

# Ледники и ледниковые покровы

УДК 551.5

DOI: 10.31857/S2076673422040146, EDN: MGWDGK

## Моделирование орографической составляющей осадков на примере Эльбруса

© 2022 г. П.А. Торопов<sup>1,2\*</sup>, А.А. Шестакова<sup>3</sup>, Ю.И. Ярынич<sup>1</sup>, С.С. Кутузов<sup>2</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия; <sup>2</sup>Институт географии РАН, Москва, Россия; <sup>3</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва, Россия

\*tormet@inbox.ru

## Simulation of orographic precipitation's component on the Mount Elbrus example

P.A. Toropov<sup>1,2\*</sup>, A.A. Shestakova<sup>3</sup>, J.I. Yarynich<sup>1</sup>, S.S. Kutuzov<sup>2</sup><sup>1</sup>Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; <sup>2</sup>Institute of Geography, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; <sup>3</sup>A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

\*tormet@inbox.ru

Received April 14, 2022 / Revised June 30, 2022 / Accepted October 7, 2022

**Keywords:** *orographic precipitation, the mountains precipitation modeling, reanalysis data, reconstruction of accumulation on glaciers, ice cores.*

### Summary

A model of the orographic component of precipitation based on the calculation of the condensation rate of water vapor in the air stream uplifting onto the mountain slope is proposed. The main assumptions of the model are: the cooling of the rising air is determined only by the adiabatic process; the orographic component of the vertical component of wind speed is generated by the relief, and its weakening with elevation is determined only by the atmospheric stratification; the proportion of precipitation from the total mass of the condensed moisture depends only on the air temperature. ERA5 reanalysis, which was previously compared with observational data, is used as initial data. The proposed model adequately reproduces the spatial and temporal variability of precipitation on the Elbrus slopes both for short episodes and on the climatic time scale (1985–2018). Comparison of the modeling results with the reconstruction of the annual accumulation of precipitation from the ice core obtained on the Western Elbrus Plateau in 2018 showed a statistically significant positive correlation. However, similar comparison with the data from the core extracted in 2009 did not give a statistically significant result. This means that the proposed model can be used as a tool for conformity between methods of accumulation reconstruction and for substantiation of their physical justification (correctness). In addition, this algorithm can be used to calculate monthly and annual sums of precipitation on mountain slopes of various exposures and to estimate annual accumulation on mountain glaciers.

**Citation:** Toropov P.A., Shestakova A.A., Yarynich J.I., Kutuzov S.S. Simulation of orographic precipitation's component on the Mount Elbrus example *Led i Sneg. Ice and Snow.* 2022, 62 (4):485–503. [In Russian].  
doi: 10.31857/S2076673422040146, edn: mgwdgk

*Поступила 14 апреля 2022 г. / После доработки 30 июня 2022 г. / Принята к печати 7 октября 2022 г.*

**Ключевые слова:** *орографические осадки, моделирование осадков в горах, данные реанализа, реконструкция аккумуляции на ледниках, ледовые керны.*

Предложена модель орографической компоненты осадков, основанная на алгоритме расчёта скорости конденсации водяного пара в воздухе, вынужденно поднимающемся вдоль горного склона. В модели учтены затухание вертикальной компоненты скорости ветра, инициированной рельефом, в зависимости от стратификации, а также доля влаги, выпадающей в виде осадков, от общей массы конденсата. В качестве начальных данных применяется информация реанализа ERA5 (температура, характеристики влажности, компоненты скорости ветра). Показано, что предложенный алгоритм неплохо воспроизводит синоптическую изменчивость осадков, их сезонный ход и климатическую изменчивость, а также пространственное распределение по склонам Эльбруса. Выполнено сравнение годовых сумм осадков с реконструкцией аккумуляции по данным ледовых кернов, полученных на Западном плато Эльбруса. Предложенная модель может служить средством согласования методов реконструкции аккумуляции по керновым данным и их физического обоснования. Данный алгоритм можно применять для расчёта годовой аккумуляции на горных ледниках и в глобальных климатических моделях в качестве параметризации орографических осадков.

## Введение

Большинство высокогорных районов Земли характеризуется недостаточной обеспеченностью метеорологическими наблюдениями или их полным отсутствием. При этом физически обоснованная оценка орографической составляющей осадков весьма актуальна для задач гляциологии, горной гидрологии, геоморфологии и рекреационной географии. Речь идёт о расчётах баланса массы горных ледников (Кренке и др., 2012; Михайлов, 1985), оценке снегонакопления применительно к задачам лавиноведения (Butschek, Niedermoser, 2018; Олейников, Володичева, 2020), оценке селевых рисков и паводков на горных реках (Rets, Kireeva, 2010), снегонакопления на горнолыжных курортах и т.д. Ещё одно возможное и важное применение приложения алгоритма расчёта орографической составляющей осадков – уточнение полей осадков в горных районах в глобальных климатических моделях.

Расчитать орографическую компоненту осадков можно на основе полных мезомасштабных моделей прогноза погоды, которые в сочетании с дистанционными измерениями дают неплохие результаты по горным районам (Rotunno, Houze, 2007). Эти методы требуют огромных вычислительных ресурсов, поэтому на сезонных и тем более климатических масштабах применить их практически невозможно. Другой подход основан на простых статистических связях сезонных сумм осадков со снежным покровом (Huss, Hock, 2015), характеристики которого в последние годы восстанавливаются с помощью дистанционных методов. Несомненный плюс этого подхода – исключительная вычислительная простота. Однако очевиден ряд существенных недостатков: во-первых, неоднозначность связи толщины снежного покрова в горных районах только лишь с осадками; во-вторых, невозможность прогностических расчётов; в-третьих, отсутствие внутрисезонной детализации. Ещё один вариант восстановления осадков в горах – эксплуатация плювиометрических градиентов, полученных по горному району со схожими климатическими условиями и хорошо обеспеченному данными наблюдений (Barry, 2008). Однако и в этом случае речь не может идти о физически обоснованных прогностических расчётах. Поэтому логично эксплуатировать подход «промежуточ-

ной сложности», который, с одной стороны, существенно проще мезомасштабных гидродинамических моделей, а с другой – более обоснован физически, чем простые регрессионные схемы.

Выполнен обзор существующих методов расчёта орографической составляющей осадков и предложена модель, основанная на расчёте конденсации водяного пара в воздухе, вынужденно поднимающемся вдоль наветренного склона. В отличие от традиционных «моделей склона» (Chua, Bras, 1982; Михайлов, 1985) в данной схеме реализован учёт затухания вертикальной компоненты скорости ветра, инициированный рельефом, а также простой расчёт доли осадков от общего объёма сконденсировавшейся влаги. Предложенная модель апробирована на Эльбрусе: гора отличается относительной геометрической простотой и неплохой обеспеченностью данными наблюдений: от расположенных в радиусе 10–70 км сетевых метеостанций (Терскол, Клухорский перевал, Шаджатмаз) до экспедиционных измерений и уникальной информации о годовом снегонакоплении, полученной из ледовых кернов на Западном плато в 2009 и 2018 гг.

## Обзор методов оценки орографической составляющей осадков

Проблема оценки осадков в горах впервые поставлена более 100 лет назад (Barry, 2008). Не заостряя внимание на технологии численного прогноза погоды, которая неприменима на сезонных и климатических масштабах, современные методы расчёта орографической составляющей осадков можно разделить на четыре основных подхода.

**1. Физико-статистический подход.** Предполагает применение регрессионных связей осадков, выпадающих в горах, либо с топографическими параметрами (Funk, Michaelsen, 2004), либо с метеорологическими величинами, определяющими осадкообразование – средней температурой слоя воздуха, в котором происходит конденсация, характеристиками влажности и т.д. (Roe et al., 2003; Anders et al., 2004). Существуют подходы, позволяющие строить регрессионные зависимости сезонных и годовых осадков с толщиной снежного покрова, оценённого по спутниковым данным (Huss, Hock, 2015). Не-

сомненное преимущество физико-статистического подхода — вычислительная простота. К минусам можно отнести зависимость от данных наблюдений и невозможность воспроизводить осадки на временных масштабах меньше сезонного, а также предположение о постоянстве коэффициентов регрессии, которые могут меняться как в зависимости от горного региона, так и вместе с климатом.

**2. Аналитический подход.** Основан на строгом решении упрощённой системы уравнений движения несжимаемой атмосферы, из которого можно получить формулы для расчётов вертикальной компоненты скорости ветра. Один из вариантов такого подхода реализован в работе (Михайлов, 1985) для оценки осадков на горных ледниках. Данный подход неплохо обоснован физически, однако требует информации об осадках на ближайших метеостанциях (ГМС), а также не позволяет выполнить расчёты на суточных масштабах. Более распространённый путь — аналитическое решение уравнения Тейлора-Гольштейна, которое получается в результате линеаризации системы уравнений, включающих в себя уравнение движения для трёх компонент скорости ветра, уравнение неразрывности и уравнение притока тепла (Markowski, Richardson, 2010). Это уравнение можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \omega(z, k)}{\partial z^2} + [f(z) - k^2] \omega(z, k) = 0, \quad (1)$$

$$\text{где } f(z) = \frac{\partial(\ln \theta)}{\partial z} \frac{g}{V^2} - \frac{1}{V} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}.$$

Здесь  $\omega$  — амплитуда вертикальной скорости (гармоническое колебание с волновым числом  $k$ );  $z$  — вертикальная координата;  $\theta$  — потенциальная температура;  $g$  — ускорение свободного падения;  $V$  — скорость ветра; функция  $f(z)$  — параметр Скора, она имеет размерность квадрата волнового числа и определяется сочетанием стратификацией атмосферы  $\partial(\ln \theta)/\partial z$  с особенностью изменения скорости ветра с высотой  $\partial^2 V/\partial z^2$ .

Это уравнение — базовое в теории распространения упругих колебаний, инициированных орографическими препятствиями, и описывает изменение вертикальной скорости с высотой, которое, с одной стороны, определяется формой препятствия (выраженной в величине волно-

вого числа  $k$ ), а с другой — физическим состоянием натекающего воздушного потока, которое описывается функцией  $f(z)$ . Данное уравнение решается аналитически при заданной геометрической форме рельефа (как правило, колоколообразной формы). В зависимости от стратификации и скорости натекающего потока на основе полученного решения устанавливается связь между блокированием потока горами и скоростью конденсации. В результате образуется физически обоснованная возможность обнаружить два основных типа формирования орографических осадков: вынужденный подъём относительно устойчивого, но влажного воздуха и усиление термической конвекции в условиях неустойчивой стратификации (Jiang, Smith, 2003). Среди недостатков отметим предположение о постоянстве вертикальной скорости при прохождении частицы через слой влажного воздуха, хотя реально в такой ситуации возникают волнообразные движения (Durran, Klemp, 1982; Kuligowski, Barros, 1999), и предположение, что все осадки выпадают на наветренной стороне, идеализированное представление рельефа.

**3. Численное моделирование и «гибридный» подход.** В последние 20 лет для расчёта орографических осадков широко применяют полные мезомасштабные атмосферные модели, описывающие основные динамические процессы, а также наиболее подробно учитывающие механизмы образования облаков и осадков. Эти схемы наилучшим образом подходят для оперативного прогноза осадков в горных районах. Однако и в этом случае возникает проблема точности воспроизведения осадков в конкретной точке (что крайне важно в задачах прогноза конкретного опасного гляциологического явления). Интерполяция сумм «модельных» осадков с применением весов с учётом отношения аспекта, высоты препятствия и угла наклона предлагалась ещё в работах (Daly et al., 1994; Hutchinson, 1998). В исследовании (Neiman et al., 2002) принята успешная попытка учёта дополнительной орографической конденсации в точке. Тем не менее, применение полных мезомасштабных моделей на длительных временных масштабах (сезон и более) затруднительно как в исследовательских, так и в прикладных целях. Также нельзя забывать о чрезмерной чувствительности этих сложных моделей к начальным данным, гранич-

ным условиям и параметрам. Поэтому широкое распространение получил так называемый «гибридный подход» или упрощённые численные модели (Leung, Ghan, 1995; Mendoza et al., 1998). Один из ярких примеров описан в работе (Smith et al., 2004) и представляет собой линейную модель орографической добавки осадков, основанную на упрощённой линеаризованной системе уравнений гидротермодинамики атмосферы, но в отличие от аналитического подхода с простейшим учётом микрофизики облаков, переноса гидрометеоров и т.д. Один из важнейших результатов этих исследований – оценка так называемой «эффективности осадков» или доли выпадающих осадков в общей массе сконденсировавшейся влаги в зависимости от стратификации, скорости натекающего потока и высоты препятствия. В результате исследований, проведённых во второй половине XX в., установлено, что эффективность конвективных осадков орографического происхождения в высоких горах будет приближаться к 100%, в то время как для обложных осадков в условиях безразличной стратификации и малых масштабов горного препятствия она не превысит 20% (Barry, 2008). Многочисленные исследования показали, что максимальная эффективность осадков отмечается при высоком влагосодержании низкотропосферного воздушного потока, больших размерах препятствия и его положении вблизи морского побережья.

**4. Модели наветренного склона.** Этот подход можно оценить как «модель промежуточной сложности». Он физически обоснован по сравнению с «регрессионным», но существенно проще, чем численное моделирование. Задача сводится к расчёту скорости конденсации в воздухе, который поднимается вдоль горного склона и адиабатически охлаждается. Основные различия между моделями наветренного склона состоят в методике определения величины вертикальной компоненты скорости ветра. В ранних работах, обзор которых достаточно полно представлен в (Barry, 2008), роль вертикальной скорости в орографической конденсации представлена очень упрощённо:

$$P_S = \bar{V} \tan s \left( \frac{\partial q}{\partial z} \right) \Delta H_{cloud}, \quad (2)$$

где  $S$  – угол склона;  $\Delta H_{cloud}$  – толщина слоя, в котором произошла конденсация;  $q$  – массовая

доля водяного пара;  $z$  – вертикальная координата;  $V$  – горизонтальная скорость ветра.

По сути, величина  $\bar{V} \tan s$  – простейшая вертикальная скорость, инициированная горным склоном (в силу закона сохранения массы). Однако при таком подходе величина вертикальной скорости в слое над горным препятствием сильно завышена, поэтому требуется физически обоснованный учёт затухания вертикальной скорости с высотой. Например, в (Sinclair, 1994) для описания этого эффекта предложена эмпирическая степенная функция.

Приведённый здесь обзор основных методов оценки орографических осадков показывает, что численное мезомасштабное моделирование не подходит для задач горной климатологии и гляциологии в силу большой ресурсоёмкости, малой реалистичности проведения экспериментов на значительных временных масштабах, а также значительных ошибок расчётов в конкретно взятой точке. Аналитический подход предполагает в качестве граничных условий идеализированные формы рельефа (которые в реальной природе отсутствуют), а также учёт тонкой структуры внутренних гравитационных волн, которой можно пренебречь при воспроизведении месячных и сезонных сумм осадков. В свою очередь регрессионный метод не имеет достаточного физического обоснования. В связи с этим мы остановились на подходе «наветренного склона». Его явное преимущество – учёт основных физических механизмов формирования осадков на наветренных склонах при возможности задавать реалистичные характеристики рельефа. Для адекватной оценки месячных и годовых сумм осадков на горных склонах, т.е. для задач гляциологии, а также параметризации орографических осадков в моделях земной системы данный подход наиболее оптимален.

### Моделирование орографической составляющей осадков на Эльбрусе

**Описание предложенной модели.** Предлагаемая параметризация орографической составляющей осадков на наветренном склоне основана на вычислении скорости конденсации по данным о температуре, парциальном давлении водяного пара и скорости ветра на стандартных изо-

барических уровнях, полученных по результатам глобальных моделей (в нашем случае реанализа ERA5). Данная схема представляет собой комбинацию уравнения Клаузиуса-Клапейрона с упрощённым уравнением притока тепла для случая адиабатического охлаждения воздушной частицы, вынужденно поднимающейся вдоль горного склона. Также учитывается крупномасштабная вертикальная скорость, определяемая текущим синоптическим процессом. Орографическая составляющая вертикальной компоненты скорости ветра вычисляется из упрощённого варианта уравнения неразрывности, записанного для несжимаемой жидкости. Предполагается, что изменение орографической составляющей вертикальной скорости с высотой определяется прежде всего условиями стратификации атмосферы. Применяя эмпирическую связь между температурой и долей сконденсировавшейся влаги, выпадающей в виде осадков, и проинтегрировав полученные значения влагосодержания по всему столбу тропосферы, можно получить итоговую сумму осадков на наветренной стороне склона.

Допустим, что натекающий воздух испытывает подъём, инициированный горным препятствием. Тогда изменения относительной влажности  $f = e/E$  ( $e$  – фактическое парциальное давление пара,  $E$  – давление насыщенного пара) с высотой  $z$  можно выразить в следующем виде (здесь и далее  $T$  – температура воздуха):

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{E} \frac{\partial e}{\partial z} - \frac{e}{E^2} \frac{\partial E}{\partial z}. \quad (3)$$

Предполагается, что изменение ненасыщенного водяного пара с высотой подчиняется закону экспоненциальной атмосферы Больцмана:

$$\frac{\partial e}{\partial z} = -\frac{ge}{R_w T}, \quad (4)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м/с}^2$ ;  $R_w = 461,5$  ( $\text{Дж}\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{К}$ ) – газовая постоянная для водяного пара.

Принимая во внимание (4), а также умножив и разделив второй член в правой части (3) на  $\partial T$ , получим:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{e}{E} \left( \frac{g}{R_w T} + \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (5)$$

От производной  $\partial E/\partial T$  в правой части (5) можно избавиться, прибегая к уравнению Клаузиуса–Клапейрона, выражающему связь давле-

ния насыщенного водяного пара с температурой воздуха:

$$\frac{\partial E}{\partial T} = \frac{LE}{R_w T^2}, \quad (6)$$

где  $L$  – удельная теплота фазовых переходов «вода–пар».

Тогда итоговая формула для расчёта изменения относительной влажности в воздухе, натекающем на горный склон, будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{e}{E} \left( \frac{g}{R_w T} + \frac{L}{R_w T^2} \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (7)$$

т.е. изменение относительной влажности в поднимающемся вдоль склона воздухе будет определяться её начальным значением  $e/E$ , температурой  $T$  и её вертикальным градиентом  $\partial T/\partial z$  (здесь и далее  $\gamma$ ). Остальные величины в (7) – константы (или близки к константам). «Орографическое приращение» относительной влажности по мере подъёма воздушной частицы над склоном можно рассчитать по формуле

$$\Delta f = f_{0z} + \frac{\partial f}{\partial z} h, \quad (8)$$

где  $f_{0z}$  – начальное значение относительной влажности воздуха на уровне  $z$ , определяемое крупномасштабными процессами;  $df/dz$  вычисляется согласно (7);  $h$  – толщина слоя воздуха, для которого рассчитывается приращение.

Как только относительная влажность достигает 100%, предполагается, что воздух становится насыщенным и начинается конденсация пара. Это эквивалентно уменьшению плотности водяного пара во времени  $\partial \rho_w/\partial t$ . Описать этот процесс можно, продифференцировав уравнение Менделеева–Клапейрона для насыщенного водяного пара  $\rho_w = E/(R_w T)$ :

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \frac{1}{R_w T} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{E}{R_w T^2} \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (9)$$

Умножив и разделив первый член уравнения на  $\partial T$ , снова прибегая к уравнению Клаузиуса–Клапейрона (6) и группируя члены, получим:

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \frac{1}{R_w T} \frac{LE}{R_w T^2} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{E}{R_w T^2} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{E}{R_w T^2} \left( \frac{L}{R_w T} - 1 \right) \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (10)$$

Множитель  $\partial T/\partial t$ , описывающий изменение температуры натекающего воздуха во времени, должен вычисляться из полного уравнения при-

тока тепла. В это уравнение входят адвективный, турбулентный, лучистый и фазовый притоки тепла, определяющие изменение температуры наряду с адиабатическим процессом. Однако в случае воздушной частицы, поднимающейся вдоль склона, главным фактором изменения температуры можно считать адиабатическое охлаждение. Оно зависит от разности между влажно адиабатическим  $\gamma'_a$  и реальным температурным градиентом  $\gamma$ , а также от вертикальной скорости подъёма частицы  $w$ . Таким образом в первом приближении остальными факторами, определяющими изменение температуры поднимающейся воздушной частицы, можно пренебречь, записав уравнение притока тепла так:

$$\partial T / \partial t = w(\gamma - \gamma'_a). \quad (11)$$

С учётом этого допущения выражение (10) можно переписать:

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \frac{E}{R_w T^2} \left( \frac{L}{R_w T} - 1 \right) w (\gamma - \gamma'_a). \quad (12)$$

Все параметры, входящие в формулу (12), кроме вертикальной скорости, могут быть рассчитаны на основе данных аэрологических наблюдений или реанализов. Оценка вертикальной скорости – отдельная задача. Важным параметром, определяющим вертикальное движение, генерируемое рельефом, служит гидродинамическое число Фруда. Применяя число Фруда, можно найти так называемую «высоту блокирования» – уровень, ниже которого воздух блокируется горами и застаивается (или обтекает его с боков), а выше обтекает препятствие сверху. Для простого случая колоколообразной горы эту высоту  $h_s$  можно описать следующим соотношением (Hunt, Snyder, 1980):

$$h_s = h_m (1 - Fr), \quad Fr = \frac{U}{Nh}; \quad N = \sqrt{\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}}, \quad (13)$$

где  $Fr$  – число Фруда;  $h_m$  – высота препятствия.

Число Фруда – универсальная характеристика, связывающая среднюю скорость  $U$  потока с его «толщиной»  $h$ , т.е. характеризует соотношение между эффектами инерции и плавучести, которая в формуле (13) выражена в виде частоты Брента–Вайсяля  $N$  (здесь  $g$  – ускорение свободного падения;  $\theta$  – средняя потенциальная температура потока;  $\partial \theta / \partial z$  – изменение потенциальной температуры с высотой). В нашем случае

это уравнение определяет уровень, выше которого реализуется орографически обусловленное вертикальное движение. Для оценки вертикальной скорости, которая генерируется за счёт натекания горизонтального воздушного потока на склон, воспользуемся уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости, выражающее закон сохранения массы для атмосферы:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \Rightarrow \partial w = - \left( \partial u \frac{\partial z}{\partial x} + \partial v \frac{\partial z}{\partial y} \right), \quad (14)$$

где  $u, v$  – горизонтальные компоненты скорости ветра;  $x, y, z$  – пространственные координаты.

Поскольку на поверхности склона горизонтальная скорость обращается в ноль (т.е. воздух не протекает сквозь склон), то, интегрируя второе выражение (14), можно получить формулу для оценки мгновенного значения вертикальной скорости  $w_{oro}$ , сгенерированной в момент соприкосновения горизонтального потока со склоном:

$$\int_0^w dw = - \left( \frac{\partial z}{\partial x} \int_0^u du + \frac{\partial z}{\partial y} \int_0^v dv \right) \Rightarrow w_{oro} = - \left( u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} \right). \quad (15)$$

Для её расчёта достаточно задать значения горизонтальной скорости ветра  $V = (u, v)$  (из данных реанализа) и крутизны склона ( $\partial z / \partial x, \partial z / \partial y$ ). Предложенная модель тестируется для Эльбруса, который в первом приближении можно описать конической формой – горой с постоянным углом склона вне зависимости от его направления. С учётом такого упрощения последнее из выражений (15) можно записать как

$$w_{oro} = V \tan(\alpha), \quad (16)$$

где  $\alpha$  – угол склона.

Эта формула, по сути, применяется в выражении (2), которое приведено в качестве примера простейшего варианта расчёта вертикальной компоненты скорости, инициированной рельефом. В ранних работах  $w_{oro}$  так и рассчитывалось и сохранялась постоянной до верхней границы области расчёта. Однако в этом случае её оценки получались сильно завышенными (Ваггу, 2008), поскольку в реальности  $w_{oro}$  меняется с высотой в зависимости от стратификации, турбулентной вязкости и динамики гравитационных волн. Чтобы детально описать эти процессы, необходимо анализировать решения уравнения Тейлора–Гольштейна при разных граничных условиях (Markowski, Richardson, 2010) или реализовать чис-

ленные эксперименты с мезомасштабными атмосферными моделями (Jiang, Smith, 2003). Учитывая, что основное назначение предлагаемой модели – корректное описание орографических осадков на сезонных и годовых масштабах, предположим, что главный фактор затухания орографической компоненты вертикальной скорости с высотой – стратификация, которую можно выразить через квадрат частоты  $N^2$  Брента–Вяйсяля. Тогда для  $w_{oro}(z)$  можно записать следующее выражение:

$$(z) = V \tan(\alpha) e^{-\tau N^2 (h-h_0)}, \quad (17)$$

где  $\tau$  – эмпирическая константа, имеющая размерность ускорения;  $(h - h_0)$  – толщина слоя, в котором происходит затухание.

Окончательная величина  $w(z)$ , определяющая скорость конденсации на наветренном склоне, складывается из компоненты  $w_{oro}(z)$  и вертикальной скорости  $w_s(z)$ , определяемой синоптическим процессом, которая в нашем случае берётся из данных ERA5. В итоге для вертикальной скорости имеем такое выражение:

$$w(z) = w_{oro}(z) + w_s(z). \quad (18)$$

Чтобы оценить массу сконденсировавшейся влаги в столбе тропосферы за время  $\Delta t$ , необходимо проинтегрировать рассчитанную скорость конденсации по вертикали и времени:

$$Q_w = \frac{1}{\rho_w g} \delta_p \int_p^{p+\Delta p} \int_t^{t+\Delta t} \delta_c \frac{\partial \rho_w}{\partial t} dt dp, \quad (19)$$

где  $Q_w$  – масса влаги, сконденсировавшейся в столбе воздуха, кг/м<sup>2</sup>;  $\partial \rho_w / \partial t$  рассчитывается по формуле (12); вертикальная компонента скорости вычисляется по формулам (17)–(18);  $\delta_c$  и  $\delta_p$  – эмпирические весовые функции (Sinclair, 1994): функция  $\delta_c$  оценивает долю сконденсировавшейся влаги в зависимости от фоновой относительной влажности  $f_s$ , определяемой крупномасштабными процессами; функция  $\delta_p$  выражает долю интегрального влагосодержания в столбе атмосферы в зависимости от величины относительной влажности  $f$ , изменившейся под воздействием орографического фактора (здесь величина относительной влажности выражена в долях единицы):

$$\delta_c = \begin{cases} \left( \frac{f_s - 0,1}{0,4} \right)^{1/2}; & f_s > 0,6 \\ 0; & f_s \leq 0,6 \end{cases} \quad \delta_p = \begin{cases} \left( \frac{f - 0,8}{0,2} \right)^{1/4}; & f(z) > 0,8 \\ 0; & f(z) \leq 0,8 \end{cases}. \quad (20)$$

Отдельная сложная задача, речь о которой шла ранее, – учёт доли сконденсировавшейся влаги, выпадающей в виде осадков  $\sigma P_{oro}$ . Опираясь на данные реанализа ERA5, которые позволяют установить такую эмпирическую зависимость, нами предложена следующая простая зависимость:

$$\sigma P_{oro} = -\alpha T + \beta; \quad \alpha = 7,5 \cdot 10^{-3}, \quad \beta = 2,5. \quad (21)$$

При температуре воздуха выше 20 °С доля сконденсировавшейся влаги, реализовавшейся в виде осадков, составляет 0,4, а ниже – 50 °С близка к единице. Все параметры, применяемые в предлагаемой модели (температура, характеристики влажности, скорость ветра) измеряются или достаточно надёжно моделируются глобальными и региональными атмосферными моделями, поэтому расчёт скорости конденсации для отдельно стоящей высокой горы (Эльбрус) конической формы может считаться реалистичной задачей.

**Описание экспериментов.** В рамках работы реализовано два эксперимента по воспроизведению орографической составляющей осадков на Эльбрусе: *за период второй буровой экспедиции 2018 г. на Западном плато Эльбруса, обеспеченной данными метеорологических наблюдений с 20.06 по 20.07.2018 г.; за период 01.01.1985–01.01.2020 гг. с целью воспроизвести климатический режим увлажнения склонов Эльбруса, оценить его межгодовую изменчивость и сравнить с прямыми (данные окрестных метеостанций) и косвенными (реконструкция аккумуляции по кернам) источниками информации по осадкам.* В качестве начальных данных использованы данные реанализа ERA5 о температуре воздуха, трёх компонентах скорости ветра, отношении смеси, относительной влажности, массе жидкой и твёрдой влаги в облаках, которые считывались из узлов координатной сетки, ближе всего расположенных к Эльбрусу (43°25' с.ш., 42°25' в.д.; 43°25' с.ш., 42°50' в.д.; 43°50' с.ш., 42°25' в.д.; 43°50' с.ш., 42°50' в.д. (рис. 1, а) по 15 вертикальным уровням. Временное разрешение начальных данных составило три часа.

Вычисление выполнялось для конусообразной горы с параметрами, близкими к Эльбрусу: средний угол наклона задан равным 20°, относительное превышение между средним уровнем окружающих гор и вершиной Эльбруса – 3000 м, радиус горы у основания – 8500 м. Расчёт велся



в диапазоне высот 3000–12000 м над ур. моря, примерно до тропопаузы, с вертикальным шагом 600 м. По каждому из вертикальных уровней проводилось осреднение основных метеорологических величин, расчёт потенциальной температуры, реального и влажно-адиабатического температурных градиентов, изменения относительной влажности с высотой при соответствующих температурных градиентах и профилях влажности, модуля скорости ветра в зависимости от азимута склона, значения мгновенной вертикальной скорости при контакте потока со склоном с учётом высоты блокирования потока и её затухание (согласно формулам (16)–(18)). В завершении цикла по вертикальным уровням суммировалась вся сконденсировавшаяся влаги в столбе и оценивалась возможная доля осадков согласно выражениям (19)–(21). Эти процедуры выполнялись для 16 направлений (с шагом 22,5°) сначала для периода с 20.06 по 20.07.2018 г., а затем для периода 01.01.1985–01.01.2020 г. В результате для каждого из 16 секторов Эльбруса получены суточные, месячные и годовые суммы осадков для указанных эпизодов.

Прежде всего точность расчёта орографической составляющей осадков зависит от качества загружаемых начальных данных, извлечь которые можно только из архивов аэрологической и спутниковой информации, а также реанализов. Наиболее оптимальны варианты в нашем случае – реанализы. В качестве примера отметим, что расстояние от узлов сетки реанализа ERA5 до подножия Эльбруса составляет 10–30 км, в то время как расстояние до ближайшей точки аэрологического зондирования (Минеральные Воды) – 100 км.

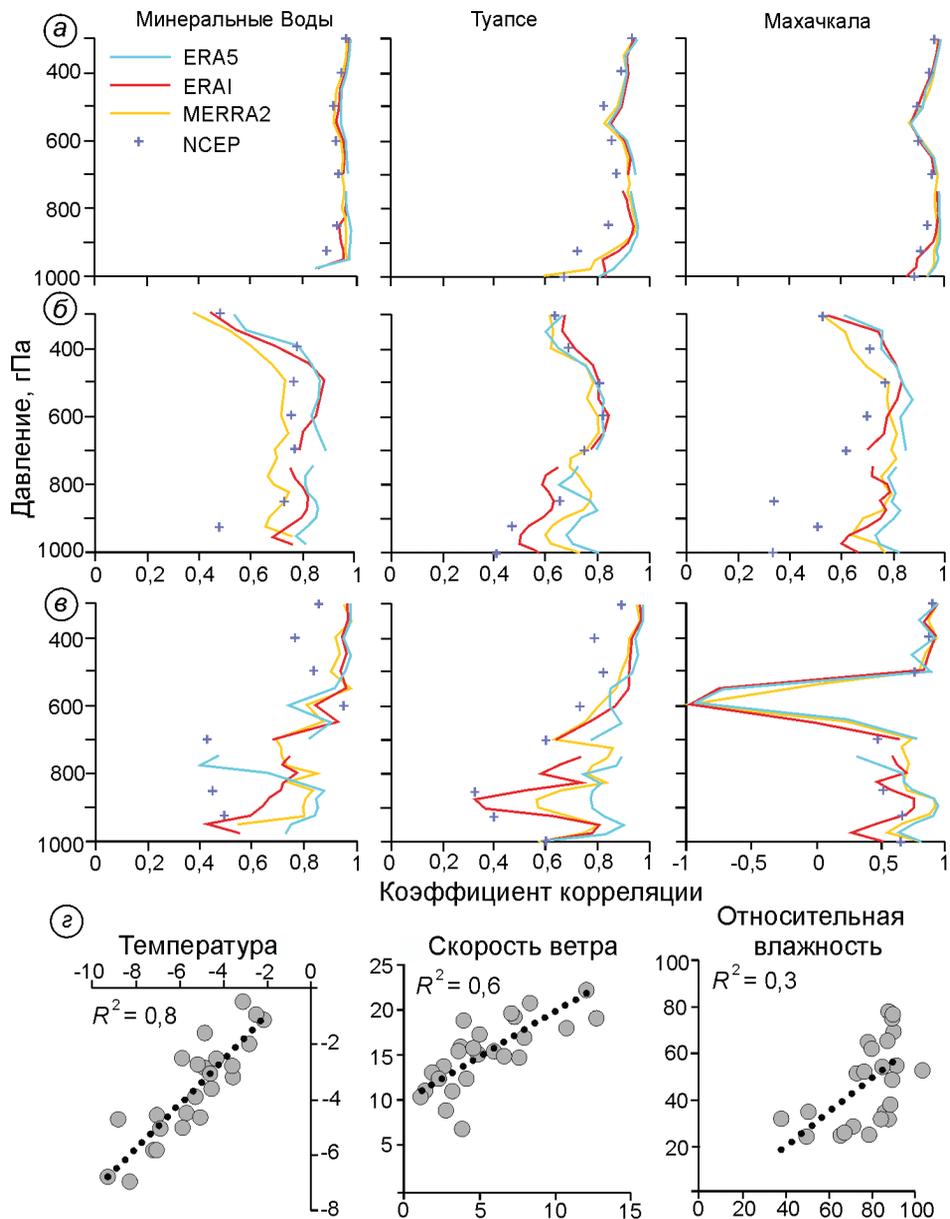
### Данные и методы оценки результатов моделирования

**Начальные данные и их качество.** Решение о выборе источника начальных данных было принято на основе сравнения информации, полученной из реанализов ERA5 (пространственное разрешение 0,25°) (Hersbach et al., 2020), ERA-Interim (0,75°) (Dee et al., 2011), MERRA2 (0,65°) (Gelaro et al., 2017) и NCEP–NCAR (2,5°) (Kistler et al., 2001), с результатами радиозондирования на аэрологических станциях Северного Кавка-

за (Минеральные Воды, Туапсе и Махачкала). Аэрологические данные получены из общедоступного архива IGRA (Integrated Global Radiosonde Archive) (Durre et al., 2006).

Данные реанализов интерполировались из ближайших узлов сетки в точки аэрологических станций. Оценки проводили за период с июня по август 2018 г. с шагом по времени 12 ч, т.е. со-размерно с временной дискретностью аэрологических наблюдений. С учётом отфильтрованных ошибочных сроков наблюдений выборка аэрологических данных составила 174 временных среза и оказалась достаточной для выполнения базовых статистических оценок точности реанализа. Для каждого изобарического уровня рассчитаны средние значения отклонений «реанализ минус аэрологические данные», а также средние квадратичные отклонения (СКО) этих разностей. Показано, что СКО разницы значений температуры воздуха на всех уровнях не превышало 2 °С по всем уровням для всех рассмотренных реанализов. СКО разницы значений относительной влажности в аэрологических данных и реанализах составляет в среднем 10–15%, увеличиваясь до 20% на верхних уровнях, где содержание водяного пара мало. В целом профиль среднего значения относительной влажности ближе всего к наблюдаемому по данным ERA5. То же самое относится и к профилю парциального давления водяного пара. СКО разницы между значениями реанализов и аэрологических данных для скорости ветра составляет в среднем 2–4 м/с, и хорошего соответствия с аэрологическими данными не показывает ни один из рассмотренных реанализов.

Получены также значения нормированного коэффициента корреляции между рядами данных реанализов и аэрологических величин. Показано, что лучше всего согласованы данные о температуре (рис. 2, а). При этом корреляция несколько снижается в нижней тропосфере, что связано с недостаточно корректным воспроизведением атмосферными моделями температурных инверсий и турбулентного теплообмена в пограничном слое атмосферы. Лучше всего с данными аэрологического зондирования по температуре на всех уровнях согласованы данные реанализа ERA5. Этот реанализ также показывает наилучший результат и по относительной влажности (см. рис. 2, б) – в среднем для всех трёх аэрологических станций коэффициент корреляции со-



**Рис. 2.** Сравнение данных реанализов ERA5, ERAI, MERRA, NCEP с результатами метеорологических наблюдений за период 24.06–17.07.2018 г.:

*a* – коэффициент корреляции между данными реанализов и аэрологических измерениями для температуры воздуха, °С; *б* – парциального давления водяного пара, гПа; *в* – скорости ветра, м/с; *з* – сопоставление с метеорологическими измерениями на Западном плато Эльбруса (по оси ординат – данные реанализа ERA5, по оси абсцисс – данные наблюдений)

**Fig. 2.** Comparison of ERA5, ERAI, MERRA and NCEP reanalysis data with the results of meteorological observations for the period June 24 – July 17, 2018:

*a* – correlation coefficient between reanalysis data and radiosounding measurements for air temperature, °С; *б* – vapor pressure of water, hPa; *в* – wind speed, m/s; *з* – comparison with meteorological measurements on the Western Plateau of Mt. Elbus (ERA5 on the x-axis, observational data on the y-axis)

ставляет 0,7–0,8. За счёт высокой дискретности аэрологических данных о скорости ветра минимальное значение коэффициента корреляции с данными реанализов колеблется от 0,6 в приповерхностном слое в Туапсе и до –1 на изобариче-

ском уровне 600 гПа в Махачкале (см. рис. 2, *в*). Однако в целом и для скорости ветра реанализ ERA5 демонстрирует лучший результат.

Выполнено также сравнение средних суточных данных ERA5 о температуре, относительной

влажности и скорости ветра с результатами измерений этих величин 24.06–17.07.2018 г. на Западном плато Эльбруса (Торопов и др., 2020; см. рис. 2, *з*). Видно, что для средних суточных значений температуры он близок к идеальному (коэффициент детерминации  $R^2 = 0,8$ ), для скорости ветра получено хорошее согласие ( $R^2 = 0,6$ ), для относительной влажности – удовлетворительное. Отметим, что значения относительной влажности существенно зависят от локальных особенностей конденсации и положения нижней границы местной облачности, поэтому воспроизводятся реанализом в конкретной точке несколько хуже. В целом, выполненные оценки показывают неоспоримое преимущество реанализа ERA5 по сравнению с другими реанализами и возможность его применения в качестве начальных данных для расчёта орографической составляющей осадков. Необходимо заметить, что данные реанализа по горным районам Кавказа уже неоднократно демонстрировали достаточно высокую достоверность как на климатических масштабах (Торопов et al., 2019), так и для отдельно взятых сезонов и месяцев с суточным разрешением (Торопов и др., 2016). Выбор временного интервала 1985–2018 гг. мотивирован относительной однородностью количества усваиваемых наземных, аэрологических и спутниковых данных (Hersbach et al., 2020).

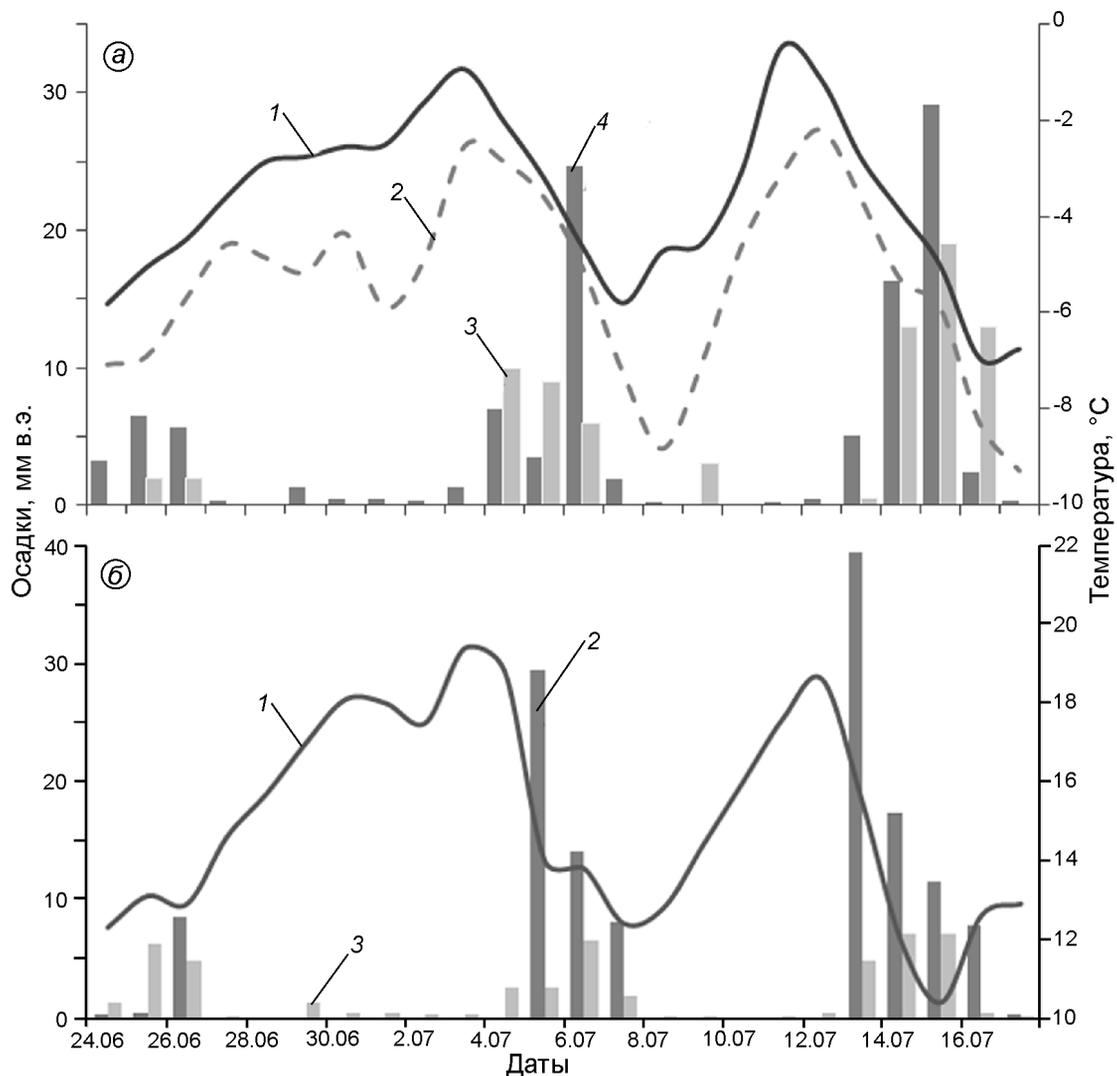
**Верификация результатов моделирования** за период с 20.06 по 20.07.2018 г. представляла собой оценку разности между суточной суммой «модельных» и измеренных осадков на Западном плато Эльбруса. Осадки на Западном плато за этот период восстанавливались на основе результатов снегомерных измерений в сочетании с измерениями плотности свежеснежавшего снега по снегомерным наблюдениям (Торопов, 2020). За этот период проводилось также сравнение модельных суточных сумм осадков с аналогичными данными по ближайшим ГМС – Терскол и Клухорский перевал. Выполнено качественное сравнение сезонного хода осадков, полученного по результатам моделирования на основных макросклонах Эльбруса с данными этих ГМС. Проведено сравнение эмпирических функций распределения суточных сумм осадков, рассчитанных по результатам моделирования и по данным ГМС.

Результаты моделирования за период 1985–2018 гг. сравнивались с данными аккумуляции,

полученными по кернам 2009 и 2018 гг. Реконструкция годовой аккумуляции на Западном плато проводилась на основе данных об изотопном составе ( $\delta^{18}\text{O}$  и  $\delta\text{D}$ ) в ледниковых кернах 2009 и 2018 гг. Ранее было показано, что в вариациях  $\delta^{18}\text{O}$  в кернах Эльбруса наблюдаются чётко выраженные сезонные колебания с амплитудой порядка 20‰ (Mikhaleiko et al., 2015; Kozachek et al., 2017). Для горизонтов, накопленных в тёплый период, характерные значения  $\delta^{18}\text{O}$  составляют от  $-5$  до  $-10$ ‰, тогда как зимой для  $\delta^{18}\text{O}$  снега на Западном плато характерны значения от 20 до  $-30$ ‰. Для сравнения с метеорологическими данными в этом исследовании за границу года принималась середина зимнего интервала с наиболее низкими значениями  $\delta^{18}\text{O}$  (см. рис. 1, *б*). Подход «ручного» выделения слоёв считается общепризнанным (Mikhaleiko et al., 2015), хотя содержит погрешности из-за субъективности проведения границы года. В работе максимальная погрешность определения аккумуляции конкретного года определяется как половина от средней аккумуляции за зиму – ~250 мм в.э. В ходе анализа средних значений ошибки разного знака суммируются и общая погрешность уменьшается.

### Анализ и обсуждение результатов

**Оценки расчёта осадков на Эльбрусе за период экспедиции с 24.06 по 14.07.2018 г.** Расчёт суточных сумм осадков на Западном плато Эльбруса с помощью предложенной модели за указанный период можно рассматривать как её тестирование, поскольку этот период обеспечен данными метеорологических наблюдений (Торопов и др., 2020). На рис. 3, *а* представлены результаты выполненного сравнения. Модель верно воспроизвела три основных эпизода интенсивных осадков: 24–26 июня, 4–7 июля, 13–16 июля. Эти эпизоды соответствуют конкретным синоптическим процессам, описанным в работе (Торопов и др., 2020). Систематическое отклонение данных ERA5 о температуре воздуха от наблюдений на Западном плато связано с различием высот между изобарической поверхностью 500 гПа (~5500 м) и уровнем наблюдений (~5100 м.). При этом коэффициент корреляции между рядом температуры по данным ERA5 и



**Рис. 3.** Метеорологический режим на Западном плато Эльбруса по данным наблюдений 24.06–17.07.2018 г., реанализа ERA 5 и результатов моделирования:

*a* – временной ход температуры воздуха по данным наблюдений (1), реанализа ERA 5 (2), снегонакопления по данным наблюдений (3), осадков по результатам моделирования (4); *б* – временной ход температуры (1), суточные суммы осадков по данным ГМС Терскол (2), суточные суммы осадков по данным реанализа ERA5 (3)

**Fig. 3.** Meteorological regime on the Western Plateau of Mt. Elbrus according to observational data, ERA 5 reanalysis and modeling results from June 24 to July 17, 2018:

*a* – air temperature from observations (1), ERA 5 reanalysis (2), snow accumulation from observations (3), precipitation from simulation results (4); *б* – air temperature (1), daily precipitation from Terskol meteorological station (2), daily precipitation from ERA5 reanalysis (3)

ГМС Терскол составляет 0,8, что свидетельствует об адекватном воспроизведении реанализом синоптической изменчивости. Роль орографической составляющей осадков в увлажнении региона выражена в том, что сумма осадков за период экспедиции на ГМС Терскол составила 137 мм, в то время как по данным реанализа ERA5 (без учёта регионального рельефа), интерполированным в точку метеостанции Терскол,

она не превысила 50 мм, т.е. оказалась в 2,8 раза ниже (см. рис. 3, б).

На Западном плато по данным снегомерных наблюдений величина снегонакопления составила 78 мм в.э. В работе (Торопов и др., 2020) показано, что при грубом учёте других факторов, определяющих снегонакопление (метелевый перенос, таяние, сублимация кристаллов), величину осадков за период экспедиции можно оценить

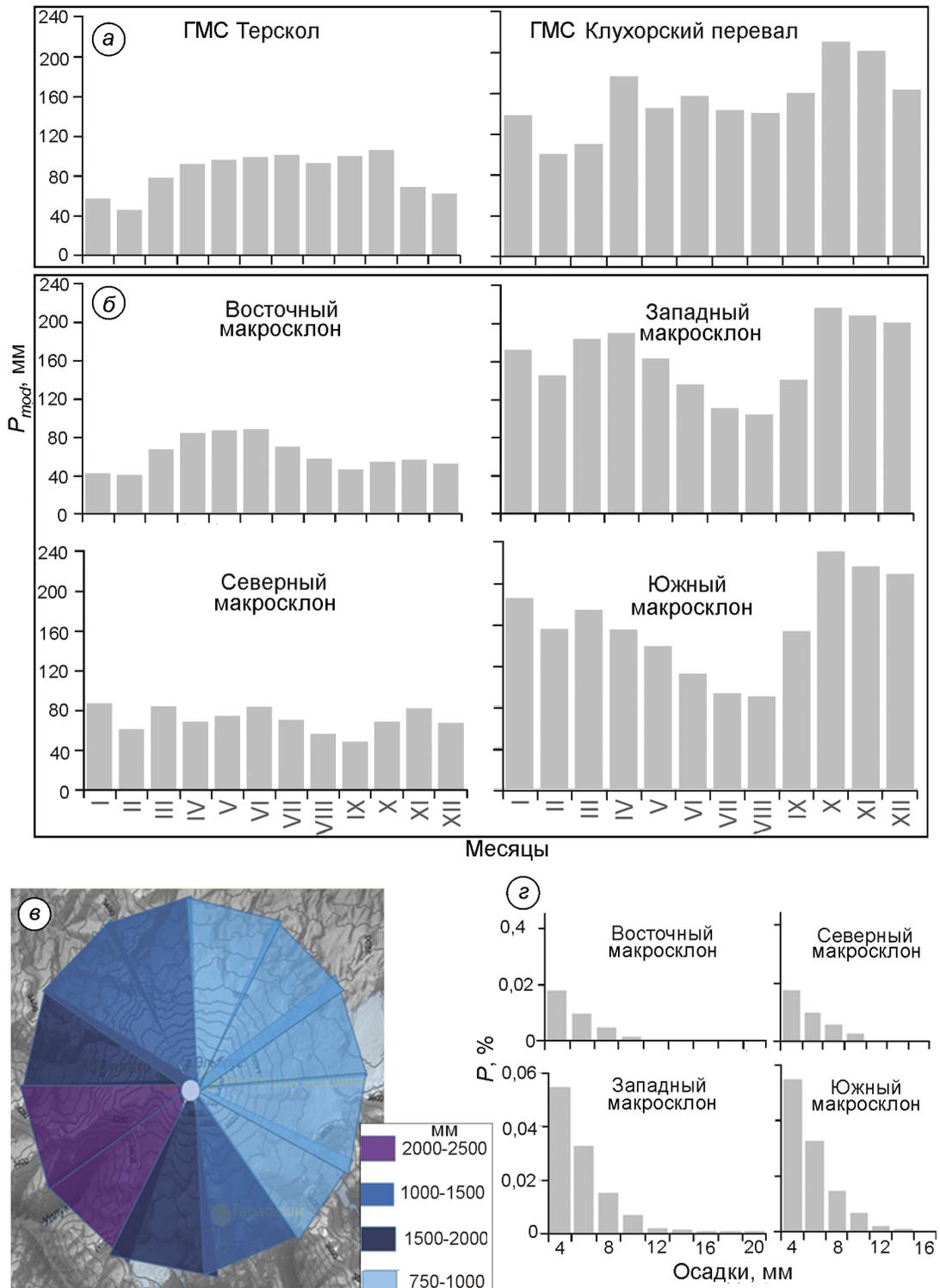
в 150 мм. По данным расчёта с помощью предложенной орографической модели она составила 112 мм. Различия в 38 мм, безусловно, существенны. Однако, во-первых, сравнение снегонакопления в конкретной точке с осадками, рассчитанными по всему западно-северо-западному сектору Эльбруса (см. рис. 1, *а*), площадь которого составляет примерно 17 км<sup>2</sup>, считается приближённой оценкой. Во-вторых, вклад таяния, сублимации и метелевого переноса на Западном плато приближённо оценён по метеорологическим данным и не был известен. Расчёты, выполненные на основе длиннорядных измерений (Palm et al., 2017), показали, что при высокой повторяемости скорости ветра более 10 м/с, за счёт метелевого переноса в течение месяца аккумуляция может варьировать в пределах  $\pm 30$  мм в.э. С учётом этой информации оценки суммы осадков за период экспедиции (112 мм) по сравнению с наблюдаемой величиной (150 мм), а также суточные максимумы 6 июля (24,7 мм) и 14 июля (29 мм), полученные на Западном плато по итогам моделирования, выглядят реалистично.

**Пространственно-временное распределение годовой суммы осадков на Эльбрусе.** На рис. 4, *в* показаны годовые суммы осадков на основных макросклонах Эльбруса за период 1985–2018 гг. Максимальная годовая сумма (2000–2500 мм) получена для западно-юго-западного и юго-западного секторов (при средней годовой норме для Центрального Кавказа ~1000 мм). Таким образом наибольшее количество осадков получают ледники Большой Азау, Уллукам, и Кюкюртлю. На южных, западных и западно-северо-западных склонах, в том числе на Западном плато, годовая сумма осадков также весьма высока (1500–2000 мм). Наименьшая годовая сумма осадков (750–1000 мм) закономерно отмечена на восточных склонах. Важный результат – воспроизведение моделью различных режимов сезонного хода осадков (в зависимости от экспозиции макросклона). На западных и южных макросклонах отмечается бимодальное годовое распределение: слабовыраженный максимум весной (март–апрель) и осенью (октябрь–ноябрь) и минимум летом (июль–август) (см. рис. 4, *б*). Похожее распределение отмечается по натурным данным на ГМС Клухорский перевал (см. рис. 4, *а*). На восточном макросклоне ситуация обратная: слабо выражен максимум осадков в

начале лета (май–июнь) и минимум в середине метеорологической зимы (январь–февраль) как и на ГМС Терскол (см. рис. 4, *а*), т.е. модель улавливает основные особенности внутригодового распределения осадков на склонах Эльбруса разной экспозиции: на западе Эльбруса оно больше соответствует условиям Западного Кавказа, в то время как восточный макросклон характеризуется типичным умеренно-континентальным годовым распределением осадков.

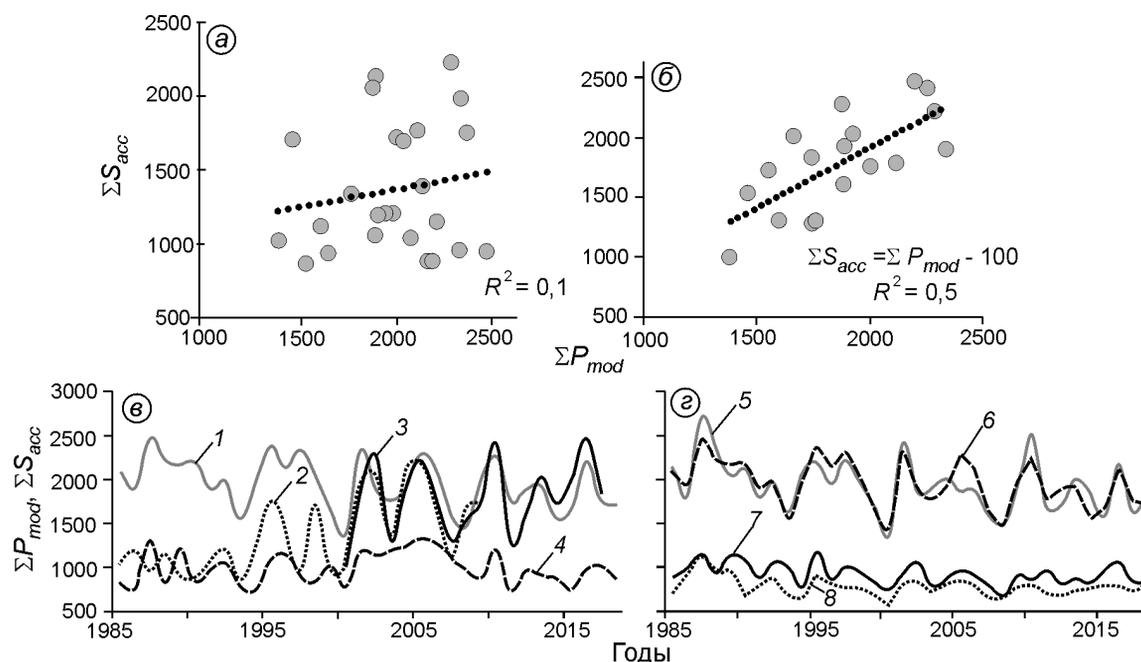
Выполнены оценки эмпирических функций распределения. Показано, что на южных и западных склонах осадки обеспеченностью 0,1% составляют 20 мм, а на северных и восточных – 14 мм (см. рис. 4, *з*). Суточный максимум осадков за расчётный период получен на юго-западном склоне и составил ~32 мм. Наименьший суточный максимум по результатам расчётов отмечен на северо-восточном склоне и равен 16 мм. Для сравнения отмечено, что на ГМС Терскол суточный максимум осадков за рассматриваемый период равен ~100 мм. Существенно меньшие значения экстремальных суточных сумм осадков на склонах Эльбруса, видимо, связаны с тем, что расчёты ведутся в диапазоне высот 3000–5500 м, без учёта влагосодержания нижних слоёв атмосферы. Отмечено адекватное описание моделью пространственно-временного распределения орографической составляющей осадков.

Величина СКО, характеризующая межгодовую изменчивость осадков, составляет ~200 мм (10% годовой суммы), что типично для условий умеренного климата. Также прослеживаются колебания с периодом 7–10 лет (см. рис. 5, *з*), который характерен для квазидекадной изменчивости атмосферной циркуляции, хорошо описываемой такими известными индексами, как NAO, EA/WR, SCAND. Статистически значимых трендов осадков за этот период не выявлено. Однако если разбить рассматриваемый 33-летний промежуток на два эпизода, то в XXI в. проявится некоторое снижение годовой суммы осадков, составляющее 5–6% за 10 лет (таблица). Слабовыраженная тенденция к уменьшению годовых сумм осадков хорошо согласуется за счёт тёплого периода и корреляции с натурными данными. Причиной этого эффекта – рост повторяемости антициклональных условий в тёплом полугодии (Торопов et al., 2019).



**Рис. 4.** Простейшие характеристики годовых сумм осадков на склонах Эльбруса: *а* – средний многолетний годовой ход осадков (1981–2010 гг.) по данным ГМС, ближайших к Эльбрусу; *б* – результаты моделирования; *в* – пространственное распределение средней многолетней годовой суммы осадков по результатам модели (1981–2010 гг.); *г* – повторяемость суточных сумм осадков на склонах Эльбруса по результатам модельных расчётов, %

**Fig. 4.** Some characteristics of annual precipitation on the slopes of Mt. Elbrus: *a* – mean annual course of precipitation (1981–2010) according to observations at weather stations closest to Mt. Elbrus; *b* – according to modeling results; *v* – spatial distribution of the long-term annual mean precipitation according to modeling results; *z* – frequency of daily precipitation on different slopes of Mt. Elbrus according to modeling results, %



**Рис. 5.** Сопоставление результатов расчётов годовой суммы осадков по модели ( $\Sigma P_{mod}$ , мм) с реконструкцией годовой аккумуляции на Западном плато Эльбруса ( $\Sigma S_{acc}$ , мм):

*a* – по данным ледового ядра 2009 г.; *b* – по данным ледового ядра 2018 г.; *c* – межгодовая изменчивость аккумуляции на Западном плато Эльбруса: по результатам модельных расчётов (1), данным ядра 2009 г. (2), данным ядра 2018 г. (3), данным ГМС Терскол (4); *d* – межгодовая изменчивость модельных сумм осадков на западном (5), южном (6), северном (7) и восточном (8) макросклонах Эльбруса

**Fig. 5.** Comparison of the results of calculations of the annual precipitation amount according to the model ( $\Sigma P_{mod}$ , mm) with the reconstruction of the annual accumulation on the Western Plateau of Elbrus ( $\Sigma S_{acc}$ , mm):

*a* – according to the ice core of 2009; *b* – according to the ice core of 2018; *c* – interannual variability of accumulation on the Western Plateau of Elbrus: based on the results of model calculations (1), 2009 core data (2), 2018 core data (3), Terskol HMS data (4); *d* – interannual variability of model precipitation amounts on the western (5), southern (6), northern (7) and eastern (8) macro slopes of Elbrus

**Сравнение результатов моделирования и данных кернов 2009 и 2018 гг.** Сопоставлены результаты моделирования годовых сумм осадков за период с 1985 по 2018 г. с годовой аккумуляцией, восстановленной по двум ядрам на Западном плато (2009 и 2018 гг.). Отмечено, что аккумуляция в точке бурения – это осадки за вычетом метелевого переноса, а также метелевой и поверхностной сублимации ледяных кристаллов. В условиях локации бурения эти процессы оцениваются как относительно небольшие (Mikhaleiko, 2015; Торопов, 2020) и обоснованно предполагается, что осадки – основной фактор аккумуляции. Потери слоя аккумуляции на Западном плато Эльбруса никогда не измерялись.

Результат сравнения годовых сумм осадков за период 1985–2009 гг. на западном макросклоне Эльбруса, рассчитанных с помощью предлагаемой орографической модели с годовой аккумуляцией, восстановленной по данным ядра 2009 г.,

демонстрирует неудовлетворительный коэффициент детерминации, или статистически незначимый результат (см. рис. 5, *a*). При этом сравнение с данными ядра 2018 г. за период 1999–2018 гг. (см. рис. 5, *b*) показало статистически значимую связь с поправкой на 100 мм, которую можно интерпретировать как метелевую и поверхностную сублимацию с предварительными оценками 5–7% годовой суммы осадков (Торопов и др., 2020). Данные ядра 2018 г., пробуренного в 150 м от точки бурения 2009 г., судя по всему, действительно отражают годовые суммы осадков. Годовая аккумуляция по данным ядра 2018 г. хорошо согласуется с результатами модельных расчётов, а на промежутке 2000–2008 гг. – с годовой аккумуляцией, полученной по ядру 2009 г. Период 1991–2000 гг. характеризуется неплохим совпадением изменчивости аккумуляции по данным ядра 2009 г. с модельными расчётами, однако при этом годовые суммы «модельных» осадков выше зна-

## Годовые суммы осадков и их тренды на склонах Эльбруса

Направление склона	Годовые суммы осадков, мм			Тренд, %/10лет
	1985–2000 гг.	2001–2017 гг.	1985–2015 гг.	
Северное	970	893	931,5	–6
Северо-восточное	863	814	838,5	–5
Восточное	813	768	790,5	–4
Юго-восточное	1132	1050	1091	–5
Южное	2040	1873	1956,5	–5
Юго-западное	2500	2290	2395	–6
Западное	2060	1888	1974	–6
Северо-западное	1235	1123	1179	–7

чений годовой аккумуляции, восстановленной по керну 2009 г. на 600–700 мм (см. рис. 5, в). С учётом ошибки реконструкции годовой аккумуляции (~250 мм), метелевого переноса и сублимации, которые в условиях высокой повторяемости сильных ветров на Западном плато могут составлять ~200 мм, погрешность выглядит не так уж серьёзно: 150–200 мм годового слоя, что составляет величину естественной межгодовой изменчивости осадков. Более пессимистичным выглядит период 1985–1990 гг., когда на фоне существенного завышения осадков моделью (~1000 мм) отмечается несогласованность экстремумов между результатами моделирования и реконструкцией по керну 2009 г. (см. рис. 5, в). При этом ответить на вопрос, какой из методов восстановления осадков оказывается ошибочным – по керну или по результатам расчётов с помощью предложенной модели – фактически невозможно. Вместе с тем несогласованность результатов сравнения модельных данных с реконструкцией по кернам наводит на мысль, что предложенная модель орографической добавки осадков может служить средством физически обоснованного согласования различных источников палеоданных об осадках. Но для решения такой задачи модель орографической добавки осадков требует более строго откалибровать метеорологическими измерениями по горным районам.

### Выводы и заключение

Предложенная схема расчёта орографических осадков относится к «моделям наветренного склона» и учитывает основные механизмы конденсации водяного пара при натекании влажного воздуха на горный склон. Она суще-

ственно проще полных мезомасштабных гидродинамических моделей, но более обоснована физически по сравнению с простыми регрессионными методами. Подход, лежащий в основе данной модели, применялся неоднократно, однако по сравнению с большинством «моделей склонов» в предложенном алгоритме реализовано несколько новшеств: учтено затухание вертикальной скорости с высотой в зависимости от атмосферной стратификации; блокирование вертикальных движений в зависимости от сочетания скорости набегающего потока и стратификации; введена простая зависимость доли влаги, выпадающей в виде осадков, от температуры воздуха. Основной недостаток данной версии модели – недоучёт плювиометрического градиента. В перспективе планируется учесть эту важную орографическую особенность через закон Клаузиуса–Клапейрона или на основе эмпирических зависимостей (Ваггу, 2008).

Сравнение с метеорологическими измерениями суточного и месячного разрешения показало, что на сезонном и годовом масштабах модель адекватно воспроизводит пространственно-временную структуру осадков на склонах Эльбруса и может быть задействована для расчёта аккумуляции на горных ледниках. Сравнение результатов моделирования с реконструкцией годовой аккумуляции на Западном плато Эльбруса по ледовым кернам 2009 и 2018 гг. оказалось менее удачным. В случае керна 2009 г. речь идёт о статистически незначимой связи с рассчитанными осадками ( $R^2 = 0,1$ ), в то время как сравнение с керном 2018 г. даёт надёжный результат ( $R^2 = 0,5$ ). Хотя модель нельзя считать эталоном, очевидно, что полученная надёжная связь между результатами моделирования и реконструкцией

аккумуляции по керну 2018 г. не случайна. Годовая аккумуляция на Западном плато Эльбруса прежде всего определяется осадками; вклады лавинного питания, метелевого переноса и сублимации ледяных кристаллов существенны для отдельных точек, но не для всего плато в целом. Низкий коэффициент корреляции с керном 2009 г. может быть связан как с неудачным выбором точки бурения, так и с неизбежными погрешностями определения годовых слоёв.

Оценки результатов расчётов показали, что предложенная модель способна служить средством согласования методик реконструкции годовой аккумуляции по данным ледовых кернов. Результаты моделирования могут стимулировать развитие методик определения годовых слоёв аккумуляции, предполагающих минимизацию субъективизма и связанных с ним ошибок, а

также применяться как физическое обоснование реконструкции аккумуляции по данным кернов. Также предложенный алгоритм может быть адаптирован в виде параметризации орographic осадков в моделях земной системы, а также для уточнения осадков в горных районах в рамках прикладных задач.

**Благодарности.** Большая часть работы выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20–05–00176), анализ и интерпретация данных по ледяному керну проведена в рамках Мегагранта № 075–15–2021–599 от 08.06.2021 г.

**Acknowledgments.** The main part of this study was funded by the Russian Foundation for Basic Research (project № 20–05–00176). The ice cores's data was analyzed and interpreted in the framework of Megagrant № 075–15–2021–599, 08.06.2021.

## Литература

- Кислов А.В., Георгиади А.Г., Алексеева Л.И., Бородин О.П. Построение полей температуры воздуха и атмосферных осадков в районах с редкой измерительной сетью (на примере бассейна р. Лена) // Метеорология и гидрология. 2007. № 8. С. 29–37.
- Кренке А.Н., Ананичева М.Д., Демченко П.Ф., Кислов А.В. Методы оценки последствий изменения климата для физических и биологических систем. Т. 9. Ледники и ледниковые системы. М.: изд. Росгидромета, 2012. С. 360–399.
- Михайлов А.Ю. Роль орographic вертикальных движений в формировании климатического поля летних осадков. // Изв. АН СССР. Сер. геогр. 1985. № 5. С. 96–103.
- Михаленко В.Н., Кутузов С.С., Лаврентьев И.И., Торопов П.А. Ледники и климат Эльбруса. М.-СПб: Нестор-История, 2020. 327 с.
- Олейников А.Д., Володичева Н.А. Зимы лавинного максимума на Большом Кавказе за период инструментальных наблюдений (1968–2016 гг.) // Лёд и Снег. 2020. Т. 60. № 4. С. 521–532.
- Торопов П.А., Шестакова А.А., Полохов А.А., Семенова А.А., Михаленко В.Н. Особенности летнего метеорологического режима Западного плато Эльбруса // Лёд и Снег. 2020. Т. 60. № 1. С. 58–76. doi: 10.31857/S2076673420010023.
- Barry R.G. Mountain weather and climate. London: Cambridge University Press, 2008. 505 p.
- Chua S.H., Bras R.L. Optimal estimators of mean areal precipitation in regions of orographic influence //

## References

- Kislov A.V., Georgiadi A.G., Alekseyeva L.I., Borodin O.P. Construction of air temperature and precipitation fields in areas with a sparse measuring network (on the example of the Lena River basin). *Meteorologiya i gidrologiya*. Meteorology and hydrology. 2007, 8: 29–37. [In Russian].
- Krenke A.N., Ananicheva M.D., Demchenko P.F., Kislov A.V. *Metody ocenki posledstviy izmeneniya klimata dlya fizicheskikh i biologicheskikh system*. Methods for assessing the effects of climate change on physical and biological systems. V. 9. Glaciers and glacial systems. Moscow: Roshydromet, 2012: 360–399. [In Russian].
- Mikhaylov A.Y. Rol' orographic vertikal'nykh dvizheniy v formirovanii klimaticheskogo polya letnikh osadkov. *Izvestiya Ros. Akad. Nauk. Seriya geograficheskaya*. Proc. of RAS. Geographical series. 1985, 5: 96–103. [In Russian].
- Mikhalenko V.N., Kutuzov S.S., Lavrent'yev I.I., Toropov P.A. *Ledniki i klimat El'brusa*. Glaciers and climate of Elbrus. Moscow – Sankt Peterburg: Nestor-History, 2020: 327 p. [In Russian].
- Oleinikov A.D., Volodicheva N.A. Winters of avalanche maximum in the Greater Caucasus for the period of instrumental observations (1968–2016). *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2020, 60 (4): 521–532. doi: 10.31857/S2076673420040057. [In Russian].
- Toropov P.A., Shestakova A.A., Polukhov A.A., Semenova A.A., Mikhalenko V.N. Character of the summer meteorological regime on the Western plateau of Elbrus (the Caucasus). *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2020, 60 (1): 58–76. doi: 10.31857/S2076673420010023 [In Russian].

- Journ. of Hydrology. 1982. V. 57. № 1–2. P. 23–48. doi: 10.1016/0022–1694(82)90101–9.
- Daly C., Neilson R.P., Phillips D.L. A statistical-topographic model for mapping climatological precipitation over mountainous terrain // Journ. of Applied Meteorology and Climatology. 1994. V. 33. № 2. P. 140–158. doi: 10.1175/1520–0450(1994)033.
- Durran D.R., Klemp J.B. On the effects of moisture on the Brunt–Väisälä frequency // Journ. of Atmospheric Sciences. 1982. V. 39. № 10. P. 2152–2158. doi: 10.1175/1520–0469(1982)039.
- Elliott R.D., Hovind E.L. The water balance of orographic clouds // Journ. of Applied Meteorology and Climatology. 1964. V. 3. № 3. P. 235–239. doi: 10.1175/1520–0450(1964)003.
- Funk C., Michaelsen J.A Simplified diagnostic model of orographic rainfall for enhancing satellite–based rainfall estimates in data–poor regions // Journ. of Applied Meteorology. 2004. V. 43. № 10. P. 1366–1378. doi: 10.1175/JAM2138.1.
- Hunt J., Snyder W.H. Experiments on stably and neutrally stratified flow over a model three–dimensional hill // Journ. of Fluid Mechanics. 1980. V. 96. № 4. P. 671–704. doi: 10.1017/S0022112080002303.
- Huss M., Hock R. A new model for global glacier change and sea-level rise // Journ. of Frontiers in Earth Science. 2015. V. 3. P. 54–67. doi: 10.3389/feart.2015.00054.
- Hutchinson M.F. Interpolation of rainfall data with thin plate smoothing splines. Part I. Two dimensional smoothing of data with short range correlation // Journ. of Geogr. Information and Decision Analysis. 1998. V. 2. № 2. P. 139–151.
- Jiang Q., Smith R.B. Cloud timescales and orographic precipitation // Journ. of the Atmosphere Sciences. 2003. V. 60. № 13. P. 1543–1559. doi: 10.1175/2995.1.
- Kozachek A, Mikhalenko V., Masson-Delmotte V., Ekaykin A., Ginot P., Kutuzov S., Legrand M., Lipenkov V., Preunkert S. Large-scale drivers of Caucasus climate variability in meteorological records and mt Elbrus ice cores // Journ. of Climate of the Past. 2017. V. 13. № 5. P. 473–489. doi: 10.5194/cp–13–473–2017.
- Kuligowski R.J., Barros A.P. High-resolution short-term quantitative precipitation forecasting in mountainous regions using a nested model // Journ. of Geophys. Research: Atmosphere. 1999. V. 104. № 24. P. 31553–31564. doi: 10.1029/1999JD900938.
- Leung L.R., Ghan S.J. A subgrid parameterization of orographic precipitation // Journ. of Theoretical and Applied Climatology. 1995. V. 52. № 1. P. 95–118. doi: 10.1007/BF00865510.
- Markowski P., Richardson Y.P. Mesoscale meteorology in Midlatitudes // Wiley–Blackwell, 2010. 414 p.
- Mendoza V.M., Oda B., Adem J. Parametrization of the precipitation in the Northern Hemisphere and its veri-
- Barry. R.G. Mountain weather and climate. London: Cambridge University Press, 2008: 505 p.
- Chua S.H., Bras R.L. Optimal estimators of mean areal precipitation in regions of orographic influence. Journ. of Hydrology. 1982, 57 (1–2): 23–48. doi: 10.1016/0022–1694(82)90101–9.
- Daly C., Neilson R.P., Phillips D.L. A statistical–topographic model for mapping climatological precipitation over mountainous terr. Journ. of Applied Meteorology and Climatology. 1994, 33 (2): 140–158. doi: 10.1175/1520–0450(1994)033.
- Durran D.R., Klemp J.B. On the effects of moisture on the Brunt–Väisälä freque. Journ. of Atmospheric Sciences. 1982, 39 (10): 2152–2158. doi: 10.1175/1520–0469(1982)039.
- Elliott R.D., Hovind E.L. The water balance of orographic clouds. Journ. of Applied Meteorology and Climatology. 1964, 3 (3): 235–239. doi: 10.1175/1520–0450(1964)003.
- Funk C., Michaelsen J.A Simplified diagnostic model of orographic rainfall for enhancing satellite–based rainfall estimates in data–poor regions. Journ. of Applied Meteorology. 2004, 43 (10): 1366–1378. doi: 10.1175/JAM2138.1.
- Hunt J., Snyder W.H. Experiments on stably and neutrally stratified flow over a model three–dimensional hill. Journ. of Fluid Mechanics. 1980, 96 (4): 671–704. doi: 10.1017/S0022112080002303.
- Huss M., Hock R.A new model for global glacier change and sea-level rise. Journ. of Frontiers in Earth Science. 2015, 3: 54–67. doi: 10.3389/feart.2015.00054.
- Hutchinson M.F. Interpolation of rainfall data with thin plate smoothing splines. Part I: Two dimensional smoothing of data with short range correlation // Journ. of Geogr. Information and Decision Analysis. 1998, 2 (2):139–151.
- Jiang Q., Smith R.B. Cloud timescales and orographic precipitation. Journ. of the Atmosphere Sciences. 2003, 60 (13): 1543–1559. doi: 10.1175/2995.1.
- Kozachek A, Mikhalenko V., Masson-Delmotte V., Ekaykin A., Ginot P., Kutuzov S., Legrand M., Lipenkov V., Preunkert S. Large-scale drivers of Caucasus climate variability in meteorological records and mt El’brus ice cores. Journ. of Climate of the Past. 2017, 13 (5): 473–489. doi: 10.5194/cp–13–473–2017.
- Kuligowski R.J., Barros A.P. High-resolution short-term quantitative precipitation forecasting in mountainous regions using a nested model. Journ. of Geophys. Research: Atmos. 1999, 104. (24): 31553–31564. doi: 10.1029/1999JD900938.
- Leung L.R., Ghan S.J. A subgrid parameterization of orographic precipitation. Journ. of Theoretical and Applied Climatology. 1995, 52 (1): 95–118. doi: 10.1007/BF00865510.
- Markowski P., Richardson Y.P. Mesoscale meteorology in Midlatitudes. Wiley–Blackwell. 2010: 414 p.

- fication in Mexico // *Journ. of Annals Geophysicae*. 1998. V. 16. № 7. P. 853–865. doi: 10.1007/s00585-998-0853-8.
- Mikhalenko V., Sokratov S., Kutuzov S., Ginot P., Legrand M., Preunkert S., Lavrentiev I., Kozachek A., Ekaykin A., Faïn X., Lim S., Schotterer U., Lipenkov V., and Toropov P.* Investigation of a deep ice core from the Elbrus western plateau, the Caucasus, Russia // *The Cryosphere*. 2015. V. 9 № 6. P. 2253–2270. doi: 10.5194/tc-9-2253-2070.
- Neiman P.J., Ralph F.M., White A.B., Kingsmill D.E., Persson P.O.* The Statistical Relationship between Upslope Flow and Rainfall in California's Coastal Mountains: Observations during CALJET // *Monthly Weather Review*. 2002. V. 130. № 6. P. 1468–1492. doi: 10.1175/1520-0493(2002)130.
- Palm S.P., Kayetha V., Yang Y., Pauly R.* Blowing Snow Sublimation and Transport over Antarctica from 11 Years of CALIPSO Observations // *The Cryosphere*. 2017. V. 11. P. 2555–2569. doi: 10.5194/tc-11-2555-2017.
- Rets E., Kireeva M.* Hazardous hydrological processes in mountainous areas under the impact of recent climate change: Case study of Terek River basin. *IAHS-AISH Publ.* 2010. V. 340. P. 126–134.
- Roe G.H., Montgomery D.R., Hallet B.* Orographic precipitation and the relief of mountain ranges // *Journ. of Geophys. Research: Solid Earth*. 2003. V. 108. № 6. P. 15–21.
- Rotunno R., Houze R.A.* Lessons on orographic precipitation from the Mesoscale Alpine Programme // *Quaternary Journ. of the Royal Meteorol. Society*. 2007. V. 133. № 625. P. 811–830. doi: 10.1002/qj.67.
- Sinclair M.R.* A Diagnostic Model for Estimating Orographic Precipitation // *Journ. of Appl. Meteorology and Climatology*. 1994. V. 33. № 10. P. 1163–1175. doi: 10.1175/1520-0450(1994)033.
- Smith R.B., Barstad I.* A linear theory of orographic precipitation // *Journ. of the Atmosphere Sciences*. 2004. V. 61. № 12. P. 1377–1391. doi: 10.1175/1520-0469(2004)061.
- Toropov P.A., Aleshina M.A., Grachev A.M.* Large-scale climatic factors driving glacier recession in the Greater Caucasus, 20th–21st century // *Intern. Journ. of Climatology*. 2019. P. 4703–4720. doi: 10.1002/joc.6101.
- Mendoza V.M., Oda B., Adem J.* Parametrization of the precipitation in the Northern Hemisphere and its verification in Mexico. *Journ. of Ann. Geophysicae*. 1998, 16 (7): 853–865. doi: 10.1007/s00585-998-0853-8.
- Mikhalenko V., Sokratov S., Kutuzov S., Ginot P., Legrand M., Preunkert S., Lavrentiev I., Kozachek A., Ekaykin A., Faïn X., Lim S., Schotterer U., Lipenkov V., and Toropov P.* Investigation of a deep ice core from the Elbrus western plateau, the Caucasus, Russia. *The Cryosphere*. 2015, 9 (6): 2253–2270. doi: 10.5194/tc-9-2253-2070.
- Neiman P.J., Ralph F.M., White A.B., Kingsmill D.E., Persson P.O.* The Statistical Relationship between Upslope Flow and Rainfall in California's Coastal Mountains: Observations during CALJET. *Monthly Weather Rev.* 2002, 130 (6): 1468–1492. doi: 10.1175/1520-0493(2002)130.
- Palm S.P., Kayetha V., Yang Y., Pauly R.* Blowing Snow Sublimation and Transport over Antarctica from 11 Years of CALIPSO Observations. *The Cryosphere*. 2017, 11: 2555–2569. doi: 10.5194/tc-11-2555-2569.
- Rets E., Kireeva M.* Hazardous hydrological processes in mountainous areas under the impact of recent climate change: Case study of Terek River basin. *IAHS-AISH Publ.* 2010, 340: 126–134.
- Roe G.H., Montgomery D.R., Hallet B.* Orographic precipitation and the relief of mountain ranges. *Journ. of Geophys. Research: Solid Earth*. 2003, 108 (6): 15–21.
- Rotunno R., Houze R.A.* Lessons on orographic precipitation from the Mesoscale Alpine Programme. *Quaternary Journ. of the Royal Meteorol. Society*. 2007, 133 (625): 811–830. doi: 10.1002/qj.67.
- Sinclair M.R.* A Diagnostic Model for Estimating Orographic Precipitation // *Journ. of Applied Meteorology and Climatology*. 1994, 33 (10): 1163–1175. doi: 10.1175/1520-0450(1994)033.
- Smith R.B., Barstad I.* A linear theory of orographic precipitation. *Journ. of the Atmosphere Sciences*. 2004, 61 (12): 1377–1391. doi: 10.1175/1520-0469(2004)061.
- Toropov P.A., Aleshina M.A., Grachev A.M.* Large-scale climatic factors driving glacier recession in the Greater Caucasus, 20th–21st century. *Intern. Journ. of Climatology*. 2019: 4703–4720. doi: 10.1002/joc.6101.