м.

Анализ влияния температурного скачка  $\Delta t_f$  на динамику промерзания и толщину холодного слоя ледника  $h$  на высоте 200 м при  $\Delta t_f$  равном 1;  $1,5$  и  $2^\circ\text{C}$  показал, что разница в величине температурного скачка всего на  $0,5^\circ\text{C}$  изменяет толщину холодного слоя ледника на десятки метров (см. рис. 4), что связано с изменением в величине абляции. От величины абляции зависит величина тепловыделения в леднике при адвекции и равновесная скорость промерзания. Зависимость величины абляции от толщины снежного покрова и высоты над уровнем моря приведена на рис. 5, из которого следует, что на высоте 400 м над ур. моря при толщине снежного покрова более  $1,5$  м и температурном скачке  $\Delta t_f = 0,8^\circ\text{C}$  (кривая 3) снег полностью не растает. Без учёта температурного скачка ( $\Delta t_f = 0^\circ\text{C}$ ) снег полностью не растает при  $h_s > 2,5$  м (кривая 2).

На теплозащитную способность снежного покрова влияет не только его толщина, но и теплопроводность. Расчёты влияния теплопроводности снега на динамику промерзания и толщину холодного слоя ледника  $h$  на высоте 200 м при влажности льда  $1\%$  и толщине снежного покрова 2 м показали, что при ис-



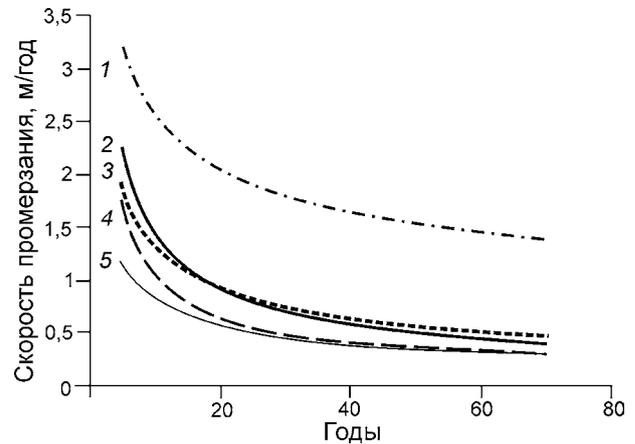
**Рис. 6.** Динамика промерзания, толщина холодного слоя  $h$  и время выхода на квазистационарный режим на высоте 200 м над ур. моря при влажности льда, %: 1 – 3 ( $h = 10$  м); 2 – 1 ( $h = 30$  м); 3 – 0,5 ( $h = 47$  м); 4 – 0,1 ( $h > 200$  м)

**Fig. 6.** Dynamics of freezing, the thickness of cold layer  $h$  and the time to quasi-stationary mode at 200 m a.s.l. Water content in ice, %: 1 – 3 ( $h = 10$  m); 2 – 1 ( $h = 30$  m); 3 – 0.5 ( $h = 47$  m); 4 – 0.1 ( $h > 200$  m)

пользовании формулы (7) получим  $h = 30$  м, а в случае формулы (10) – 25 м. Таким образом, применение формулы М. Штурма (10) приводит к снижению толщины холодного слоя ледника на 17%. При этом температурные условия холодного периода года на ледниках Западного Шпицбергена недостаточно холодные для использования формулы (10).

Рассмотрим влияние влажности льда на динамику промерзания ледника и толщину холодного слоя. При росте начальной влажности льда для промерзания «тёплого» (с температурой  $0^\circ\text{C}$  и отличной от нуля влажностью) льда требуется всё большее количество холода. Величина теплового потока определяется градиентом температуры в верхнем холодном слое льда: условие Стефана на границе холодного и тёплого льда – формула (4). С ростом толщины холодного слоя этот градиент снижается, и скорость промерзания уменьшается (рис. 6). Поэтому при большой влажности льда и, как следствие, незначительной скорости промерзания, её величина быстро достигает значения интенсивности абляции при относительно небольших толщинах холодного льда.

На высоте 200 м интенсивность абляции при толщине снежного покрова 2 м и принятых выше температурных условиях составляет около 1,2 м/год. Такая интенсивность промерзания ледника (при влажности льда 3%) будет достигаться на глубине 10 м на третий год (при расчёте



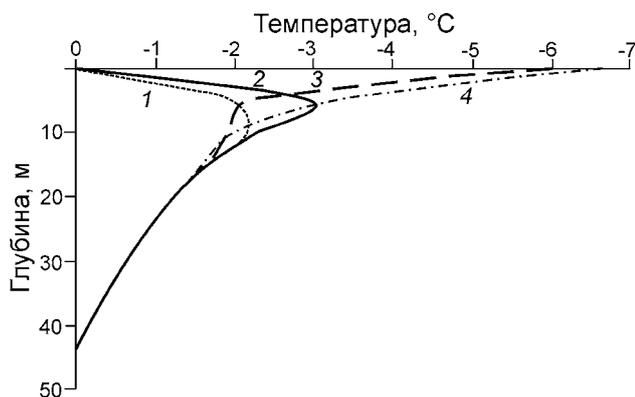
**Рис. 7.** Скорость промерзания ледника на высоте 200 м над ур. моря:

для снежного покрова толщиной 2 м при влажности льда, %: 1 – 0,1; 2 – 0,5; 5 – 3; при влажности льда 1% для снежного покрова толщиной, м: 3 – 3; 4 – 0,5

**Fig. 7.** Rate of glacier freezing at 200 m a.s.l.: with snow depth 2 m and water content in ice, %: 1 – 0.1; 2 – 0.5; 5 – 3; with water content in ice 1% with snow depth, m: 3 – 3; 4 – 0.5 m

промерзания ледника с поверхности). При 1- и 0,5%-й влажности льда значения скорости промерзания 1,2 м/год будут достигнуты на глубине 30 и 47 м соответственно на 11-й и 18-й годы. При влажности льда 0,1% количество отводимого от фазовой границы тепла мало, поэтому скорость промерзания даже при толщине холодного слоя 200 м (достигаемой через 100 лет) превышает скорость абляции. Влияние толщины снега и влажности льда на скорость промерзания ледника (без учёта сокращения толщины льда за счёт абляции) представлено на рис. 7.

При этом на первый взгляд получаем парадоксальный результат – при толщине снежного покрова 3 м скорость промерзания льда на 0,3 м/год больше, чем при толщине снежного покрова 0,5 м. Это объясняется тем, что при толщине снежного покрова  $h_s = 3$  м абляция составляет 0,63 м/год, что почти втрое меньше, чем при  $h_s = 0,5$  м. Поэтому при  $h_s = 3$  м величина тепловыделения за счёт адвекции в 3 раза меньше, чем при  $h_s = 0,5$  м, что обуславливает более высокую скорость промерзания льда при толщине снежного покрова 3 м. Более естественный результат показывает зависимость скорости промерзания ледника от его влажности. На глубине более 40 м скорость промерза-



**Рис. 8.** Температура льда при толщине снежного покрова 2 м на высоте 200 м над ур. моря: 1 – в начале промерзания; 2 – через 90 сут.; 3 – через 180 сут.; 4 – через 270 сут.

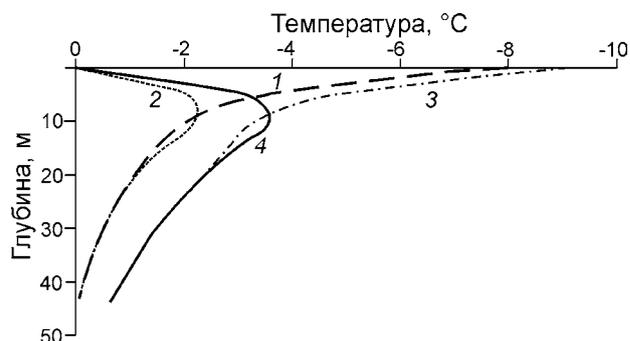
**Fig. 8.** Ice temperature at 200 m. a.s.l. with snow depth 2 m at different time: 1 – at the beginning of freezing; 2 – after 90 days; 3 – 180 days; 4 – 270 days

ния при влажности льда 0,1% почти на 1 м/год больше, чем при влажности льда 0,5 и 3%. При этом отличие в скорости промерзания ледника при влажности 0,5 и 3% относительно небольшое и составляет 10–15 см/год.

Влияние адвекции на промерзание ледника можно оценить, заменив величину  $A$  в формуле (2) на величину с обратным знаком:  $-A$ . Фактически мы условно меняем абляцию льда на аккумуляцию. Результаты расчётов показывают, что при аккумуляции льда глубина промерзания ледника будет на 74% больше, чем при абляции, через 50 лет и на 88% – через 100 лет. При этом расчёте мы не учитываем уменьшение теплового потока из-за дополнительной теплоизоляции, вызванной аккумуляцией.

Распределение температуры в леднике на разные моменты времени и на разной абсолютной высоте приведено на рис. 8 и 9. На глубинах 10, 15 и 20 м разница в температуре льда в течение года не превышает 0,4, 0,10 и 0,015 °C соответственно, тогда как на поверхности ледника при толщине снежного покрова 3, 2, 1 и 0,5 м минимальная температура льда (максимальная температура льда составляет 0 °C) достигает следующих значений: -6,1, -6,9, -7,6 и -8,6 °C соответственно при минимальной температуре воздуха -13,6 °C.

Отличия в температуре льда на глубинах 5 и 10 м при толщине снега 3 и 0,5 м не превышают



**Рис. 9.** Температура льда в начале промерзания (2, 4) и через 6 мес. (1, 3) при толщине снежного покрова 1 м на высоте 200 (1, 2) и 400 м над ур. моря (3, 4)

**Fig. 9.** Ice temperature at the beginning of ice freezing (2, 4) and after 6 months (1, 3) with snow depth of 1 m at 200 (1, 2) and 400 m a.s.l. (3, 4)

0,9 и 0,3 °C. При толщине снежного покрова 2 м температура льда на глубине 5 м в течение года изменяется в диапазоне от -2 до -3 °C. Примерно такие значения температуры получены в 2013 г. на леднике Восточный Грэнфьорд в результате измерения температуры льда в скважинах. Температура воздуха на высоте 400 м над ур. моря на 1,4 °C ниже, чем на высоте 200 м над ур. моря, что приводит к соответствующему снижению температуры льда на глубинах ниже 5 м (см. рис. 9).

### Заключение

Результаты выполненных исследований показали, что толщина холодного слоя ледника зависит от большого числа параметров, характеризующих климатические и ландшафтные условия и определяющих скорость промерзания ледника и величину абляции. Скорость промерзания на нижней границе холодного слоя ледника снижается при увеличении толщины этого слоя. Если величина абляции меньше скорости промерзания на нижней границе холодного слоя ледника, то толщина этого слоя будет увеличиваться пока скорость промерзания не сравняется с величиной абляции. Снежный покров – важный фактор в теплообмене между приземным слоем атмосферы и ледниковой поверхностью. Он влияет как на скорость промерзания, так и на величину абляции. С увеличением толщины снежного покрова уменьшается скорость промерза-

ния влажного льда и снижается выхолаживание приповерхностного слоя льда. Вместе с тем при большой толщине снежного покрова сокращаются время и величина абляции.

На скорость промерзания и, как следствие, на толщину холодного слоя ледника в значительной степени влияют влажность льда и источники тепла за счёт внутреннего трения и адвекции. Величина абляции льда и толщина ледника определяют тепловыделение при адвекции. Величина абляции зависит от температурных условий, высоты над уровнем моря, толщины снежного покрова, продолжительности периода абляции, значения температурного скачка. Проведённые расчёты показали, что в условиях небольших положительных температур воздуха на леднике с ростом толщины снежного покрова увеличивается толщина холодной части ледника, что даёт обратную картину по сравнению с промерзанием грунта.

Разработка математической модели промерзания политермического ледника выполнена при поддержке гранта РФФИ 14-05-00022а, а обработка архивных материалов, анализ метеорологических и климатических условий на ледниках Западного Шпицбергена – при поддержке программы ФНИ государственных академий наук на 2013–2020 годы № 01201352474.

### Литература

1. Глазовский А.Ф., Мачерет Ю.Я. Гидротермическое состояние и режим ледников // Оледенение Северной Евразии в недавнем прошлом и ближайшем будущем / Ред. В.М. Котляков. М.: Наука, 2007. С. 55–108.
2. Давидович Н.В. Поле летней температуры в горно-ледниковых бассейнах // МГИ. 1982. Вып. 45. С. 56–65.
3. Кириллова Т.В. Радиационный режим озер и водохранилищ. Л.: Гидрометеиздат, 1970. 254 с.
4. Котляков В.М., Осокин Н.И., Сосновский А.В. Математическое моделирование тепло-массообмена в снежном покрове при таянии // Криосфера Земли. 2004. Т. 8. № 1. С. 78–83.
5. Красс М.С. Математическая теория гляциомеханики // Итоги науки и техники. Сер. Гляциология. 1983. Т. 3. 144 с.
6. Кренке А.Н. Массообмен в ледниковых системах на территории СССР. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 288 с.
7. Кузьмин П.П. Процесс таяния снежного покрова. Л.: Гидрометеиздат, 1961. 346 с.
8. Мачерет Ю.Я., Глазовский А.Ф., Игнатьева И.Ю., Красс М.С., Константинова Т.Н., Ларина Т.Б., Москалевский М.Ю. Строение, гидротермическое состояние и режим субполярных ледников // Режим и эволюция полярных ледниковых покровов / Ред. В.М. Котляков. СПб.: Гидрометеиздат, 1992. С. 48–115.
9. Мачерет Ю.Я., Журавлев А.Б. Толщина, объем и строение ледников // Гляциология Шпицбергена / Ред. В.М. Котляков. М.: Наука, 1985. С. 7–35.
10. Осокин Н.И., Самойлов Р.С., Сосновский А.В., Сокрытов С.А., Жидков В.А. К оценке влияния изменчивости характеристик снежного покрова на промерзание грунтов // Криосфера Земли. 1999. Т. 3. № 1. С. 3–10.
11. Осокин Н.И., Самойлов Р.С., Сосновский А.В. К оценке коэффициента теплопроводности снега на станции Восток // МГИ. 2004. Вып. 97. С. 189–191.
12. Осокин Н.И., Сосновский А.В., Накалов П.Р., Чернов Р.А. Оценка абляции на ледниках архипелага Шпицберген в начале XXI века // Лёд и Снег. 2010. № 3 (111). С. 13–19.
13. Осокин Н.И., Сосновский А.В., Чернов Р.А. Влияние стратиграфии снежного покрова на его термическое сопротивление // Лёд и Снег. 2013. № 3 (123). С. 63–70.
14. Павлов А.В. Расчет и регулирование мерзлотного режима почвы. Новосибирск: Наука, 1980. 240 с.
15. Пивоварова З.И. Радиационные характеристики климата СССР. Л.: Гидрометеиздат, 1977. 335 с.
16. Сосновский А.В. Расчет оптимальной толщины слоя водно-ледовой смеси при намораживании льда на больших площадях // МГИ. 1984. Вып. 50. С. 223–231.
17. Ходаков В.Г. Водно-ледовый баланс районов современного и древнего оледенения СССР. М.: Наука, 1978. 196 с.
18. Calonne N., Flin F., Morin S., Lesaffre B., du Roscoat S.R., Geindreau C. Numerical and experimental investigations of the effective thermal conductivity of snow // Geophys. Research Letters. 2011. V. 38. № L23501. doi:10.1029/2011GL049234.
19. Gilbert A., Vincent C., Wagnon P., Thibert E., Rabatel A. The influence of snow cover thickness on the thermal regime of Tete Rousse Glacier (Mont Blanc range, 3200 m a.s.l.). Consequences for outburst flood hazards and glacier response to climate change // Journ. of Geophys. Research. 2012. V. 117. F04018. doi:10.1029/2011JF002258.
20. Gusmeroli A., Jansson P., Pettersson R., Murray T. Twenty years of cold surface layer thinning at Stor-glaciären, sub-Arctic Sweden, 1989–2009 // Journ. of Glaciology. 2012. V. 58. № 207. P. 1–8.

21. *Jiscot H., Murray T., Boyle P.* Controls on distribution of surge-type glaciers in Svalbard // *Journ. of Glaciology*. 2000. V. 46. № 154. P. 218–222.
22. *Paterson W.* *The Physics of Glaciers*. Amsterdam: Elsevier, 2010. 704 p.
23. *Sturm M., Holmgren J., Konig M., Morris K.* The thermal conductivity of seasonal snow // *Journ. of Glaciology*. 1997. V. 43. № 143. P. 26–41.
24. *van Pelt W. J.J., Oerlemans J., Reijmer C.H., Pohjola V. Pettersson A.R., van Angelen J.H.* Simulating melt, runoff and refreezing on Nordenskiöldbreen, Svalbard, using a coupled snow and energy balance model // *The Cryosphere*. 2012. V. 6. P. 641–659.
25. *Wilson N.J., Flowers G.E.* Environmental controls on the thermal structure of alpine glaciers // *The Cryosphere*. 2013. V. 7. P. 167–182.

### Summary

A problem of the wet ice freezing with regard for the heat sources due to internal friction and advection has been considered. Estimating of influence of the snow cover, climate and glacier parameters on the cold-ice layer thickness and thermal regime in the ablation area of a polythermal glacier in Western Svalbard was made on the basis of numerical model-

ing. Thickness of the cold ice layer in a polythermal glacier depends on on a relation between the ablation on the surface and the freezing rate at the layer lower boundary. The freezing rate at this boundary decreases when the layer thickness increases. If the ablation rate is lower than that of the freezing, the layer thickness grows until the ablation and freezing rates become equal. Snow cover is the important factor in the heat transfer between the glacier surface and the air boundary layer. It has a certain effect on both a rate of freezing and a volume of ablation. When the snow cover thickness increases, the freezing rate of wet ice and cooling of the ice surface decrease. On the other hand, a thick snow cover reduces the ablation time and volume.

Estimates of influence of the snow cover, ice wetness, temperature conditions, and elevation above the sea level on the ablation volume, cold-ice layer thickness, and thermal regime of the glacier upper layer are presented in the article. The calculations performed have demonstrated that under conditions of slightly positive air temperatures on the glacier thickness of the glacier cold part increases when the snow cover grows that is the opposite to the ground freezing process.