

ИЗМЕНЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СНЕЖНОГО ПОКРОВА ПРИ УПЛОТНЕНИИ

© 2025 г. А. Ф. Галкин*, М. Н. Железняк, А. Ф. Жирков

Институт мерзлотоведения им. П.И. Мельникова СО РАН, Якутск, Россия

*e-mail: afgalkin@mail.ru

Поступила в редакцию 26.05.2025 г.

После доработки 28.07.2025 г.

Принята к публикации 25.09.2025 г.

Цель работы – определение степени изменения теплофизических характеристик снежного покрова при уплотнении. Введён новый показатель – “коэффициент уплотнения снежного покрова”. Получены зависимости изменения основных характеристик снежного покрова от коэффициента уплотнения. Рассмотрено изменение таких характеристик, как: теплопроводность, температуропроводность, термическое сопротивление, тепловая инерция, тепловая устойчивость, критерии Фурье и Стефана. Построена сводная таблица, которая даёт возможность определить вид связи основных характеристик с коэффициентом уплотнения. Установлено, что определяющую роль в количественной связи рассмотренных характеристик с коэффициентом уплотнения играет вид функциональной зависимости коэффициента теплопроводности от плотности снега. Например, при допущении линейной связи коэффициента теплопроводности и плотности степень уменьшения термического сопротивления при снежной мелиорации пропорциональна квадрату коэффициента уплотнения, а при допущении о параболической зависимости коэффициента теплопроводности от плотности степень уменьшения термического сопротивления пропорциональна величине коэффициента уплотнения в третьей степени. Получены значения рассмотренных теплофизических параметров от коэффициента уплотнения для случая зависимости коэффициента теплопроводности λ от плотности снега ρ в виде усечённого полинома произвольной степени n . Представлены графические зависимости отдельных показателей от вида начальных функциональных связей исходных величин, полученных теоретически и в результате обработки данных экспериментальных исследований и натурных наблюдений. Сформулированы основные количественные закономерности изменения значений коэффициентов теплопроводности снега и термического сопротивления снежного покрова в зависимости от степени уплотнения. Показано также, что значение процентной невязки результатов расчётов, вызванной выбором вида степенной зависимости коэффициента теплопроводности от плотности, практически для всех теплофизических показателей увеличивается с ростом значения коэффициента уплотнения и значительно превышает допустимую в инженерных расчётах величину. Например, невязка расчёта термического сопротивления снежного покрова при коэффициенте уплотнения, равном 2.0, составляет 50 %, а при коэффициенте уплотнения, равном 4.0, – 75 %. Сформулированы основные количественные закономерности изменения значений коэффициентов теплопроводности снега и термического сопротивления снежного покрова при уплотнении в зависимости от степени уплотнения.

Ключевые слова: снежный покров, снежная мелиорация, теплофизические характеристики, изменение, плотность снега, коэффициент уплотнения, основные закономерности

DOI: 10.7868/S2412376525040107

ВВЕДЕНИЕ

Снежная мелиорация (целенаправленное изменение физических свойств снежного покрова) используется в различных отраслях хозяйственной деятельности человека. Например, в горной

промышленности снежная мелиорация используется для ускорения сроков начала работ по добывче ископаемых на россыпных месторождениях криолитозоны (Рашкин и др., 2007) и снижения значения средней зимней температуры

пород оснований скальных отвалов при разработке месторождений открытым способом в зоне островной мерзлоты (Галкин и др., 2024). В строительной индустрии снежная мелиорация путём уплотнения снежного покрова используется при возведении автозимников и ледовых переправ (Кручинин, 2012; Асанкоюев и др., 2022). Активнее всего снежная мелиорация используется в сельском хозяйстве для ускорения оттаивания и увеличения степени весеннего увлажнения почвы (Шульгин, 1986). Общая формулировка снежной мелиорации для целей сельского хозяйства дана в работе (Шульгин, 1986): “Снежная мелиорация – это воздействие на снежный покров и через него на тепловой и водный режим почвы с целью улучшения её производственных функций”. В литературных источниках встречаются и другие варианты подобной формулировки, которые можно обобщить и записать так: “Снежная мелиорация – это управление водно-тепловым режимом деятельного слоя грунта для улучшения его характеристик и обеспечения необходимых функций путём воздействия на снежный покров”. Данная формулировка расширяет возможности применения снежной мелиорации за пределы сельского хозяйства. Экспериментальные исследования, проведённые сотрудниками Института мерзлотоведения СО РАН (Zhirkov et al., 2023), показали, что использование снежной мелиорации путём уплотнения снежного покрова, позволяет защитить и восстановить сельскохозяйственные земли, подверженные негативным процессам криогенеза.

Цели и задачи снежной мелиорации определяют и сроки её проведения: начало, середина или конец зимнего периода. Начальные теплофизические свойства снежного покрова (до проведения снежной мелиорации) в течение зимы могут существенно отличаться. Это зависит, главным образом, от климата региона (Осокин, Сосновский, 2014; Шерстюков, Анисимов, 2018). Свойства основных видов снега, которые по отдельности или в совокупности слагают снежный покров (новый, изморось, фирн), достаточно хорошо изучены. Все исследователи, как правило, отмечают их значительную вариативность не только по климатическим зонам, но и в пределах одного небольшого района наблюдений (Павлов, 2008; Осокин, Сосновский, 2014; Сосновский, Осокин, 2018; Кириллин др., 2020).

Имеется несколько обзорных работ, в которых проанализированы формулы для определения теплофизических характеристик снега в зависимости от его плотности (Yen, 1981; Sturm

et al., 1997; Поздняков и др., 2019; Calonne et al., 2019). Изучение этих работ позволяет сделать вывод о том, что в научном сообществе гляциологов давно утвердилось мнение: универсальные расчётные формулы для определения теплофизических свойств снега, ввиду многообразия его видов и временного метаморфизма, не существует. Тем не менее такие попытки были ранее и продолжаются в настоящее время, как путём обобщения и усреднения характеристик известных частных экспериментальных зависимостей (Yen, 1981; Осокин и др., 2019; Calonne et al., 2019; Галкин, Плотников, 2023), так и построением чисто теоретических моделей проводимости гетерогенной среды (Schwerdtfeger, 1963; Schwander et al., 1997; Олейников, Скачков, 2011).

В работе (Осокин и др., 2017) получена приближённая формула для коэффициента теплопроводности снега от плотности в виде полинома второй степени, обобщающая более 20, как утверждают авторы, экспериментальных формул. К сожалению, ни в обобщающей формуле, ни в исходных формулах доверительный интервал не приводится. Кстати, это общая черта всех экспериментальных формул в анализируемых работах. Чем это вызвано, остаётся только догадываться. Хотя основы обработки экспериментальных данных в обязательном порядке предполагают при получении аппроксимирующей зависимости определение доверительного интервала. В работе (Calonne et al., 2019) представлены эффективные коэффициенты теплопроводности, рассчитанные на основе 64 трёхмерных изображений микроструктур снега, антарктического фирна и пористого льда при температурах -3 , -20 и -60 $^{\circ}\text{C}$. Впервые выявлена зависимость теплопроводности от плотности во всём диапазоне: от свежевыпавшего снега, в котором около 80 % воздуха, до пористого льда, в котором менее 10 % воздуха. Авторами сделана попытка получить универсальную формулу, связывающую теплопроводность и плотность снега в пределах изменения плотности от 50 до 918 $\text{кг}/\text{м}^3$ (от нового свежевыпавшего снега до “пузырчатого льда”). Обобщённая формула получена путём объединения двух математических зависимостей, как пишут авторы статьи: “Проводимость в полном диапазоне плотности от 0 до 917 $\text{кг}/\text{м}^3$ и при любых температурных условиях позволяет использовать её для снега, фирна и пористого льда в альпийских или полярных условиях. Для этого мы объединили уравнение линейной регрессии $\text{firn}1\dots$ и квадратичную регрессию (Calonne et al., 2011). Температурный эффект учитывается

с помощью мультиплексивных коэффициентов, которые отражают изменение проводимости воздуха и льда в зависимости от температуры по сравнению с их значениями при температуре -3°C . Для отдельной области изменения плотности снега (от фирна $\geq 600 \text{ кг}/\text{м}^3$ до пузырчатого льда $- 918 \text{ кг}/\text{м}^3$) в этой же работе приведена простая линейная зависимость, которая, по утверждению авторов, даёт хорошее совпадение со всеми проанализированными в работе экспериментальными данными. Поэтому при снежной мелиорации уплотнением фирна (например, при строительстве зимних автодорог) данная зависимость имеет практическое значение и может использоваться для оценки изменения теплофизических свойств снежного покрова.

Опираясь на данные, приведённые в настоящем кратком обзоре, можно сделать обобщающий вывод: большинство специалистов склонны считать, что зависимость коэффициента теплопроводности снега от плотности может определяться простой степенной зависимостью, в которой показатель степени изменяется от 1 до 2, т.е. зависимость изменяется от линейной до параболической. В дальнейших рассуждениях мы будем опираться именно на это мнение, не конкретизируя частные коэффициенты в отдельных формулах, характерные для региона и времени проведения конкретных экспериментальных исследований. Отмечено, что в статье речь идёт только об искусственном уплотнении при проведении снежной мелиорации, т.е. целенаправленном изменении плотности и высоты снежного покрова с помощью технических средств. Естественное уплотнение (метаморфизм) снежного покрова (Осокин, Сосновский, 2014; Фирц и др., 2021; Котляков, Сосновский, 2021) в данной работе не рассматривается.

Цель работы – получить основные количественные закономерности изменения теплофизических свойств и характеристик снежного покрова при искусственном уплотнении (снежной мелиорации).

МЕТОДЫ

Для достижения цели применяется параметр (показатель) “коэффициент уплотнения снежного покрова” k , который характеризует изменение высоты снежного покрова с высоты (глубины) h_1 до высоты (глубины) h_2 и определяется по формуле

$$k = h_1 / h_2, \quad (1)$$

где $h_1 \geq h_2$. Очевидно, что параметр k характеризует степень сжатия (уменьшения толщины) снежного покрова при уплотнении. При этом плотность начального и утрамбованного снежного покрова имеет некоторые постоянные значения, равные среднему значению плотности по всей толщине (Галкин и др., 2021).

Рассмотрены основные параметры, определяющие теплофизические свойства снежного покрова: теплопроводность снега – λ , $\text{Вт}/\text{м}\text{К}$; плотность снега – ρ , $\text{кг}/\text{м}^3$; температуропроводность снега – a , $\text{м}^2/\text{с}$; c – удельная теплоёмкость снега, $\text{Дж}/\text{кг}\text{К}$; термическое сопротивление снежного покрова – R , $\text{м}^2\text{К}/\text{Вт}$; показатель тепловой инерции – D , $\text{Дж}/\text{Км}^2\text{с}^{0.5}$; показатель тепловой устойчивости – U , $\text{с}^{0.5}$; число (критерий) Стефана – St ; число (критерий) Фурье – Fo .

Формулы связи между рассматриваемыми параметрами имеют следующий вид:

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}; \quad R = \frac{h}{\lambda}; \quad D = \sqrt{\rho c \lambda}; \quad U = RD; \quad Fo = \frac{a\tau}{x^2};$$

$$St = \frac{c T \rho_i}{L \rho}, \quad (2)$$

где t – температура, $^{\circ}\text{C}$; L – скрытая теплота плавления льда, $\text{Дж}/\text{кг}$; x – характерный размер, м ; ρ_i – плотность льда, $\text{кг}/\text{м}^3$. Очевидно, что главные, определяющие, параметры устанавливаются математической зависимостью

$$\lambda = m\rho^n. \quad (3)$$

Здесь, m и n – коэффициенты, получаемые теоретическим путём или в результате обработки данных экспериментальных исследований, например (Абельс, 1893; Yen, 1965; Сосновский, 2006; Calonne et al., 2011). В наиболее общем виде параметр m может быть функцией температуры снега (Calonne et al., 2019). Удельная теплоёмкость снега практически не зависит от плотности (Абельс, 1893), поэтому в дальнейшем считалась постоянной величиной. Для расчёта изменения показателей при уплотнении снежного покрова введены следующие параметрические критерии (симплексы). (Далее принято, что индексы “1” и “2” относятся к рассматриваемому параметру до и после уплотнения соответственно). Отмечено важное допущение, используемое в дальнейшем анализе и определяющее область достоверности выводов, которое в общем случае для отдельных

видов снега (например, изморози), нуждается в дополнительном обосновании, что не входило в задачу данных исследований: вид функциональной зависимости коэффициента теплопроводности от плотности снега при снежной мелиорации трамбованием не изменяется, т.е. значения параметров m и n в формуле (3) остаются постоянными до и после уплотнения снежного покрова.

Изменения плотности снега: $\mu_p = \rho_2 / \rho_1$. Изменение коэффициента теплопроводности снега $\mu_\lambda = \lambda_2 / \lambda_1$. Изменение коэффициента температуропроводности снега: $\mu_a = a_2 / a_1$. Изменение термического сопротивления снежного покрова: $\mu_R = R_2 / R_1$. Изменение показателя тепловой инерции снежного покрова: $\mu_D = D_2 / D_1$. Изменение показателя тепловой устойчивости снежного покрова: $\mu_U = U_2 / U_1$. Изменение критерия Фурье: $\mu_{Fo} = F_{02} / F_{01}$. Изменение критерия Стефана: $\mu_{St} = St_2 / St_1$.

Воспользовавшись соотношениями (1), (2) и (3), мы получили следующие функциональные связи для определения степени изменения основных характеристик при уплотнении снежного покрова в зависимости от коэффициента уплотнения k :

$$\begin{aligned}\mu_p &= k; \quad \mu_\lambda = k^n; \quad \mu_a = k^{n-1}; \quad \mu_R = 1 / k^{n+1}; \\ \mu_D &= k^{(n+1)/2}; \quad \mu_U = 1 / k^{(n+1)/2}; \\ \mu_{Fo} &= k^{n-1}; \quad \mu_{St} = 1 / k.\end{aligned}$$

Используя очевидное соотношение связи характерного показателя F_i с соответствующим симплексом μ_j , а именно ($F_2 = F_1 \mu_j$), получим искомые формулы для расчёта теплофизических параметров снежного покрова до и после уплотнения снега:

$$\begin{aligned}\rho_2 &= \rho_1 k; \quad \lambda_2 = \lambda_1 k^n; \quad a_2 = a_1 k^{(n-1)}; \\ R_2 &= R_1 k^{-(n+1)}; \quad St_2 = St_1 k^{-1}; \\ D_2 &= D_1 k^{(n+1)/2}; \quad U_2 = U_1 k^{-(n+1)/2}; \quad F_{02} = F_{01} k^{(n-1)}.\end{aligned}$$

Таблица 1. Параметрический критерий (симплекс) для определения основных теплофизических характеристик снежного покрова после уплотнения

Table 1. Parametric criterion (simplex) for determining the main thermophysical characteristics of snow cover after compaction

Показатель	λ	a	R	D	U	Fo	St
<i>При линейной связи коэффициента теплопроводности и плотности ($n = 1$)</i>							
Симплекс μ	k	1	k^2	k	$1/k$	1	$1/k$
<i>При нелинейной связи коэффициента теплопроводности и плотности ($n = 2$)</i>							
Симплекс μ	k^2	k	k^3	$k^{3/2}$	$1/k^{3/2}$	k	$1/k$
Параметр q	$1/k$	$1/k$	$1/k$	$1/k^{0.5}$	$k^{0.5}$	$1/k$	1

Невязку (процентное расхождение результатов расчёта искомой величины) в результатах расчётов отдельных теплофизических показателей при разных значениях степени n в уравнении (3) можно определить по формуле вида (Галкин и др., 2022):

$$e = 100 \cdot \{1 - F_2(n=1) / F_2(n=2)\}, \% \quad (4)$$

Или с учётом соответствующего симплекса:

$$\begin{aligned}e &= 100 \cdot \{1 - \mu_j(n=1) / \mu_j(n=2)\} = \\ &= 100 \cdot (1 - q), \%.\end{aligned} \quad (5)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрены основные количественные закономерности изменения теплофизических характеристик при уплотнении снежного покрова в зависимости от коэффициента уплотнения. В табл. 1 приведены значения поправок к начальному показателю величин при проведении снежной мелиорации. В последней строке таблицы приведено значение параметра q (см. уравнение (5)), который определяет уровень процентной невязки в расчётах при выборе линейной или степенной (квадратичной) зависимости коэффициента теплопроводности снега от его плотности.

Как видно из таблицы, значения параметрического критерия (симплекса) для большинства характеристик существенно зависят от вида функциональной зависимости коэффициента теплопроводности снега от его плотности. Поскольку большинство исследователей считает, что эта зависимость является квадратичной ($n = 2$), и лишь для некоторых частных случаев может приниматься линейной, наиболее

вероятными значениями симплекса μ следует считать значения, приведённые в последней строчке в таблице. В то же время, с позиции надёжности и необходимого расчётного запаса целесообразно сформулировать основные закономерности, опираясь на значения симплекса, приведённые для случая линейной зависимости коэффициента теплопроводности от плотности ($n = 1$). Это даёт возможность сформулировать количественные закономерности, которые всегда будут давать несколько заниженные результаты. Данный подход обоснован результатами многих теоретических и экспериментальных исследований, например (Sulakvelidze, 1959; Абельс, 1893; Schwander et al., 1997; Сосновский, 2006; Павлов, 2008; Calonne et al., 2011) согласно которым показатель степени в формуле (3) находится в диапазоне 1–2 и изменяется в зависимости от диапазона изменения плотности снега. Кроме того, необходимо учитывать, что собственный коэффициент уплотнения также не является строго детерминированной величиной даже для одной площади поверхности проведения снежной мелиорации. С учётом всех этих замечаний, анализ табличных данных позволяет сформулировать следующие основные количественные закономерности: увеличение коэффициента теплопроводности снега при уплотнении прямо пропорционально коэффициенту уплотнения; уменьшение термического сопротивления снежного покрова при уплотнении прямо пропорционально квадрату коэффициента уплотнения; температуропроводность снежного покрова при уплотнении не изменяется во всём диапазоне начальной плотности снега.

Аналогичные зависимости можно сформулировать и для других показателей, которые приведены в табл. 1. Ее данные можно применять и для других формулировок количественных зависимостей изменения показателей снежного покрова при снежной мелиорации, охватывающих весь возможный диапазон изменения теплофизических характеристик. Например, можно использовать такой шаблон. При проведении снежной мелиорации трамбованием снежного покрова степень увеличения коэффициента теплопроводности изменяется в пределах от значения, равного коэффициенту уплотнения, до значения, равного квадрату коэффициента уплотнения. Аналогичные формулировки несложно сделать и для других показателей, приведённых в таблице. Например, для количественной характеристики степени изменения термического сопротивления снежного покрова можно предложить

такую формулировку. При проведении снежной мелиорации трамбованием снежного покрова степень уменьшения термического сопротивления изменяется в пределах от значения, равного квадрату коэффициента уплотнения, до значения, равного коэффициенту уплотнения в кубе, и не зависит от значения начального термического сопротивления снежного покрова. В принципе, все закономерности количественно представлены в таблице, и данные формулировки просто служат их словесным уточнением, отражающим не только количественную, но и качественную составляющую расчётных формул.

Для наглядности на рис. 1 представлено в графической форме изменение симплекса μ в зависимости от коэффициента уплотнения снежного покрова и показателя степени n в функциональной зависимости коэффициента теплопроводности от плотности снега (3).

Как видно из графиков на рис. 1, область изменения всех рассматриваемых показателей существенно связана с выбором вида функциональной зависимости коэффициента теплопроводности от плотности снега. Причём с увеличением коэффициента уплотнения снежного покрова эта разность между значениями симплекса μ возрастает (сравнение областей, выделенных жёлтым и зелёным цветом). Отмечено, что у всех показателей (λ , a , Fo , R , D) значение симплекса при изменении степени полинома в формуле (3) от 1 до 2 увеличивается. Считая зависимость между теплопроводностью снега и плотностью линейной, гарантирован определённый расчётный запас, т.е. есть повышается надёжность прогноза. Несколько обоснованным является показатель тепловой устойчивости снежного покрова U . Для него, наоборот, допущение о линейной зависимости приводит к снижению надёжности результата. Однако, как следует из сравнения графиков (см. рис. 1, а), абсолютная разность (область выделена голубым цветом) в определении симплекса μ невелика.

На рис. 2 представлены графики, характеризующие изменение процентной невязки результатов расчёта при выборе того или иного вида функциональной связи. Кривая 3 на графике характеризует абсолютное значение невязки при расчёте показателя тепловой устойчивости, т.е. $abs(e)$.

Как видно из графиков на рис. 2, наиболее сильную процентную невязку демонстрирует показатель тепловой устойчивости U (кривая 3). Как было показано ранее, в абсолютном

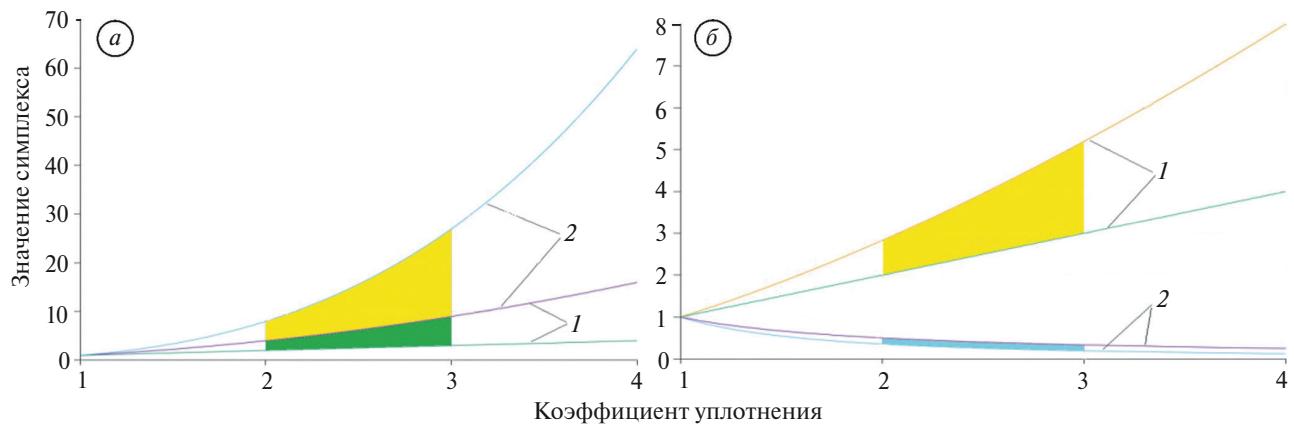


Рис. 1. Изменение параметра μ от коэффициента уплотнения k в диапазоне изменения степени полинома n от 1 до 2 для различных теплофизических показателей: а) 1 – λ ; 2 – R ; б) 1 – D ; 2 – U

Fig. 1. Change in parameter μ depending on the compression coefficient k within the variation of polynomial n from 1 to 2 for various thermal physical indicators: а) 1 – λ ; 2 – R ; б) 1 – D ; 2 – U

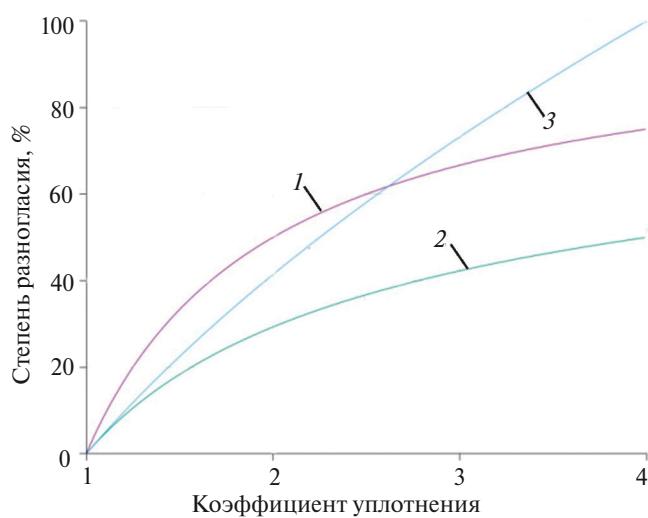


Рис. 2. Изменение процентной невязки расчётов (формула (5)) основных теплофизических характеристик снежного покрова при уплотнении: 1 – λ, R, a, Fo ; 2 – D ; 3 – U

Fig. 2. Change in percentage discrepancy of calculations (formula (5)) of the main thermal physical properties of compressed snow cover: 1 – λ, R, a, Fo ; 2 – D ; 3 – U

значении изменение этого показателя не так велико и, согласно данным таблицы, соответствует разности $(1/k - 1/k^{3/2})$. Большинство же показателей (теплопроводность, температуропроводность, термическое сопротивление, число Фурье) имеют одинаковую процентную невязку, которая характеризуется кривой 1 на рис. 2. Разногласие в результатах расчётов

этих показателей растет с увеличением коэффициента уплотнения. Например, в диапазоне изменения коэффициента уплотнения с 2 до 3 (1.5 раза) степень разногласия результатов расчёта изменяется с 50 до 65 %, т.е. увеличивается в 1.3 раза. Но уже в диапазоне изменения коэффициента уплотнения с 3 до 4 (увеличение в 1.3 раза) степень разногласия изменяется в 1.15 раза. Т.е., как это и следует из графика на рис. 2, с увеличением коэффициента уплотнения функция невязки увеличивается в абсолютном значении, но уменьшается в относительном. Иными словами, функция имеет затухающий характер. Несмотря на это, в реальном диапазоне изменения коэффициента уплотнения (2–4) влияние показателя степени в формуле (3) на точность определения теплофизических характеристик существенна (50–75 %) и значительно превышает допустимые в инженерной практике значения (10 %). Это необходимо учитывать при прогнозных оценках тепловой эффективности мелиорации трамбованием снежного покрова. Ведь цель работы заключается не в навязывании авторского мнения, а в представлении и анализе результатов для возможности их оценки читателями и выбора именно какого-то конкретного вида функциональной связи между теплопроводностью снега и плотностью, что является единственно правильным. Каждый исследователь в зависимости от целей сам вправе выбирать. Однако, опираясь на приведённый в данной статье анализ, этот выбор можно сделать более аргументировано. Для дополнительного

обоснования и наглядности общности полученных результатов (в рамках сделанных допущений) рассмотрен конкретный пример расчёта степени изменения термического сопротивления снежного покрова при уплотнении как индикатора эффективности снежной мелиорации сельскохозяйственных земель (Галкин и др., 2025). Для этого выполнены расчёты с использованием формулы Калонна (Calonne et al., 2011, 2019), где зависимость коэффициента теплопроводности от плотности снега принята в виде полного полинома второй степени. Результаты расчётов представлены в табл. 2. При этом считалось, что начальная плотность снежного покрова равна $100 \text{ кг}/\text{м}^3$. Т.е. цифры во второй строке (коэффициент уплотнения) означают, во сколько раз уменьшилась высота и увеличилась плотность снежного покрова при уплотнении. В третьей и четвёртой строках приведены результаты расчётов степени изменения термического сопротивления по обобщённой формуле при линейной и квадратичной зависимости коэффициента теплопроводности от плотности снега.

Как видно из данных табл. 2, с увеличением коэффициента уплотнения показатель степени увеличивается, но находится в пределах 2–3. Кроме того, подтверждается справедливость авторского предположения – для количественной оценки изменения характеристик снежного покрова линейная зависимость коэффициента теплопроводности от плотности даёт определённый расчётный запас. В этом случае при изменении характера зависимости оценка будет не хуже. Например, при расчётах по формуле полного полинома показатель степени изменяется в пределах между линейной (2) и параболической (3) зависимостями. Численные расчёты выявили также интересную закономерность (для постоянного значения коэффициента уплотнения): при увеличении начального значения плотности снежного покрова показатель степени увеличивается и стремится

к значению, характерному для параболической зависимости усечённого полинома. Например, при уплотнении снежного покрова с начальной плотностью 200 до плотности $400 \text{ кг}/\text{м}^3$ (коэффициент уплотнения равен 2.0) показатель степени равен 2.9. (При таком же коэффициенте уплотнения от начальной плотности $100 \text{ кг}/\text{м}^3$, как следует из табл. 2, показатель степени в критерии μ равен 2.44). А при уплотнении снежного покрова с начальной плотностью $300 \text{ кг}/\text{м}^3$ до плотности $600 \text{ кг}/\text{м}^3$ (коэффициент уплотнения также равен 2.0) показатель степени приблизительно равен 3.0. Т.е. с увеличением начальной плотности снежного покрова расчёты по формуле Калонна (Calonne et al., 2011, 2019) приближаются к расчётам с использованием обобщённой формулы усечённого полинома. В общем, этого и следовало ожидать, так как известно, что подбором коэффициента-сомножителя усечённого полинома всегда можно аппроксимировать полный квадратичный полином с заданной степенью точности.

Для наглядности на графиках рис. 3 приведены кривые, характеризующие зависимость коэффициента теплопроводности снега от плотности, вычисленные по формуле Калонна и с использованием формулы усечённого полинома при различных температурах снежного покрова. Максимальная степень разногласия не превышает допустимой в инженерной практике точности и уменьшается с увеличением плотности снега и понижением температуры. Средняя относительная ошибка аппроксимации не превышает 6.0 % для всего рассмотренного диапазона изменения температуры.

Как видно из рис. 3, всегда можно подобрать такой множитель полинома m , чтобы он соответствовал оригинальной формуле Калонна (Calonne et al., 2011, 2019) при разных температурах снега. Максимальная ошибка аппроксимации оригинальной формулы усечённым полиномом наблюдается в начале оси плотности и укладывается

Таблица 2. Показатель степени коэффициента уплотнения при разных видах функциональной зависимости коэффициента теплопроводности снега от плотности

Table 2. The degree of compaction coefficient for different types of functional dependence of the snow thermal conductivity coefficient on density

Плотность снега, $\text{кг}/\text{м}^3$	200	300	400	500	600
Коэффициент уплотнения, k	2	3	4	5	6
Линейная зависимость, $n = 1$	2	2	2	2	2
Параболическая зависимость, $n = 2$	3	3	3	3	3
Формула Калонна	2.44	2.58	2.66	2.72	2.75

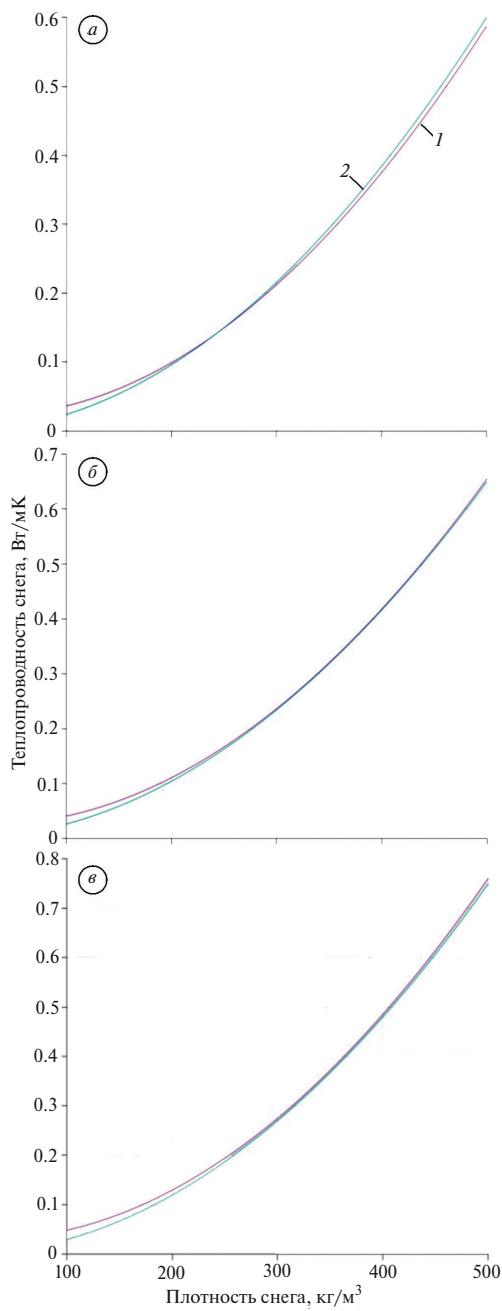


Рис. 3. Изменение коэффициента теплопроводности снега от плотности при различных температурах (t) и коэффициентах полинома (m): *а*) $t = 3.0^{\circ}\text{C}$; $m = 2.4$; *б*) $t = -30.0^{\circ}\text{C}$; $m = 2.6$; *в*) $t = -60.0^{\circ}\text{C}$; $m = 3.0$.

1 – формула Калонна; 2 – усечённый полином второй степени вида $\lambda = m(t)\rho^2$

Fig. 3. The change in the coefficient of thermal conductivity of snow from density at different temperatures (t) and coefficients of the polynomial (m):

а) $t = -3.0^{\circ}\text{C}$; $m = 2.4$; *б*) $t = -30.0^{\circ}\text{C}$; $m = 2.6$;

в) $t = -60.0^{\circ}\text{C}$; $m = 3.0$.

1 – the Calonne formula; 2 – a truncated polynomial of the second degree of the form $\lambda = m(t)\rho^2$

в допустимый в инженерной практике интервал ($\pm 10.0\%$). Т.е. в общем случае усечённый полином может быть записан в виде: $\lambda = m(t)\rho^n$. Очевидно, что поскольку ранее мы вводили безразмерные симплексы, то зависимость коэффициента теплопроводности от температуры никакого влияния на полученные результаты и выводы не окажет.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлены основные количественные закономерности изменения теплофизических свойств снежного покрова при проведении снежной мелиорации уплотнением. В качестве основного связующего параметра использован коэффициент уплотнения снежного покрова, численно равный отношению толщины снежного покрова до и после уплотнения. Рассмотрены следующие характерные показатели: теплопроводность, температуропроводность, термическое сопротивление, тепловая инерция, тепловая устойчивость, критерии Фурье и Стефана. Построена сводная таблица, которая даёт возможность определить вид связи основных характеристик с коэффициентом уплотнения. Установлено, что определяющую роль в количественной связи рассмотренных характеристик с коэффициентом уплотнения играет вид функциональной зависимости коэффициента теплопроводности от плотности снега. Показано, что значение процентной невязки результатов расчётов, вызванной выбором вида степенной зависимости коэффициента теплопроводности от плотности, практически для всех теплофизических показателей увеличивается с ростом значения коэффициента уплотнения, является существенным и значительно превышает допустимую в инженерных расчётах величину. Предложены отдельные формулировки для определения количественного изменения теплофизических характеристик снежного покрова при уплотнении, которые можно рассматривать как новые частные закономерности, в рамках сделанных авторами допущений. Приведено сравнение полученных результатов для конкретного индикатора (термическое сопротивление снежного покрова) с расчёты коэффициента теплопроводности снега по формуле Калонна в виде полного квадратичного полинома. Результаты расчётов хорошо согласуются с выводами авторов, полученными при использовании обобщённой зависимости в виде усечённого полинома второй степени. Дальнейшие исследования целесообразно направить на изучение изменения свойств снежного покрова при

проводении мелиоративных работ при неравномерной начальной плотности снежного покрова и допустимости усреднения теплофизических характеристик при слоистой структуре начального снежного покрова. Несомненный интерес представляет развитие данных исследований на случай изменения вида функциональной зависимости теплопроводности от плотности снега до и после проведения снежной мелиорации трамбованием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Абельс Г.Ф.** Суточный ход температуры снега и определение зависимости между теплопроводностью снега и его плотностью. Чит. в заседании Физ.-мат. отд. 20 янв. 1893 г. / г. Абельс. Санкт-Петербург: тип. Имп. Акад. наук, 1893. 65 с.
- Асанкоожаев Е.Ж., Караев Э.С., Третьяков П.Ю., Ничипорук Л.С.** Оптимизация технологии строительства зимних дорог // Инженерный вестник Дона. 2022. № 5. 7634 с. <http://www.ivdon.ru/gu/magazine/archive/n5y2022/7632>
- Галкин А.Ф., Жирков А.Ф., Панков В.Ю., Плотников Н.А.** Анализ результатов исследований теплового режима природных и техногенных курумов криолитозоны // Арктика и Антарктика. 2024. № 4. С. 1–12. <https://doi.org/10.7256/2453-8922.2024.4.71939>
- Галкин А.Ф., Плотников Н.А.** Расчёт коэффициента теплопроводности снежного покрова // Арктика и Антарктика. 2023. № 3. С. 16–23. <https://doi.org/10.7256/2453-8922.2023.3.43733>
- Галкин А.Ф., Панков В.Ю., Адамов А.А.** Сравнительный анализ формул для определения плотности снежного покрова // Строительные материалы. 2024. № 11. С. 73–78.
- Галкин А.Ф., Панков В.Ю., Жиркова Е.О.** Расчёт термического сопротивления дорожной одежды // Строительные материалы. 2022. № 11. С. 70–75. <https://doi.org/10.31659/0585-430X-2022-808-11-70-75>
- Галкин А.Ф., Железняк М.Н., Жирков А.Ф., Плотников Н.А.** Анализ эффективности снежной мелиорации земель // Мелиорация и гидротехника. 2025. Т. 15. № 2. С. 245–269. <https://doi.org/10.31774/2712-9357-2025-15-2-245-269>
- Кириллин А.Р., Железняк М.Н., Жирков А.Ф., Мисайлов И.Е., Верхутуров А.Г., Сивцев М.А.** Особенности снегонакопления и параметры снежного покрова на Эльконском горном массиве // Вестник Забайкальского госуд. ун-та. 2020. Т. 26. № 7. С. 62–76.
- Котляков В.М., Сосновский А.В.** Оценка термического сопротивления снежного покрова по температуре грунта // Лёд и Снег. 2021. Т. 61. № 2. С. 195–205. <https://doi.org/10.31857/S2076673421020081>
- Кручинин И.Н.** Формирование снежного наката с заданными свойствами на лесовозных автомобильных дорогах // Известия ВУЗов. Лесной журнал. 2012. № 1 (325). С. 38–41.
- Олейников А.И., Скачков М.Н.** Модель уплотняемых сыпучих тел и некоторые ее приложения // Моделирование систем. 2011. № 4 (30). С. 48–57.
- Осокин Н.И., Сосновский А.В.** Пространственная и временная изменчивость толщины и плотности снежного покрова на территории России // Лёд и Снег. 2014. № 4 (54). С. 72–80. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2014-4-72-80>
- Осокин Н.И., Сосновский А.В.** Экспериментальные исследования коэффициента эффективной теплопроводности снежного покрова на Западном Шпицбергене // Лёд и Снег. 2014. Т. 54. № 3. С. 50–58.
- Осокин Н.И., Сосновский А.В., Чернов Р.А.** Коэффициент теплопроводности снега и его изменчивость // Криосфера Земли. 2017. Т. XXI. № 3. С. 60–68. [https://doi.org/10.21782/KZ1560-7496-2017-3\(60-68](https://doi.org/10.21782/KZ1560-7496-2017-3(60-68))
- Павлов А.В.** Мониторинг криолитозоны. Новосибирск: Гео, 2008. 229 с.
- Поздняков С.П., Гриневский С.О., Дедюлина Е.А., Корекко Е.С.** Чувствительность результатов моделирования сезонного промерзания к выбору параметризации теплопроводности снежного покрова // Лёд и Снег. 2019. Т. 59. № 1. С. 67–80.
- Рашкин А.В., Авдеев П.Б., Субботин Ю.В.** Тепловая и водная подготовка горных пород при разработке мерзлых россыпей. М.: Горная книга, 2007. 355 с.
- Сосновский А.В.** Математическое моделирование влияния толщины снежного покрова на деградацию мерзлоты при потеплении климата // Криосфера Земли. 2006. Т. X. № 3. С. 83–88.
- Сосновский А.В., Осокин Н.И.** К оценке термического сопротивления снежного покрова на Западном Шпицбергене // Вестник Кольского научного центра РАН. 2018. Т. 10. № 3. С. 185–191. <https://doi.org/10.25702/KSC.2307-5228.2018.10.3.185-191>
- Фирц Ш., Армстронг Р.Л., Дюран И., Этхеви П., Грин И., МакКланг Д.М., Нишимура К., Сатьявали П.К., Сократов С.А.** Международная классификация для сезонно-выпадающего снега (руководство к описанию снежной толщи и снежного покрова). Русское издание // Материалы гляциол. исследований. 2012. № 2. 80 с.

- Шерстюков А.Б., Анисимов О.А. Оценка влияния снежного покрова на температуру поверхности почвы по данным наблюдений // Метеорология и гидрология. 2018. № 2. С. 17–25.
- Шульгин А.М. Снежная мелиорация и климат почвы. Л.: Гидрометеоиздат, 1986. 70 с.
- Calonne N., Flin F., Morin S., Lesaffre B., du Roscoat S.R., Geindreau C. Numerical and experimental investigations of the effective thermal conductivity of snow. // Geophys. Research Letters. 2011. V. 38. L23501 p. <https://doi.org/10.1029/2011GL049234>
- Calonne N., Milliancourt L., Burr A., Philip A., Martin C.L., Flin F., Geindreau C. Thermal conductivity of snow, firn, and porous ice from 3-D image-based computations. // Geophys. Research Letters. 2019. V. 46. P. 13079–13089. <https://doi.org/10.1029/2019GL085228>
- Schwander J., Sowers T., Barnola J.-M., Blunier T., Fuchs A., Malaizé B. Age scale of the air in the summit ice: Implication for glacial-interglacial temperature change. // Journ. of Geophysical Research. 1997. V. 102 (D16). P. 19483–19493.
- https://doi.org/10.31659/0585-430X-2024-830-11-73-78
- Schwerdtfeger P. Theoretical derivation of the thermal conductivity and diffusivity of snow. In The General Assembly of Berkeley // International Association of Scientific Hydrology Publ. 1963. V. 61. P. 75–81.
- Sturm M., Holmgren J., König M., Morris K. The thermal conductivity of seasonal snow. // Journ. of Glaciology. 1997. V. 43 (143). P. 26–41.
- Sulakvelldze G.K. Thermo-conductivity equation for vapor diffusivity of naturally compacted snow. Bulletin of the Academy of Sciences USSR Geophysical Series. 1959. P. 186–188.
- Yen Y.C. Effective thermal conductivity and water vapor diffusivity of naturally compacted snow // Journ. of Geophys. Research. 1965. V. 70. P. 1821–1825.
- Zhirkov A., Sivtsev M., Lytkin V., Séjourné A., Wen Z. An Assessment of the Possibility of Restoration and Protection of Territories Disturbed by Thermokarst in Central Yakutia, Eastern Siberia // Land. 2023. V. 12 (1). 197 p. <https://doi.org/10.3390/land12010197>

Citation: Galkin A.F., Zheleznyak M.N., Zhirkov A.F. Change in the thermophysical properties of snow cover during compaction. *Led i Sneg. Ice and Snow.* 2025, 65 (4): 658–669. [In Russian]. doi: 10.7868/S2412376525040107.

Change in the thermophysical properties of snow cover during compaction

© 2025 A. F. Galkin[#], M. N. Zheleznyak, A. F. Zhirkov

Melnikov Institute of Permafrost Studies of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
Yakutsk, Russia
[#]e-mail: afgalkin@mail.ru

Received May 26, 2025; revised July 28, 2025; accepted September 25, 2025

The purpose of the work is to determine the degree of change in the thermophysical characteristics of the snow cover during compaction. A new indicator, the “snow cover compaction coefficient”, has been introduced. The dependences of the change in the main characteristics of the snow cover on the compaction coefficient have been obtained. The change in the following characteristics has been considered: thermal conductivity, thermal diffusivity, thermal resistance, thermal inertia, thermal stability, and the Fourier and Stefan criteria. A summary table has been constructed, which makes it possible to determine the form of relationship between the above main characteristics and the compaction factor. It has been established that the form of functional relationship between the thermal conductivity coefficient and the snow density plays a crucial role in the quantitative relationship between the characteristics and the compaction factor. For example, if we assume a linear relationship between the thermal conductivity coefficient and the density, the degree of reduction in thermal resistance during snow reclamation is proportional to the square of the compaction factor, while if we assume a parabolic relationship between the thermal conductivity coefficient and the density, the degree of reduction in thermal resistance is proportional to the third power of the compaction factor. The values of the considered thermophysical parameters are obtained from the compaction factor for the case of the dependence of the thermal conductivity coefficient λ on the snow density ρ in the form of a truncated polynomial of an arbitrary degree n . Graphical dependencies of individual

indicators on the form of initial functional relationships of the initial values obtained theoretically and from experimental studies and field observations are presented. It is also shown that the percentage discrepancy in the calculation results caused by the choice of exponential function of the thermal conductivity coefficient on density increases for almost all of the thermal properties with an increase in the value of the compaction coefficient and considerably exceeds the value allowed in engineering calculations. For example, the discrepancy of thermal resistance of snow cover when the compaction coefficient is 2.0 is 50 %, and with compaction coefficient equal to 4.0 it is 75 %. The main quantitative relationships of change in thermal conductivity coefficients of snow and thermal resistance of snow cover depending on the compaction degree has been formulated.

Keywords: snow cover, snow reclamation, thermal properties, snow density, compaction coefficient, quantitative functions/relationships

REFERENCES

- Abels G.F. Sutochnyi hod temperatury snega i opredelenie zavisimosti mezhdu teploprovodnostyu snega i ego plotnostyu. Daily temperature variation of snow and determination of the relationship between snow thermal conductivity and density. Read at a meeting of the Physics and Mathematics Department on January 20, 1893 / G. Abels. St. Petersburg: Printed by the Imperial Academy of Sciences, 1893: 65 p. [In Russian].
- Asankozhoev E.Zh., Karaev E.S., Tretyakov P.Yu., Nichiporu L.S. Optimization Technology for Ice Roads Construction. *Inzhenernyj Vestnik Dona*. Don Engineering Bulletin. 2022, 5: 7634 p. <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2022/7632> [In Russian].
- Galkin A.F., Zhirkov A.F., Pankov V.Yu., Plotnikov N.A. An Analysis of Research Results of Thermal Regime of Natural and Artificial Stone Runs. *Arktika i Antarktika. Arctic and Antarctic*. 2024, 4: 1–12. <https://doi.org/10.7256/2453-8922.2024.4.71939> [In Russian].
- Galkin A.F., Plotnikov N.A. Calculation of Thermal Conductivity Coefficient of Snow Cover. *Arktika i Antarktika. Arctic and Antarctic*. 2023, 3: 16–23. <https://doi.org/10.7256/2453-8922.2023.3.43733> [In Russian].
- Galkin A.F., Pankov V.Yu., Adamov A.A. Comparative Analysis of Formulas to Determine the Density of Snow Cover. *Stroitel'nye materialy. Construction Materials*. 2024, 11: 73–78. [In Russian].
- Galkin A.F., Pankov V.Yu., Zhirkova E.O. Calculation of Thermal Resistance of a Road. *Stroitel'nye materialy. Construction Materials*. 2022, 11: 70–75. <https://doi.org/10.31659/0585-430X-2022-808-11-70-75> [In Russian].
- Galkin A.F., Zheleznyak M.N., Zhirkov A.F., Plotnikov N.A. Analysis of the effectiveness of snow land reclamation. *Melioraciya i gidrotehnika. Land reclamation and hydraulic engineering*. 2025, 15 (2): 245–269. <https://doi.org/10.31774/2712-9357-2025-15-2-245-269> [In Russian].
- Kirillin A.R., Zheleznyak M.N., Zhirkov A.F., Misaylov I.E., Verkhuturov A.G., Sivtsev M.A. Features of Snow Accumulation and Parameters of Snow Cover in Elkon Mountain Range. *Vestnik Zabajkal'skogo gosudarstvennogo universiteta*. Bulletin of the Trans-Baikal State University. 2020, 7 (26): 62–76. [In Russian].
- Kotlyakov V.M., Sosnovsky A.V. Assessment of Thermal Resistance of Snow Cover Depending on Soil Temperature. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2021, 2 (61): 195–205. <https://doi.org/10.31857/S2076673421020081> [In Russian].
- Kruchinin I.N. Formation of Snow Cover with Given Parameters on Logging Trails. *Izvestiya VUZov. Lesnoj zhurnal*. Bulletin of Universities, Forest Journal. 2012, 1 (325): 38–41. [In Russian].
- Oleynikov A.I., Skachkov M.N. Model of compacted loose bodies and some of its applications. *Modelirovaniye sistem. Modeling of systems*. 2011, 4 (30): 48–57. [In Russian].
- Osokin N.I., Sosnovsky A.V. Spatial and Temporal Variation of Thickness and Density of Snow Cover in Russia. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2014, 4 (54): 72–80. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2014-4-72-80> [In Russian].
- Osokin N.I., Sosnovsky A.V., Chernov R.A. Thermal Conductivity Coefficient of Snow and Its Variation. *Kriosfera Zemli. Cryosphere of the Earth*. 2017, 3 (21): 60–68. [https://doi.org/10.21782/KZ1560-7496-2017-3\(60-68\)](https://doi.org/10.21782/KZ1560-7496-2017-3(60-68)) [In Russian].
- Pavlov A.V. *Monitoring kriolitozony. Monitoring the Permafrost*. Novoborisrsk: Geo. 2008: 229 p. [In Russian].
- Pozdnyakov S.P., Grinevsky S.O., Dedyulina E.A., Koreko E.S. Sensitivity of Results of Modeling Seasonal Freezing to the Choice of Parameters of Thermal Conductivity of Snow Cover. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2019, 1 (59): 67–80. [In Russian].
- Rashkin A.V., Avdeev P.B., Subbotin Yu.V. *Teplovaya i vodnaya podgotovka gornyh porod pri razrabotke merzlyh rossyppej*. Thermal and Water Preparation of Rocks for Development of Frozen Stone Runs. Moscow: Mining Book, 2007: 355 p. [In Russian].

- Sosnovsky A.V.* Mathematical Modelling of Influence of Snow Cover on the Degradation of Permafrost due to Climate Warming. *Kriosfera Zemli. Cryosphere of the Earth.* 2006, 3: 83–88. [In Russian].
- Sosnovsky A.V., Osokin N.I.* Towards the Assessment of Thermal Resistance of Snow Cover in Western Spitsbergen. *Vestnik Kol'skogo nauchnogo centra RAN. Bulletin of Kola Center of Russian Academy of Sciences,* 2018, 3 (10): 185–191. <https://doi.org/10.25702/KSC.2307-5228.2018.10.3.185-191> [In Russian].
- Firz Sh., Armstrong R.L., Dyuran I., Ethevi P., Greene I., McClang D.M., Nishimura K., Satyavali P.K., Sokratov S.A.* International Classification for Seasonal Snow, a Manual for Description of Snow Cover. Russian Edition. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy. Data of Glaciological Studies.* 2012, 2: 80 p. [In Russian].
- Sherstyukov A.B., Anisimov O.A.* An Assessment of Influence of Snow Cover on the Soil Temperature Based on Observation. *Meteorologiya i gidrologiya. Meteorology and Hydrology.* 2018, 2: 17–25. [In Russian].
- Shulgin A.M.* Snow Melioration and Soil Climate. Lenin-grad: Hydrometeoizdat, 1986: 70 p.
- Calonne N., Flin F., Morin S., Lesaffre B., du Roscoat S.R., Geindreau C.* Numerical and experimental investigations of the effective thermal conductivity of snow. *Geophysical Research Letters.* 2011, 38: L23501 p. <https://doi.org/10.1029/2011GL049234>
- Calonne N., Milliancourt L., Burr A., Philip A., Martin C.L., Flin F., Geindreau C.* Thermal conductivity of snow, firn, and porous ice from 3-D image-based computations. *Geophysical Research Letters.* 2019, 46: 13079–13089. <https://doi.org/10.1029/2019GL085228>
- Schwander J., Sowers T., Barnola J.-M., Blunier T., Fuchs A., Malaizé B.* Age scale of the air in the summit ice: Implication for glacial-interglacial temperature change. *Journ. of Geophys. Research.* 1997, 102(D16): 19483–19493. <https://doi.org/10.31659/0585-430X-2024-830-11-73-78>
- Schwerdtfeger P.* Theoretical derivation of the thermal conductivity and diffusivity of snow. In *The General Assembly of Berkeley. International Association of Scientific Hydrology* Publ. 1963, 61: 75–81.
- Sturm M., Holmgren J., König M., Morris K.* The thermal conductivity of seasonal snow. *Journ. of Glaciology.* 1997, 43 (143): 26–41.
- Sulakvelldze G.K.* Thermo-conductivity equation for vapor diffusivity of naturally compacted snow. *Journal of Bulletin of the Academy of Sciences USSR. Geophysical Series.* 1959: 186–188
- Yen Y.C.* Effective thermal conductivity and water vapor diffusivity of naturally compacted snow. *Journ. of Geophysical Research.* 1965, 70: 1821–1825.
- Zhirkov A., Sivtsev M., Lytkin V., Séjourné A., Wen Z.* An Assessment of the Possibility of Restoration and Protection of Territories Disturbed by Thermokarst in Central Yakutia, Eastern Siberia. *Land.* 2023, 12 (1): 197. <https://doi.org/10.3390/land12010197>