

**Влияние льдообразования в трещинах на поле температур в холодном слое ледника**

© 2022 г. Г.А. Черняков\*, Р.А. Чернов

Институт географии РАН, Москва, Россия

\*glchern@igras.ru

**Effect of ice formation in crevasses to the temperature field in the cold layer of glacier**

G.A. Chernyakov\*, R.A. Chernov

Institute of Geography, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

\*glchern@igras.ru

Received May 2, 2022 / Revised June 15, 2022 / Accepted October 7, 2022

**Keywords:** modeling, polythermal glacier, Svalbard, Arctic.**Summary**

The work focuses on modeling the warming of a glacier due to heat release during the refreezing of melt-water in glacier crevasses (cryo-hydrologic warming). The simulation is performed for a polythermal Arctic glacier with a regular network of crevasses filled with water at 0 °C, for the 1-year period of freezing of water in crevasses in the cold layer of a glacier, below the active layer. The upper (active layer base) and lower (initial cold-temperate transition surface) boundaries of the cold layer are considered horizontal planes; the crevasses are assumed to be identical narrow straight parallel water-filled channels. These assumptions allow considering the corresponding mathematical problem in a 2D setting. The time-dependent temperature distribution in the modeled domain is calculated explicitly as the solution to a 2D initial boundary value problem for the heat equation with spatially distributed heat sources that model the network of crevasses. The initial temperature distribution and the spatial parameters of the model are set based on the field data from the polythermal glacier Austre Grønfyordbreen (Svalbard). For a fixed geometry of the crevasses (the distance between neighboring crevasses is 10 m, the depth is 10 m, the width is of order 0.1 m) we performed an analytical-solution-based simulation of the temperature field at the end of a year-long period of heating varying the active layer base temperature (–3, –2 °C) and the initial thickness of the cold layer (20, 40, 60 m). The results suggest that the temperature field is more influenced by the cold layer thickness than the upper boundary temperature. The maximum temperature increment is 1–2 °C depending on the simulated case. The cold-temperate transition surface shifts up under the crevasse area by a maximum of 3.4 m (only in the case of 20-m cold layer). The temperature field remains unperturbed at a distance of 20 m or more in any direction from the crevasse zone. Our results may be useful for quantitative comparison of cryo-hydrologic warming with other factors of the temperature state of glaciers.

**Citation:** Chernyakov G.A., Chernov R.A. Effect of ice formation in crevasses on the temperature field in the cold layer of a glacier. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2022, 62 (4): 512–526 [In Russian].  
doi: 10.31857/S2076673422040148, edn: mhmlaj;

Поступила 2 мая 2022 г. / После доработки 15 июня 2022 г. / Принята к печати 7 октября 2022 г.

**Ключевые слова:** моделирование, политермический ледник, Шпицберген, Арктика.

Для условий ледника Восточный Грэнфьорд (Западный Шпицберген) выполнено моделирование изменений температурного поля в холодном слое в конце годового периода отепления за счёт замерзания воды в трещинах. Показано, что температура в леднике повысится на 1–2 °C, граница холодного и тёплого льда сместится вверх максимум на 3,4 м, возмущения температурного поля распространятся не далее 20 м от области трещиноватости.

**Введение**

Для большинства ледников характерно наличие трещин, причём трещиноватость способна оказывать влияние на баланс массы ледников (Colgan et al., 2016). Помимо полевых исследований, известно множество работ по моделированию физических явлений, связанных с лед-

никовыми трещинами. В ряде работ изучались механические процессы: формирование и распространение трещин в толще ледника, эволюция их геометрической формы, дренаж талой воды по трещинам и колодцам и др. (Weertman, 1970; Alley et al., 2005; Everett et al., 2016; Duddu et al., 2020). Водоносные трещины воздействуют на термическое состояние ледников посредством

двух основных физических механизмов: 1) кондуктивной теплопередачи от более тёплой талой воды к окружающему холодному льду; 2) выделения скрытой теплоты кристаллизации воды в трещинах. Указанные два процесса иногда объединяют под общим названием гидрологического механизма отепления холодного льда (cryo-hydrologic warming, CHW) (Phillips et al., 2010). Это явление находится в центре внимания данного исследования. Значение гидрологического отепления для динамики ледников заключается в том, что оно снижает вязкость льда, ускоряет его течение, изменяет базальные условия и в конечном счёте вносит свой вклад в динамику баланса массы ледника (Colgan et al., 2016).

К числу наиболее ранних работ по моделированию отепления ледников в результате кристаллизации воды в трещинах относятся (Jarvis, Clarke, 1974). В работе (Phillips et al., 2010) предложена модель гидрологического отепления для ледниковых щитов. В ряде более поздних исследований различные модели, учитывающие CHW, применены для объяснения динамики и термического состояния ледников Гренландии (Phillips et al., 2013; Luthi et al., 2015; Poinar et al., 2017; McDowell et al., 2021). В статье (Gilbert et al., 2020) представлена термомеханическая модель с учётом перколяции и кристаллизации воды в трещинах для горного ледника в Гималаях. В статье (Казанский, 1988) термодинамика замерзания талой воды в снежно-фирновой толще рассматривается в рамках модели фильтрации. В работах (Исенко, 2000; Исенко, Мавлюдов, 2000) моделировалось формирование и эволюция дренажных каналов в холодных ледниках с учётом тепловыделения и фазовых переходов.

В период летнего таяния на поверхности полярных ледников образуется значительное количество талой воды, часть которой перехватывается трещинами и ледниковыми колодцами и проникает в толщу ледника. Её влияние на полярные ледники трудно переоценить, поэтому значительное внимание уделяется оценкам запасов воды в ледниках, а также изменению их термического режима и характера движения льда (Глазовский, Мачерет, 2014). В настоящей работе моделируется влияние гидрологического отепления льда на температурное поле в холодном слое политермического ледника в Арктике. Моделирование выполнено для условий относитель-

но тёплой левой (западной) ветви политермического ледника Восточный Грэнфьорд (Западный Шпицберген), для которой характерна трещиноватость. Предложена математическая модель, описывающая процесс замерзания воды в ледниковых трещинах в течение года и обусловленное фазовым переходом распространение теплоты в холодной толще ледника ниже активного слоя. Модель основана на аналитических методах расчёта. Поскольку для ледника Восточный Грэнфьорд характерны низкие скорости движения льда (не более 5 м/год на поверхности) и влияние динамического фактора на термический режим ледника незначительно (Вшивцева, Чернов, 2017), в модели не учитываются адвекция температуры и деформационный разогрев.

В 2011–2015 гг. в ходе экспедиционных исследований на леднике Восточный Грэнфьорд получены полевые данные, позволяющие сделать выводы о характере влияния снежного покрова и абляции на термический режим приповерхностного слоя ледника (Чернов и др., 2015; Вшивцева, Чернов, 2017). Результаты работы помогут оценить вклад гидрологического отепления в динамику температурного поля политермического ледника для условий Западного Шпицбергена.

### Объект исследования

Климатические изменения на Шпицбергене обусловили значительное сокращение ледников и изменение их термического режима. Эти процессы особенно масштабно проявились в центральной и западной частях Шпицбергена, где распространено горное оледенение (Pfeffer et al., 2014; Чернов, Муравьев, 2018). Ледник Восточный Грэнфьорд расположен южнее залива Грэнфьорд, на побережье которого находится пос. Баренцбург. С 2011 г. на леднике проводятся гляциологические исследования, которые включают измерения баланса массы ледника, скорости движения льда, а также термометрию верхнего слоя ледника. Ледник содержит северную экспозицию, площадь около 6 км<sup>2</sup> и максимальную длину 5,5 км; перепад высот составляет 400 м. Поверхность ледника пологая, а средний уклон поверхности равен 5°. Ледник состоит из двух потоков льда, которые сливаются в его центральной части на уровне 250 м. В верховье лед-

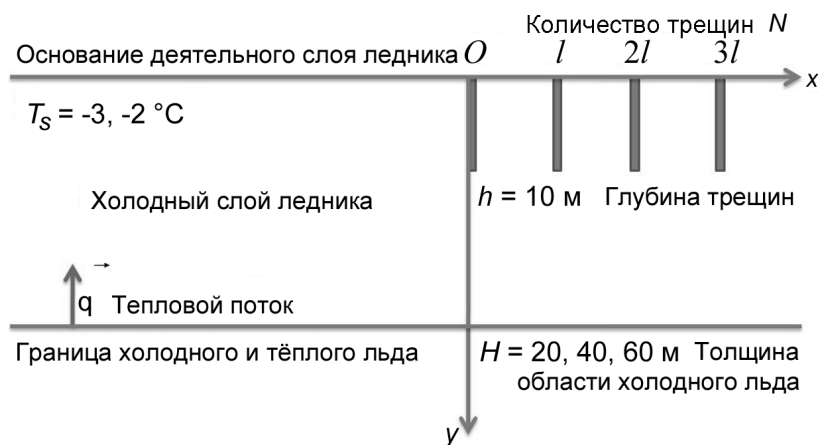
ник имеет два ледораздела с ледником Фритьоф; восточный ледораздел – высоту 440 м, западный – около 390 м. До 2015 г. на восточном ледоразделе ледника ежегодно сохранялся остаток снежного покрова, но в последующие годы сезонный снежный покров стаивал полностью. В настоящее время ледник лежит ниже климатической снеговой линии. Измерения, выполненные в 2014–2016 гг., показали небольшую скорость движения льда, которая в среднем составила 3,5 м/год. Трещины на леднике отмечены лишь в верховье ледника на ледоразделах. Ширина трещин редко превышает 20–30 см. Глубина трещин небольшая, по отдельным измерениям около 10–20 м. Типичные расстояния между соседними трещинами составляют 2–10 м.

### Методы исследования

**Общая характеристика модели.** В основе работы – идея комбинирования двух математических моделей, описывающих процессы разных масштабов. «Мелкомасштабная» модель описывает процесс намораживания льда на стенки трещины, заполненной водой. Она позволяет рассчитать величину теплового потока от воды ко льду в каждый момент времени, а также динамику и длительность процесса замерзания. «Крупномасштабная» модель описывает распространение тепла от регулярной сети трещин и эволюцию температурного поля в толще лед-

ника. На уровне этой модели ширина трещин и внутренние процессы рассмотрены как тонкие протяжённые тепловыделяющие элементы. В «крупномасштабной» модели применяется уравнение теплопроводности с функцией источников тепловыделения, явный вид которой предварительно определяется с помощью «мелкомасштабной» модели.

**Физическая модель.** Для моделирования изменений поля температур в леднике при замерзании воды в трещинах применяется идеализированная физическая модель с упрощённой геометрией. При этом моделируется часть холодной толщи ледника, расположенная ниже активного слоя. Область решения задачи (рис. 1) представляет собой бесконечный в горизонтальных направлениях плоский слой, ограниченный плоской подошвой активного слоя ледника сверху и изначально плоской поверхностью контакта холодного и тёплого льда снизу (cold-temperate transition surface, CTS). Толща ледника, заполняющая указанную область, считается однородной с плотностью  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ . Теплофизические характеристики среды также постоянны: удельная теплоёмкость  $c = 2092 \text{ Дж/(кг } ^\circ\text{C)}$ ; коэффициент теплопроводности  $\lambda = 2,21 \text{ Вт/(м } ^\circ\text{C)}$ . Температура основания активного слоя  $T_s$  ( $^\circ\text{C}$ ) считается постоянной. В начальный момент, до начала замерзания трещин с водой, поле температур в моделируемом слое ледника однородно в горизонтальных направлениях и характеризуется линейным ро-



**Рис. 1.** Схема моделируемой области ледника (вертикальное сечение). В правой верхней части рисунка узкими прямоугольниками показаны трещины.  
**Fig. 1.** Scheme of the simulated area of the glacier (vertical section). In the upper right part of the figure, crevasses are shown by narrow rectangles

стом температуры с глубиной. Соответствующий вертикальный градиент температуры определяется температурой на глубине подошвы активного слоя и первоначальной толщиной  $H$  (м) той части холодного слоя ледника, которая расположена ниже активного слоя. В начальный момент этот градиент равен  $-T_s/H$  (при  $T_s < 0$  °С). Также примем, что на нижней границе области в вертикальном направлении действует постоянный тепловой поток, соответствующий данному градиенту температуры.

В верхней части моделируемой области находятся несколько одинаковых плоских вертикальных трещин, бесконечно протяжённых вдоль некоторого горизонтального направления. Трещины расположены параллельными рядами, и расстояния между соседними трещинами равны. Ширина трещины считается одинаковой в любой её части и мала по сравнению с расстоянием между трещинами. Глубина  $h$  каждой трещины в пределах рассматриваемой области составляет 10 м. Считается, что  $H > h$ . В начальный момент времени  $t = 0$  трещины заполнены водой при температуре 0 °С. Поскольку лёд, окружающий трещины, имеет отрицательную температуру, в них начнётся замерзание воды, сопровождающееся отеплением льда. Процесс будет продолжаться до полного замерзания воды в момент  $t = t_*$ . Этот процесс может быть смоделирован при помощи уравнения теплопроводности для трёхмерной области с плоскими источниками тепловыделения, соответствующими трещинам пренебрежимо малой ширины. Более того, при описанных условиях поле температур в рассматриваемой области в каждый момент времени – двумерное, поскольку оно однородно в направлении, вдоль которого трещины имеют бесконечную протяжённость. Это позволяет моделировать распространение тепла в данной области на основе двумерной задачи теплопроводности с одномерными (линейными) тепловыми источниками.

**Начально-краевая задача.** Выполнено моделирование двумерного распределения температур в произвольной вертикальной плоскости, перпендикулярной направлению бесконечной протяжённости трещин. Введена в этой плоскости прямоугольная система координат  $Oxy$  следующим образом: горизонтальную ось  $Ox$  – вдоль верхней границы области на уровне основания активного слоя ледника; вертикальную ось  $Oy$  – вниз;

начало координат  $O$  – с верхней точкой крайней трещины (см. рис. 1). Тогда температура  $T$  (°С) будет функцией координат  $x, y$  (м) и времени  $t$  (с):  $T = T(x, y, t)$ . Эта функция считается решением следующей начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности:

$$\rho c(\partial T/\partial t) = \lambda((\partial^2 T/\partial x^2) + (\partial^2 T/\partial y^2)) + F(x, y, t),$$

$$-\infty < x < \infty, 0 < y < H, 0 < t \leq t_*; \quad (1)$$

$$T|_{t=0} = T_s(1 - y/H), -\infty < x < \infty, 0 < y < H; \quad (2)$$

$$T|_{y=0} = T_s, -\infty < x < \infty, 0 \leq t \leq t_*; \quad (3)$$

$$(\partial T/\partial y)|_{y=H} = -T_s/H, -\infty < x < \infty, 0 \leq t \leq t_*, \quad (4)$$

где (1) – уравнение теплопроводности с источником тепловыделения  $F(x, y, t)$ ; (2) – начальное условие; (3) – краевое условие на верхней границе области; (4) – краевое условие на нижней границе области.

**Объёмная плотность тепловыделения.** Плотность тепловых источников ( $Вт/м^3$ ), моделирующих выделение теплоты в трещинах при замерзании воды:

$$F(x, y, t) = q(t)\theta(h-y) \sum_{n=0}^{N-1} \delta(x-nl), \quad (5)$$

где  $q(t)$  – плотность теплового потока, проходящего через стенки замерзающей трещины,  $Вт/м^2$ ;  $\delta$  – дельта-функция Дирака;  $N$  – количество трещин;  $n$  – индекс суммирования;  $l$  – расстояние между соседними трещинами, м;  $\theta$  – функция Хевисайда, определяемая как

$$\theta(z) = 1 \text{ при } z \geq 0 \text{ и } \theta(z) = 0 \text{ при } z < 0.$$

Отметим, что режим тепловыделения в зоне трещин характеризуется исключительно зависимостью  $q(t)$ , в то время как остальные величины, входящие в правую часть выражения (5), описывают пространственное распределение тепловых источников.

Получим явный вид функции  $q(t)$  на основе одномерной задачи Стефана о фазовом переходе. Согласно решению этой задачи, перемещение межфазной границы  $\xi(t)$  за время  $t$ , отсчитываемое от начала процесса, определяется выражением

$$\xi(t) = \alpha t^{1/2}, \quad (6)$$

где  $\alpha$  – некоторая постоянная,  $м с^{-1/2}$ ; в задаче фронт фазового перехода представляет собой пло-

скую границу «лёд–вода», смещающуюся в процессе намораживания льда на стенки трещины.

При выводе формулы для  $q(t)$  рассмотрена отдельная трещина, где начальный момент одна из её стенок лежит в плоскости  $x = 0$ . неподвижная координатная ось  $x$  направлена перпендикулярно плоскости межфазного фронта (см. рис. 1). Фронт движется в положительном направлении оси  $x$ , из чего следует, что  $\alpha > 0$ . Условие Стефана на границе раздела фаз в случае, когда вода в трещине находится при температуре  $0^\circ\text{C}$  (однофазная задача Стефана), имеет следующий вид:

$$\lambda(\partial T/\partial x)|_{x \rightarrow \xi(t)} = \rho L(d\xi/dt), \quad (7)$$

где производная в левой части равенства – односторонняя и вычисляется при  $x$ , стремящемся к координате фронта  $\xi(t)$  со стороны твёрдой фазы (льда);  $L = 3,335 \cdot 10^5$  Дж/кг – удельная теплота кристаллизации воды. Другое граничное условие на поверхности раздела фаз – равенство температуры обеих фаз температуре фазового перехода, т.е.  $0^\circ\text{C}$ . Плотность теплового потока, проходящего через границу раздела фаз выражается формулой

$$q(t) = 2\lambda(\partial T/\partial x)|_{x \rightarrow \xi(t)}. \quad (8)$$

Множитель 2 в выражении (8) связан с тем, что слой льда намораживается на две стенки трещины, а шириной трещины в масштабе ледника мы пренебрегаем. Из формул (6)–(8) получаем:

$$q(t) = \alpha \rho L t^{1/2}. \quad (9)$$

Вместе с тем распределение температур в теле, занимающем полупространство ( $x > 0$ ), на границе которого ( $x = 0$ ) поддерживается постоянная нулевая температура, а начальная температура  $T_0$  одинакова для всего тела, имеет следующий вид (Карслоу, 1947):

$$T(x, t) = T_0 \operatorname{erf}(0,5x(at)^{-1/2}), \quad (10)$$

где  $a = \lambda/(\rho c)$  – коэффициент температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $\operatorname{erf} z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\zeta^2} d\zeta$  – функция ошибок.

Из закона теплопроводности Фурье и формулы (10) следует, что плотность теплового потока на границе тела с начальной температурой  $T_0 < 0^\circ\text{C}$  составит

$$q|_{x=0} = -\lambda(\partial T/\partial x)|_{x=0} = -T_0(\lambda \rho c / (\pi t))^{1/2}. \quad (11)$$

На основе формулы (11) получено приближённое выражение для плотности теплового потока, распространяющегося от замерзающей ледниковой трещины. В качестве полуограниченного тела в постановке вышеизложенной задачи – выступает лёд, а в качестве границы тела – стенка трещины. Температура воды у границы области льда постоянно равна  $0^\circ\text{C}$ . Вместо однородной начальной температуры тела  $T_0$  выбрана усреднённая по высоте начальная температура ледяной стенки трещины  $\bar{T}$ :

$$\bar{T} = \frac{1}{h} \int_0^h T|_{t=0} dy = T_s \left( 1 - \frac{h}{2H} \right). \quad (12)$$

При выводе выражения для  $\bar{T}$  применено начальное условие (2). Учитывая, что через две стенки трещины поступает удвоенный тепловой поток, и учитывая формулу (12), получено окончательное выражение для плотности теплового потока, исходящего от замерзающей трещины:

$$q(t) = -2\bar{T}(\lambda \rho c / (\pi t))^{1/2} = T_s((h/H) - 2)(\lambda \rho c / (\pi t))^{1/2}. \quad (13)$$

**Время замерзания.** Выведена формула для расчёта времени полного замерзания воды в трещинах  $t_*$ . Приравнявая тепловые потоки (9) и (13):

$$\alpha = -2\bar{T}L^{-1}(\lambda c / (\pi \rho))^{1/2}. \quad (14)$$

Подставив в (14) вместо  $\bar{T}$  его выражение по формуле (12):

$$\alpha = T_s L^{-1}((h/H) - 2)(\lambda c / (\pi \rho))^{1/2}. \quad (15)$$

Предполагается, что намораживание льда на обе стенки трещины происходит с одинаковой скоростью, поэтому граница раздела фаз с каждой стороны трещины шириной  $d$  (м) за время  $t_*$  (с) переместится на расстояние  $d/2$ . Из формулы (6) следует, что вода в трещине полностью замёрзнет за время  $t_* = d^2/(4\alpha^2)$ . Подставив в последнюю формулу выражение (15) для  $\alpha$ , получается выражение для времени замерзания воды в трещинах:

$$t_* = \pi \rho L^2 H^2 d^2 / (4 \lambda c T_s^2 (2H - h)^2). \quad (16)$$

**Решение начально-краевой задачи.** Распределение температур в моделируемой области ледника можно найти, решив задачу теплопроводности (1)–(4) с функцией источников теплоты (5) и плотностью теплового потока (13). С помощью

метода функций Грина получено аналитическое решение этой задачи (Полянин, 2007):

$$T(x, y, t) = T_s \left( 1 - \frac{y}{H} \right) + \frac{4T_s}{\pi^2} \left( \frac{h}{H} - 2 \right) \sum_{n=0}^{N-1} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{\tau(t-\tau)}} e^{-\frac{(x-nl)^2}{4a(t-\tau)}} \times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin^2 \frac{(2k+1)\pi h}{4H} \sin \frac{(2k+1)\pi y}{2H} e^{-\frac{(2k+1)^2 \pi^2 a(t-\tau)}{4H^2}} d\tau, \quad (17)$$

где  $a = \lambda/(\rho c)$ .

**Аппроксимация решения.** Точное решение (17) содержит достаточно сложную структуру и непригодно для получения численных значений температуры в отдельных точках. Однако это решение может быть заменено аппроксимацией, достаточно точной для выполнения модельных расчётов. Эта аппроксимация, основанная на замене ряда в формуле (17) его частичной суммой, имеет следующий вид:

$$\tilde{T}(x, y, t) = T_s \left( 1 - \frac{y}{H} \right) + \frac{4T_s}{\pi^2} \left( \frac{h}{H} - 2 \right) \sum_{n=0}^{N-1} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{\tau(t-\tau)}} e^{-\frac{(x-nl)^2}{4a(t-\tau)}} \times \sum_{k=0}^K \frac{1}{2k+1} \sin^2 \frac{(2k+1)\pi h}{4H} \sin \frac{(2k+1)\pi y}{2H} e^{-\frac{(2k+1)^2 \pi^2 a(t-\tau)}{4H^2}} d\tau, \quad (18)$$

где  $K$  – номер последнего сохраняемого члена ряда.

Аналитически можно получить верхнюю оценку погрешности замены точного решения (17) его аппроксимацией (18)

$$\left| \tilde{T}(x, y, t) - T(x, y, t) \right| < \frac{2NT_s}{\pi} \left( \frac{h}{H} - 2 \right) \times \left( \frac{4H}{\pi^{3/2}} \sqrt{\frac{2}{at}} \sum_{k=K+1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} + \sum_{k=K+1}^{\infty} \frac{1}{2k+1} e^{-\frac{(2k+1)^2 \pi^2 at}{8H^2}} \right), \quad (19)$$

справедливую во всей области, заданной в (1). В частности, из формулы (19) следует, что при  $K = 750$  погрешность решения для  $t = 365$  сут.<sup>1</sup> заведомо меньше  $0,1$  °С в каждой точке области решения задачи во всех рассмотренных ниже

модельных случаях. Для каждого такого случая задавалось значение  $K$  достаточно большое, чтобы погрешность решения в конечный момент времени не превосходила  $0,1$  °С. Основные модельные расчёты выполнялись для момента  $t = 365$  сут., где значения  $K$  обеспечивают достаточно высокую точность результата. При уменьшении значения  $t$  верхняя оценка погрешности по формуле (19) незначительно возрастает. Расчёт температуры по формуле (18) и визуализация результатов выполнены в системе компьютерной математики Maple.

### Параметры модели

При расчёте температурного поля независимо варьировались два параметра толщи ледника – температура на нижней границе активного слоя ледника ( $T_s$ ) и толщина части холодного льда, находящейся ниже этой границы ( $H$ ). Моделирование выполнялось для двух значений температуры в основании активного слоя:  $T_s = -3$  и  $-2$  °С. Толщина активного слоя в леднике Восточный Грэнфьорд составляет около 8 м (Чернов и др., 2015). Подобные значения температуры характерны для левой ветви ледника Восточный Грэнфьорд на соответствующих глубинах (Чернов и др., 2015; Вшивцева, Чернов, 2017). По данным радиозондирования глубина поверхности раздела холодного и тёплого льда на леднике Восточный Грэнфьорд варьирует от 20 м в верховьях левой ветви до 75 и 130 м в пределах правой ветви и языка соответственно (Василенко и др., 2014; Сосновский и др., 2016); средняя толщина холодного слоя ледника составляет около 61 м (Мачерет и др., 2019; Мачерет и др., 2021). Исходя из данных о распределении холодного и тёплого льда в леднике, выполнены модельные расчёты для  $H$ , равного 20, 40 и 60 м. Случай  $T_s = -3$  °С и  $H = 20$  м не был рассмотрен, так как соответствующие ему условия не характерны для ледника Восточный Грэнфьорд.

Начальная ширина трещин  $d$  определялась на основе формулы (16) с учётом условия, что время полного замерзания трещин  $t_*$  превышает один год. Так, при  $T_s = -2$  °С и  $H = 20$  м наименьшая (с точностью до сантиметра) ширина трещины, замерзающей больше года, составляет 0,13 м; при  $T_s = -2$  °С и толщине холодного слоя

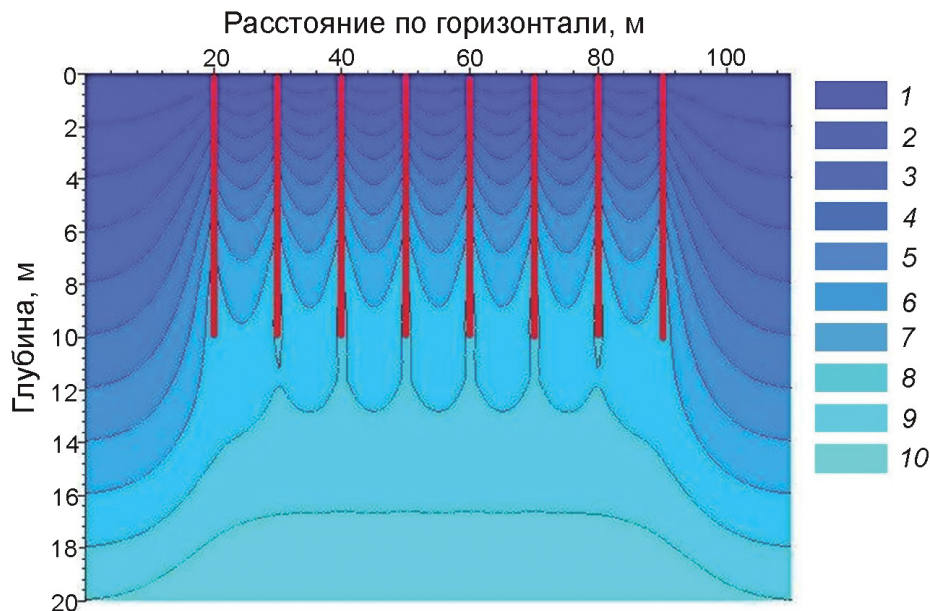
<sup>1</sup>Здесь и далее время переведено из расчётных единиц (с) в сутки (сут.).

40 и 60 м дольше года будут замерзать трещины шириной 0,16 м и более; при  $T_s = -3$  °C и мощности холодной толщи 40 и 60 м минимальные значения ширины составят 0,23 и 0,24 м соответственно. Таким образом, при ширине трещин не менее 0,24 м льдообразование будет продолжаться больше года во всех рассмотренных вариантах моделирования. Отмечено, что в модели изначальная ширина трещины (при условии  $d \geq 0,24$  м) не влияет на режим тепловыделения в пределах одного года после начала процесса. Также при моделировании варьировались такие параметры, как расстояние между соседними трещинами  $l$  и количество трещин  $N$ . В итоге зафиксированы значения  $l = 10$  м,  $N = 8$ . Выбор значения  $l = 10$  м связан с тем, что при уменьшении этого расстояния на несколько метров модельные вычисления показывают физически нереалистичный результат: нагревание льда вблизи трещин до положительных температур. Выбор числа трещин  $N = 8$  связан с тем, что при таком числе трещин формируется стабильная картина

температурного поля в центральной части зоны трещиноватости и ниже неё, т.е. дальнейшее увеличение  $N$  практически не влияет на распределение температур в этой области.

## Результаты

На рис. 2 представлены результаты моделирования температурного поля в леднике через 365 сут. после начала замерзания воды в трещинах при температуре подошвы активного слоя  $-2$  °C и толщине нижележащего холодного слоя 20 м. На рис. 3 показана картина поля температур при толщине холодного слоя 40 м и температурах основания активного слоя  $-3$  °C (см. рис. 3, а) и  $-2$  °C (см. рис. 3, б). Результаты расчётов при  $H = 60$  м,  $T_s = -3$  и  $-2$  °C качественно сходны с соответствующими результатами для  $H = 40$  м,  $T_s = -3$  и  $-2$  °C. Более подробно рассмотрен случай  $T_s = -2$  °C,  $H = 20$  м – единственный, при котором изменяется положение

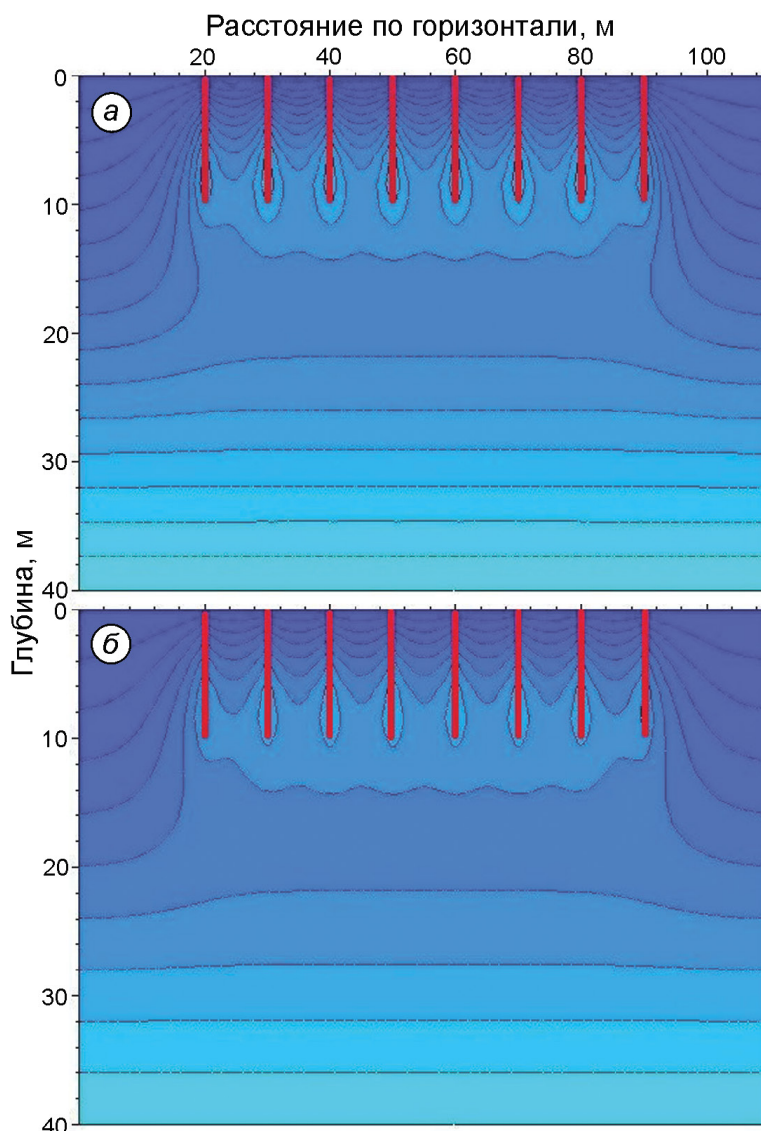


**Рис. 2.** Температурное поле в леднике в конце годового периода льдообразования в трещинах при начальной температуре на глубине основания активного слоя ледника  $-2$  °C и начальной толщине нижележащего холодного слоя 20 м.

Градация цвета 1–10 соответствует изменению температуры на  $0,2$  °C; 10 – температура  $0$  °C. Красным отмечены трещины. Глубина отсчитывается от основания активного слоя ледника

**Fig. 2.** Temperature field in the glacier at the end of the annual period of ice formation in crevasses at an initial temperature at a depth of the base of the active layer of the glacier  $-2$  °C and an initial thickness of the underlying cold layer 20 m.

Color gradation 1–10 corresponds to a temperature change of  $0.2$  °C; 10 – temperature  $0$  °C. Crevasses are marked in red. Depth is measured from the base of the active layer of the glacier



**Рис. 3.** Температурное поле в леднике в конце годового периода льдообразования в трещинах при толщине холодного слоя 40 м:

*a* – при температуре  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; *b* – при температуре  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Градация цвета соответствует изменению температуры на  $0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Красным отмечены трещины. Глубина отсчитывается от основания активного слоя ледника

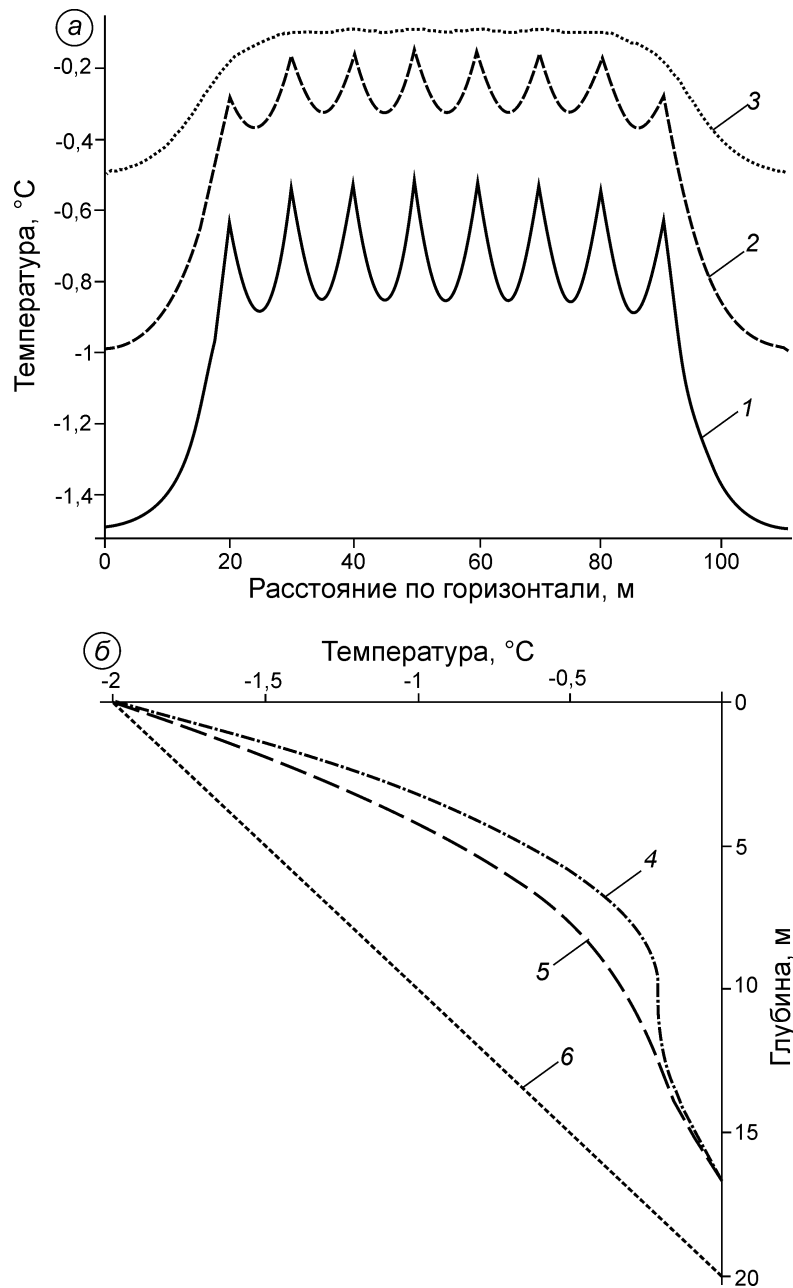
**Fig. 3.** Temperature field in the glacier at the end of the annual period of ice formation in crevasses with a cold layer thickness of 40 m:

*a* – at a temperature of  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; *b* – at a temperature of  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ . The color gradation corresponds to a temperature change of  $0.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Crevasses are marked in red. Depth is measured from the base of the active layer of the glacier

границы холодного и тёплого льда. Для этого случая дополнительно построены: горизонтальные профили температуры на различных глубинах (рис. 4, *a*); вертикальные профили температуры в центральной части зоны трещин на различных расстояниях до ближайших трещин (рис. 4, *b*); графики эволюции температуры в трёх точках посередине зоны трещин на различных глубинах (рис. 5).

Сравнение рассмотренных модельных случаев указывает на то, что температура в основании активного слоя  $T_s$  влияет в основном на абсолютное значение температуры в той или иной точке расчётной области спустя год после начала тепловыделения, в то время как структура температурного поля и, в частности, конфигурация изотерм определяются в большей степени толщиной холодного слоя  $H$  (см. рис. 2, 3).





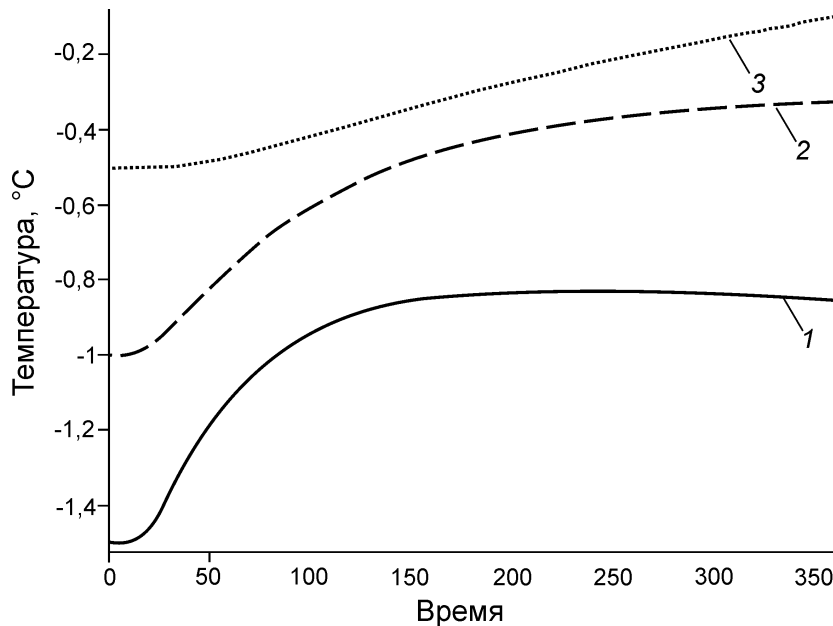
**Рис. 4.** Температура в леднике в конце годового периода льдообразования в трещинах при начальной температуре основания активного слоя  $-2^{\circ}\text{C}$  и начальной толщине холодного слоя 20 м:

*a* – горизонтальные профили на различных глубинах: 1 – на глубине 5 м; 2 – на глубине 10 м; 3 – на глубине 15 м; *b* – вертикальные профили в центральной части зоны трещин: 4 – на расстоянии 1 м от ближайшей трещины; 5 – на расстоянии 5 м от соседних трещин; 6 – начальный профиль. Глубина отсчитывается от основания активного слоя ледника

**Fig. 4.** Temperature in the glacier at the end of the annual period of ice formation in cracks at the initial temperature of the base of the active layer  $-2^{\circ}\text{C}$  and the initial thickness of the cold layer 20 m:

*a* – horizontal profiles at different depths: 1 – at a depth of 5 m; 2 – at a depth of 10 m; 3 – at a depth of 15 m; *b* – vertical profiles in the central part of the crack zone: 4 – at a distance of 1 m from the nearest crack; 5 – at a distance of 5 m from neighboring cracks; 6 – initial profile. Depth is measured from the base of the active layer of the glacier

Моделирование показывает, что максимальная величина разогрева льда за счёт кристаллизации воды возрастает по мере увеличения толщины холодного слоя (составляет около  $1^{\circ}\text{C}$  при  $T_s = -2^{\circ}\text{C}$ ,  $H = 20$  м;  $1,2^{\circ}\text{C}$  при  $T_s = -2^{\circ}\text{C}$ ,  $H = 40$  м;  $1,3^{\circ}\text{C}$  при  $T_s = -2^{\circ}\text{C}$ ,  $H = 60$  м). В ещё



**Рис. 5.** Годовая динамика температуры в центральной части области трещиноватости на различных глубинах при начальной температуре основания активного слоя  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$  и начальной толщине холодного слоя 20 м:

*1* – на глубине 5 м; *2* – на глубине 10 м; *3* – на глубине 15 м. Глубина отсчитывается от основания активного слоя ледника  
**Fig. 5.** Annual temperature dynamics in the central part of the crevassed area at different depths at the initial temperature of the base of the active layer  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$  and the initial thickness of the cold layer 20 m:  
*1* – at a depth of 5 m; *2* – at a depth of 10 m; *3* – at a depth of 15 m. The depth is measured from the base of the active layer of the glacier

большей степени наибольшая величина разогрева зависит от температуры в основании активного слоя ( $1,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  при  $T_s = -3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $H = 40\text{ м}$ ;  $1,9\text{ }^{\circ}\text{C}$  при  $T_s = -2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $H = 60\text{ м}$ ) и достигается в областях ледника между трещинами. На глубине около 5 м ниже зоны трещин разогрев менее значителен – не превосходит  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  при  $T_s = -2\text{ }^{\circ}\text{C}$  и  $0,7\text{ }^{\circ}\text{C}$  при  $T_s = -3\text{ }^{\circ}\text{C}$  – и слабо зависит от мощности холодной толщи. Также на этой глубине в области ниже трещин горизонтальный градиент температур, существенный в пределах зоны трещин, почти полностью затухает (см. рис. 4, а). Вертикальные профили температуры в области трещиноватости к концу годового периода поступления тепла подвергаются заметному возмущению, однако расстояние до ближайшей трещины влияет на вертикальное распределение температур незначительно (см. рис. 4, б).

Темпы нагревания льда существенно зависят от глубины (см. рис. 5). При  $T_s = -2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $H = 20\text{ м}$  на глубине 5 м ниже основания активного слоя максимальные значения температуры достигаются за время около 200 сут., после чего начинается постепенное охлаждение, связанное с ослаблением мощности теплового потока от за-

мерзающих трещин. На глубине нижней границы зоны трещин и ниже температура повышается в течение всего года, поскольку волна тепла приходит туда с запозданием. Соответственно и охлаждение льда в этой области начнётся позже, чем в более высоких горизонтах. Аналогичная динамика температуры на разных глубинах имеет место и в остальных модельных случаях. Результаты моделирования в случае  $T_s = -2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $H = 20\text{ м}$  показывают, что граница холодного и тёплого льда, изначально расположенная на 20 м глубже подошвы активного слоя, относительно равномерно сместится вверх в области ниже центральной части зоны трещин до глубины около 16,6 м (см. рис. 2, см. рис. 4, б). Таким образом, толщина холодного льда в этой области за счёт тепловыделения в трещинах может сократиться примерно на 3,4 м. Вблизи границы зоны трещиноватости сокращение холодной толщи, согласно расчёту, будет меньше и составит около 2,4 м. Дополнительный приток тепла со стороны замерзающих трещин к тёплому льду, находящемуся ниже СТС, может вызвать таяние и образование воды (Глазовский, Мачерет, 2014).

При толщине холодного слоя 40 и 60 м независимо от температуры в основании активного слоя ( $-3$  или  $-2$  °C) уже на глубине 30 м возмущения температурного поля в конце годового периода льдообразования в трещинах практически отсутствуют (менее  $0,02$  °C). Таким образом, значимый разогрев льда будет происходить в пределах 20-метровой холодной толщи, находящейся ниже зоны трещин. Также в этих модельных случаях смещение CTS вверх за один год пренебрежимо мало – менее  $0,1$  м.

Самостоятельный интерес представляет вопрос о максимальном возможном сокращении холодной толщи ледника в предположении, что льдообразование в трещинах и нагревание льда происходят в течение длительного времени, больше года. Расчёты показали, что в случае  $T_s = -2$  °C,  $H = 20$  м CTS поднимется вверх примерно на  $7,2$  м за время около 1300 сут. (более 3,5 лет), после чего в результате ослабления теплового потока от замерзающих трещин уровень CTS вновь будет понижаться. Согласно модели, при данных начальных условиях дольше 1300 сут. будет замерзать вода в трещинах шириной  $0,25$  м и более. При начальной толщине холодного слоя 40 и 60 м вне зависимости от температуры на верхней границе области ( $-3$  или  $-2$  °C) сокращение холодной толщи заняло бы существенно большее время – около 5300 и 11500 сут. соответственно, однако такой длительный процесс льдообразования был бы возможен лишь в очень широких трещинах ( $0,5$ – $1,5$  м), какие не характерны для ледника Восточный Грэнфьорд. Граница раздела холодного и тёплого льда в этих модельных случаях переместится вверх не более чем на  $7$  м.

Во всех рассмотренных случаях начальное поле температур остаётся практически невозмущённым во всех горизонтах на расстоянии  $20$  м и более от зоны трещин в горизонтальном направлении (см. рис. 2, 3 и рис. 4, а).

### Обсуждение результатов

При моделировании гидрологического отепления ледника были приняты некоторые упрощающие предположения: тепловой поток на глубине начального положения CTS считается постоянным; при вычислении плотности теплового потока, исходящего от замерзающей трещины, прово-

дится усреднение начальной температуры льда по глубине трещины; рассматривается регулярная сеть бесконечных по горизонтальной протяжённости трещин и др. Одна из принятых гипотез наиболее существенно влияет на результаты моделирования: выражение для постоянной  $\alpha$ , характеризующей скорость намораживания льда и интенсивность тепловыделения, найдено исходя из предположения о равенстве выражений (9) и (13) для теплового потока – вычисляемого на основе задачи Стефана и с помощью задачи о распространении теплоты в полупространстве с постоянной температурой на его границе. Однако выражение (14) для параметра  $\alpha$  согласуется с соответствующими формулами, применёнными в работах (Rubin, 1995; Alley et al., 2005; van der Veen, 2007), с точностью до замены начальной температуры твёрдой фазы  $T_0$  её усреднённой температурой  $\bar{T}$ . Численные значения параметра  $\alpha$  во всех моделируемых нами случаях имеют один порядок и варьируют от  $1,15 \cdot 10^{-5}$  м с<sup>-1/2</sup> при  $T_s = -2$  °C,  $H = 20$  м до  $2,11 \cdot 10^{-5}$  м с<sup>-1/2</sup> при  $T_s = -3$  °C,  $H = 60$  м.

Отмечено, что выражения для теплового потока (9) и (13) получены в предположении, что существует единичная трещина, заполненная замерзающей водой. В действительности, температурные поля, определяемые близкорасположенными тепловыми источниками (трещинами), интерферируют, что может изменять интенсивность действия каждого источника. Разработка модели для системы взаимодействующих тепловых источников и расчёт соответствующих температурных полей в леднике – отдельная задача, которая может быть решена в ходе дальнейших исследований.

Для более точного описания процесса важно получить полевые данные о темпах сокращения трещин с водой на ледниках архипелага Шпицберген. Выполнив измерения ширины трещин в разные моменты времени и аппроксимировав полученную эмпирическую зависимость, определено реалистичное значение постоянной  $\alpha$ , отвечающей за длительность и интенсивность моделируемых процессов. Наблюдения на леднике Восточный Грэнфьорд показали, что его левая ветвь теплее правой на  $1,5$ – $2$  °C во всех горизонтах ниже активного слоя, и это различие в температурах объясняется преимущественно теплоизолирующим действием более мощного снежного покрова на левой ветви, который пре-

пятствует зимнему выхолаживанию (Вшивцева, Чернов, 2017). При этом термический эффект льдообразования в трещинах, характерных главным образом для левой ветви, не учитывался. Результаты моделирования позволяют предположить, что отепление льда за счёт снежного покрова на левой ветви в действительности меньше приведённых значений на величину гидрологического отепления, которая, варьирует в зависимости от свойств сети трещин, мощности холодной толщи и других параметров.

Сравнение результатов моделирования с данными скважинной термометрии на леднике Восточный Грэнфьорд показывает близкое соответствие как по масштабам вариаций температур, так и по их абсолютным значениям. Так, температура на глубине около 13 м в скважине № 1 (Чернов и др., 2015), находящейся в области трещиноватости в верховье левой ветви ледника, изменяется между  $-1,2$  и  $-0,7$  °С по данным повторных измерений температуры в скважинах в 2012–2014 гг., в то время как модельный расчёт для случая  $T_s = -2$  °С,  $H = 20$  м, близкого к натурным условиям в районе данной скважины, показывает на соответствующей глубине (5 м ниже подошвы активного слоя) вариации температуры в пределах между  $-1,5$  и  $-0,6$  °С (см. рис. 4, б).

### Заключение

Предложена аналитическая модель для расчёта температурного поля в холодном слое арктического политермического ледника (ниже активного слоя), учитывающая тепловыделение при кристаллизации воды температурой 0 °С в регулярной сети плоских параллельных ледниковых трещин (расстояния между соседними трещинами и их глубины фиксированы — 10 м). Трещины считаются независимыми тепловыми источниками. На основе модели для различных начальных условий, характерных для разных областей ледника Восточный Грэнфьорд, произведён расчёт эволюции поля температур к концу годового периода льдообразования в трещинах. Показано, что изначальная толщина холодного слоя (20, 40 или 60 м) сильнее влияет на картину температурного поля по сравнению с таким фактором, как температура в основании активного слоя ледника ( $-3$  или  $-2$  °С). Максималь-

ная величина разогрева льда к концу годового цикла в зависимости от параметров модели варьирует между 1 и 2 °С. При сравнительно малой толщине холодного слоя (20 м) ниже зоны трещин за счёт тепловыделения в течение года произойдёт относительно равномерное сокращение холодной толщи на 3,4 м. Если тепловыделение продолжится, то холодная толща сократится на максимальную величину 7,2 м за время около 1300 сут. При большей начальной толщине холодного слоя (40 и 60 м) эффект смещения границы холодного и тёплого льда к концу годового цикла практически не наблюдается в результатах моделирования; возмущения температурного поля затухают в пределах 20-метрового слоя льда ниже области трещин. Кроме того, во всех модельных случаях температура остаётся практически неизменной на расстоянии около 20 м по горизонтали от зоны трещиноватости.

Таким образом, моделирование позволяет оценить возможный вклад гидрологического механизма отепления холодного льда в общую динамику температурного поля ледника и даёт основания для количественного сопоставления данного эффекта с другими факторами термического состояния ледника, в частности теплоизолирующим действием снежного покрова.

**Благодарности.** Математическая модель разработана при поддержке Мегагранта (соглашение № 075–15–2021–599, 08.06.2021); модельные эксперименты для условий ледника Восточный Грэнфьорд проводились в рамках темы Государственного задания № 0148–2019–0004/FMGE–2019–0004/AAAA–A19–119022190172–5 «Оледенение и сопутствующие природные процессы при изменениях климата». Авторы благодарны Ю.Я. Мачерету и А.В. Сосновскому за плодотворные обсуждения научной проблематики.

**Acknowledgments.** The development of the mathematical model was supported by the Megagrant project (agreement No. 075–15–2021–599, 08.06.2021); model experiments for the conditions of the Austre Grøn fjord-breen glacier were carried out within the framework of the topic of the State task No. 0148–2019–0004/FMGE–2019–0004/AAAA–A19–119022190172–5 «Glaciation and related natural processes under climate change». The authors are grateful to Yu. Ya. Macheret and A. V. Sosnovsky for fruitful discussions of scientific problems.

## Литература

- Василенко Е.В., Глазовский А.Ф., Лаврентьев И.И., Мачерет Ю.Я. Изменение гидротермической структуры ледников Восточный Гренфьорд и Фритвоб на Шпицбергене // *Лёд и Снег*. 2014. Т. 54. № 1. С. 5–19. doi: 10.15356/2076-6734-2014-1-5-19.
- Вшивцева Т.В., Чернов Р.А. Пространственное распределение снежного покрова и поле температур в верхнем слое политермического ледника // *Лёд и Снег*. 2017. Т. 57. № 3. С. 373–380. doi: 10.15356/2076-6734-2017-3-373-380.
- Глазовский А.Ф., Мачерет Ю.Я. Вода в ледниках. Методы и результаты геофизических и дистанционных исследований. М.: «ГЕОС», 2014. 528 с.
- Исенко Е.В. Моделирование каналов в холодных ледниках // *Материалы гляциол. исследований*. 2000. Вып. 89. С. 194–199.
- Исенко Е.В., Мавлюдов Б.Р. Об интенсивности вреза русел ледниковых водотоков // *Материалы гляциол. исследований*. 2000. Вып. 89. С. 200–205.
- Казанский А.Б. Термодинамика впитывания талой воды в снежно-фирновую толщу // *Материалы гляциол. исследований*. 1988. Вып. 61. С. 58–62.
- Карслоу Г.С. Теория теплопроводности. М.-Л.: Гос. изд-во технико-теоретич. литературы, 1947. 288 с.
- Мачерет Ю.Я., Глазовский А.Ф., Лаврентьев И.И., Марчук И.О. Распределение холодного и тёплого льда в ледниках на Земле Норденшельда (Шпицберген) по данным наземного радиозондирования // *Лёд и Снег*. 2019. Т. 59. № 2. С. 149–166. doi: 10.15356/2076-6734-2019-2-430.
- Мачерет Ю.Я., Глазовский А.Ф., Василенко Е.В., Лаврентьев И.И., Мацковский В.В. Сравнение гидротермической структуры двух ледников Шпицбергена и Тянь-Шаня по данным радиозондирования // *Лёд и Снег*. 2021. Т. 61. № 2. С. 165–178. doi: 10.31857/S2076673421020079.
- Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2007. 592 с.
- Сосновский А.В., Мачерет Ю.Я., Глазовский А.Ф., Лаврентьев И.И. Гидротермическая структура политермического ледника на Шпицбергене по данным измерений и численного моделирования // *Лёд и Снег*. 2016. Т. 56. № 2. С. 149–160. doi: 10.15356/2076-6734-2016-2-149-160.
- Чернов Р.А., Васильева Т.В., Кудиков А.В. Температурный режим поверхностного слоя ледника Восточный Гренфьорд (Западный Шпицберген) // *Лёд и Снег*. 2015. Т. 55. № 3. С. 38–46. doi: 10.15356/2076-6734-2015-3-38-46.
- Чернов Р.А., Муравьев А.Я. Современные изменения площади ледников западной части Земли Норденшельда (архипелаг Шпицберген) // *Лёд и Снег*.

## References

- Vasilenko E.V., Glazovsky A.F., Lavrentiev I.I., Macheret Y.Y. Changes of hydrothermal structure of Austre Grönfjordbreen and Fridtjovbreen glaciers in Svalbard. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2014, 54 (1): 5–19. doi: 10.15356/2076-6734-2014-1-5-19. [In Russian].
- Vshivtseva T.V., Chernov R.A. Spatial distribution of snow cover and temperature in the upper layer of a polythermal glacier. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2017, 57 (3): 373–380. doi: 10.15356/2076-6734-2017-3-373-380. [In Russian].
- Glazovsky A.F., Macheret Yu. Ya. *Voda v lednikakh. Metody i rezul'taty geofizicheskikh i distantsionnykh issledovaniy*. Water in glaciers. Methods and results of geophysical and remote sensing studies. M.: GEOS, 2014: 528 p. [In Russian].
- Isenko E.V. Modelling of channels in cold glaciers. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 2000, 89: 194–199. [In Russian].
- Isenko E.V., Mavlyudov B.R. On the incision rates of glacier water flow channels. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 2000, 89: 200–205. [In Russian].
- Kazanskiy A.B. Thermodynamics of melt-water soaking into snow-firn thickness. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 1988, 61: 58–62. [In Russian].
- Carlsaw H.S. *Teoriya teploprovodnosti*. Theory of thermal conductivity. M.-L.: Gosudarstvennoye izdatel'stvo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1947: 288 p. [In Russian].
- Macheret Y.Y., Glazovsky A.F., Lavrentiev I.I., Marchuk I.O. Distribution of cold and temperate ice in glaciers on the Nordenskiöld Land, Spitsbergen, from ground-based radio-echo sounding. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2019, 59 (2): 149–166. doi: 10.15356/2076-6734-2019-2-430. [In Russian].
- Macheret Y.Y., Glazovsky A.F., Vasilenko E.V., Lavrentiev I.I., Matskovsky V.V. Comparison of hydrothermal structure of two glaciers in Spitsbergen and Tien Shan based on radio-echo sounding data. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2021, 61 (2): 165–178. doi: 10.31857/S2076673421020079. [In Russian].
- Polyanin A.D. *Spravochnik po lineynym uravneniyam matematicheskoy fiziki*. Handbook of linear equations of mathematical physics. M.: Fizmatlit, 2001: 592 p. [In Russian].
- Sosnovsky A.V., Macheret Y.Y., Glazovsky A.F., Lavrentiev I.I. Hydrothermal structure of a polythermal glacier in Spitsbergen by measurements and numerical modeling. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2016, 56 (2): 149–160. doi: 10.15356/2076-6734-2016-2-149-160. [In Russian].
- Chernov R.A., Vasilyeva T.V., Kudikov A.V. Temperature regime of upper layer of the glacier East Grönfjordbreen (West Svalbard). *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2015,

2018. Т. 58. № 4. С. 462–472. doi: 10.15356/2076-6734-2018-4-462-472.
- Alley R., Dupont T., Parizek B., Anandakrishnan S. Access of surface meltwater to beds of sub-freezing glaciers: Preliminary insights // *Annals of Glaciology*. 2005. V. 40. P. 8–14. doi: 10.3189/172756405781813483.
- Colgan W., Rajaram H., Abdalati W., McCutchan C., Mottram R., Moussavi M.S., Grigsby S. Glacier crevasses: Observations, models, and mass balance implications // *Reviews of Geophysics*. 2016. № 54. P. 119–161. doi: 10.1002/2015RG000504.
- Duddu R., Jiménez S., Bassis J. A non-local continuum poro-damage mechanics model for hydrofracturing of surface crevasses in grounded glaciers // *Journ. of Glaciology*. 2020. V. 66. № 257. P. 415–429. doi: 10.1017/jog.2020.16.
- Everett A., Murray T., Selmes N., Rutt I.C., Luckman A., James T.D., Clason C., O'Leary M., Karunarathna H., Moloney V., Reeve D.E. Annual down-glacier drainage of lakes and water-filled crevasses at Helheim Glacier, southeast Greenland // *Journ. of Geophys. Research: Earth Surface*. 2016. V. 121. № 10. P. 1819–1833. doi: 10.1002/2016JF003831.
- Gilbert A., Sinisalo A., Gurung T.R., Fujita K., Maharjan S.B., Sherpa T.C., Fukuda T. The influence of water percolation through crevasses on the thermal regime of a Himalayan mountain glacier // *The Cryosphere*. 2020. V. 14. № 4. P. 1273–1288. doi: 10.5194/tc-14-1273-2020.
- Jarvis G.T., Clarke G.K.C. Thermal effects of crevassing on Steele glacier, Yukon Territory, Canada // *Journ. of Glaciology*. 1974. V. 13. № 68. P. 243–254. doi: 10.3189/S0022143000023054.
- Lüthi M.P., Ryser C., Andrews L.C., Catania G.A., Funk M., Hawley R.L., Hoffman M.J., Neumann T.A. Heat sources within the Greenland Ice Sheet: dissipation, temperate paleo-firn and cryo-hydrologic warming // *The Cryosphere*. 2015. V. 9. № 1. P. 245–253. doi: 10.5194/tc-9-245-2015.
- McDowell I.E., Humphrey N.F., Harper J.T., Meierbachtol T.W. The cooling signature of basal crevasses in a hard-bedded region of the Greenland Ice Sheet // *The Cryosphere*. 2021. V. 15. № 2. P. 897–907. doi: 10.5194/tc-15-897-2021.
- Pfeffer W.T., Arendt A.A., Bliss A., Bolch T., Cogley J.G., Gardner A.S., Hagen J.O., Hock R., Kaser G., Kienholz C., Miles E.S., Moholdt G., Mölg N., Paul F., Radić V., Rastner P., Raup B.H., Rich J., Sharp M.J., The Randolph Consortium. The Randolph Glacier Inventory: a globally complete inventory of glaciers // *Journ. of Glaciology*. 2014. V. 60. № 221. P. 537–552. doi: 10.3189/2014JoG13J176.
- Phillips T., Rajaram H., Steffen K. Cryo-hydrologic warming: A potential mechanism for rapid thermal response of ice sheets // *Geophys. Research Letters*. 2010. № 37. L20503. doi: 10.1029/2010GL044397.
- 55 (3): 38–46. doi: 10.15356/2076-6734-2015-3-38-46. [In Russian].
- Chernov R.A., Muraviev A.Y. Contemporary changes in the area of glaciers in the western part of the Nordenskjöld Land (Svalbard). *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2018, 58 (4): 462–472. doi: 10.15356/2076-6734-2018-4-462-472. [In Russian].
- Alley R., Dupont T., Parizek B., Anandakrishnan S. Access of surface meltwater to beds of sub-freezing glaciers: Preliminary insights. *Annals of Glaciology*. 2005, 40: 8–14. doi: 10.3189/172756405781813483.
- Colgan W., Rajaram H., Abdalati W., McCutchan C., Mottram R., Moussavi M.S., Grigsby S. Glacier crevasses: Observations, models, and mass balance implications. *Reviews of Geophysics*. 2016, 54: 119–161. doi: 10.1002/2015RG000504.
- Duddu R., Jiménez S., Bassis J. A non-local continuum poro-damage mechanics model for hydrofracturing of surface crevasses in grounded glaciers. *Journ. of Glaciology*. 2020, 66 (257): 415–429. doi: 10.1017/jog.2020.16.
- Everett A., Murray T., Selmes N., Rutt I.C., Luckman A., James T.D., Clason C., O'Leary M., Karunarathna H., Moloney V., Reeve D.E. Annual down-glacier drainage of lakes and water-filled crevasses at Helheim Glacier, southeast Greenland. *Journ. of Geophys. Research: Earth Surface*. 2016, 121 (10): 1819–1833. doi: 10.1002/2016JF003831.
- Gilbert A., Sinisalo A., Gurung T.R., Fujita K., Maharjan S.B., Sherpa T.C., Fukuda T. The influence of water percolation through crevasses on the thermal regime of a Himalayan mountain glacier. *The Cryosphere*. 2020, 14 (4): 1273–1288. doi: 10.5194/tc-14-1273-2020.
- Jarvis G.T., Clarke G.K.C. Thermal effects of crevassing on Steele glacier, Yukon Territory, Canada. *Journ. of Glaciology*. 1974, 13 (68): 243–254. doi: 10.3189/S0022143000023054.
- Lüthi M.P., Ryser C., Andrews L.C., Catania G.A., Funk M., Hawley R.L., Hoffman M.J., Neumann T.A. Heat sources within the Greenland Ice Sheet: dissipation, temperate paleo-firn and cryo-hydrologic warming. *The Cryosphere*. 2015, 9 (1): 245–253. doi: 10.5194/tc-9-245-2015.
- McDowell I.E., Humphrey N.F., Harper J.T., Meierbachtol T.W. The cooling signature of basal crevasses in a hard-bedded region of the Greenland Ice Sheet. *The Cryosphere*. 2021, 15 (2): 897–907. doi: 10.5194/tc-15-897-2021.
- Pfeffer W.T., Arendt A.A., Bliss A., Bolch T., Cogley J.G., Gardner A.S., Hagen J.O., Hock R., Kaser G., Kienholz C., Miles E.S., Moholdt G., Mölg N., Paul F., Radić V., Rastner P., Raup B.H., Rich J., Sharp M.J., The Randolph Consortium. The Randolph Glacier Inventory: a globally complete inventory of glaciers. *Journ. of Glaciology*. 2014, 60 (221): 537–552. doi: 10.3189/2014JoG13J176.
- Phillips T., Rajaram H., Steffen K. Cryo-hydrologic warming: A potential mechanism for rapid thermal response

- Phillips T., Rajaram H., Colgan W., Steffen K., Abdalati W.* Evaluation of cryo-hydrologic warming as an explanation for increased ice velocities in the wet snow zone, Sermeq Avannarleq, West Greenland // *Journ. of Geophys. Research: Earth Surface*. 2013. V. 118. № 3. P. 1241–1256. doi: 10.1002/jgrf.20079.
- Poinar K., Joughin I., Lilien D., Brucker L., Kehrl L., Nowicki S.* Drainage of Southeast Greenland Firn Aquifer Water through Crevasses to the Bed // *Journ. of Front. Earth Sci*. 2017. V. 5. P. 5. doi: 10.3389/feart.2017.00005.
- Rubin A.M.* Propagation of magma-filled cracks // *Annu. Rev. Earth. Pl. Sc.* 1995. V. 23. № 1. P. 287–336. doi: 10.1146/annurev.ea.23.050195.001443.
- van der Veen C.J.* Fracture propagation as means of rapidly transferring surface meltwater to the base of glaciers // *Geophys. Research Letters*. 2007. № 34. L01501. doi: 10.1029/2006GL028385.
- Weertman J.* Can a water-filled crevasse reach the bottom surface of a glacier? // *IASH publ.* 1973. V. 95. P. 139–145.
- of ice sheets. *Geophys. Research Letters*. 2010, 37: L20503. doi: 10.1029/2010GL044397.
- Phillips T., Rajaram H., Colgan W., Steffen K., Abdalati W.* Evaluation of cryo-hydrologic warming as an explanation for increased ice velocities in the wet snow zone, Sermeq Avannarleq, West Greenland. *Journ. of Geophys. Research: Earth Surface*. 2013, 118 (3): 1241–1256. doi: 10.1002/jgrf.20079.
- Poinar K., Joughin I., Lilien D., Brucker L., Kehrl L., Nowicki S.* Drainage of Southeast Greenland Firn Aquifer Water through Crevasses to the Bed. *Journ. of Front. Earth Sci*. 2017, 5: 5. doi: 10.3389/feart.2017.00005.
- Rubin A.M.* Propagation of magma-filled cracks. *Annu. Rev. Earth. Pl. Sc.* 1995, 23 (1): 287–336. doi: 10.1146/annurev.ea.23.050195.001443.
- van der Veen C.J.* Fracture propagation as means of rapidly transferring surface meltwater to the base of glaciers. *Geophys. Research Letters*. 2007, 34, L01501. doi: 10.1029/2006GL028385.
- Weertman J.* Can a water-filled crevasse reach the bottom surface of a glacier? *IASH publ.* 1973, 95: 139–145.