

Распределение температуры и солёности морского ледяного покрова по экспериментальным и модельным данным (на примере бухты Новик Японского моря)

© 2018 г. А.Н. Четырбецкий^{1*} А.Ю. Лазарюк²

¹Дальневосточный геологический институт, Дальневосточное отделение РАН, Владивосток, Россия;

²Тихоокеанский океанологический институт имени В.И. Ильинчева, Дальневосточное отделение РАН, Владивосток, Россия

*chetyrbotsky@yandex.ru

Temperature and salinity distribution of sea ice cover according to experimental and model data (case study of Novik Bay of the Sea of Japan)

A.N. Chetyrbotsky^{1*}, A.U. Lazaryuk²

¹Far Eastern Geological Institute, Far East Branch of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia;

²V.I. Ilichev Pacific Oceanological Institute, Far East Branch of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia

*chetyrbotsky@yandex.ru

Received December 1, 2017

Accepted April 26, 2018

Keywords: *estimation of the models adequacy, salinity distribution, sample data, temperature distribution.*

Analysis of sample distributions of temperature and salinity within depths of sea ice allowed revealing a high negative correlation between temperature of the surface air layer and the salinity vertical distribution across the ice thickness. This situation is explained by the fact that when temperature inside the ice rises the vertically oriented pores filled with brine, and this causes increased flow of brine. But when the temperature of the thickness drops, volumes of these pores significantly decrease, and as a result of that stresses near the pores grow and brine is squeezed out to both above and under the ice. Comparison of individual cases of the sample salinity distributions made possible to determine that the temperature of the surface air layer significantly influences the freezing intensity. When developing a model of spatiotemporal dynamics of the temperature, the diffusion mechanism of its vertical distribution is adopted, where the thermal conductivity coefficient is a linear function of temperature. A computational scheme for solving the model equations had been developed. The procedure to estimate the model parameters is given. The results of the parameter estimations had proved the adequacy of both the sample and the model distributions. A degree of the adequacy is the correlation coefficient between the above distributions. It is shown that the numerical simulation of the spatiotemporal salinity dynamics can be performed in framework of the diffusion mechanism of the vertical distribution, where the diffusion coefficient is a linear function of temperature. The results of the parameter estimations did also show the adequacy of both the sample and the model distributions.

Citation: Chetyrbotsky A.N., Lazaryuk A.U. Temperature and salinity distribution of sea ice cover according to experimental and model data (case study of Novik Bay of the Sea of Japan). *Led i Sneg. Ice and Snow.* 2018. 58 (4): 559–568. [In Russian]. doi: 10.15356/2076-6734-2018-4-559-568.

Поступила 1 декабря 2017 г.

Принята к печати 26 апреля 2018 г.

Ключевые слова: *модель распределения солёности, модель распределения температуры, морской ледяной покров, оценка адекватности моделей.*

Выполнен анализ выборочных распределений температуры и солёности ледяного покрова бухты Новик – типичной для Японского моря. Выявленные корреляционные связи между переменными использованы при построении численных моделей пространственно-временных распределений температуры и солёности. Рассмотрены вычислительные схемы решения уравнений моделей и процедуры оценки их параметров. Результаты моделирования показали адекватность выборочных и модельных распределений.

Введение

В 2015 г. было продолжено изучение формирования и последующей динамики ледяного покрова Японского моря, где натурным объектом выступает ледяной покров бухты Новик [1–5]. В ранних исследованиях ледяного покрова бухты основное внимание уделялось способам оценки содержания жидкой фазы в порах льда методами ядерно-маг-

нитного резонанса (ЯМР) и магнитно-резонансной томографии. Рассматривалась также адаптация известных эмпирических моделей динамики его толщины, которые обычно применяют для льдов арктических морей и которые не учитывают региональную специфику морских водоёмов Приморья, что приводит к ограниченности их применения. Важность этих работ объясняется определённой типичностью бухты, поэтому её ледяной покров

может выступать модельным полигоном для разработки численных моделей состояния и динамики морского льда. При выборе объекта исследования дополнительно учитывается существенная закрытость бухты Новик, что позволяет рассматривать её как закрытую систему и способствует значительному снижению воздействий на модель ряда неконтролируемых факторов. Существенно также, что бухта расположена недалеко от лабораторных подразделений институтов Дальневосточного отделения РАН и Дальневосточного федерального университета, где оперативно можно выполнить анализы физического состояния образцов льда.

В работе учитывается как особенность расположения бухты, так и актуальность построения численных моделей динамики её ледяного покрова, при этом адаптация и оценка адекватности реальным объектам изучения проводятся на основе выборочного цифрового материала. Разработанные информационные технологии построения численных моделей ледяного покрова и методы их адаптации могут быть полезны при построении моделей объектов более сложной структурной иерархии (например, ледяного покрова Уссuriйского и Амурского заливов).

Цель работы – численное моделирование пространственно-временной динамики распределений температуры и солёности морского ледяного покрова. На примере конкретного выборочного материала рассмотрены проблемы адаптации предлагаемых моделей. Процедуры адаптации выполнялись средствами нахождения экстремумов нелинейных функционалов <http://matlab.exponenta.ru/optimiz/index.php>. Здесь этим функционалом выступает невязка между выборочными и модельными распределениями. Мера адекватности выборочных и модельных распределений определяется корреляцией между ними и доверительными интервалами параметров моделей [6, 7]. Выполнено численное моделирование совместной динамики распределений температуры и солёности ледяного покрова бухты Новик.

Материал и анализ выборочных распределений

Ранее состояние морского ледяного покрова бухты изучалось на основании выборочных данных за отдельные годы. По объёму наблюдений выделяется выборка 2015 г., которая и будет ис-

пользоваться нами. Для проведения измерений состояния ледяного покрова бухты Новик сначала определяли участок ледяной поверхности с целью отбора проб керна льда, а затем на выбранном участке отбирались две пробы керна с помощью кольцевого бура диаметром 16 см (глубина керна – это толщина льда). Керны использовались для замера температуры и определения солёности. *Первую пробу керна* укладывали горизонтально на подставку в пластиковый решётчатый ящик. Затем для установки термощупов (6 мм) на его боковой поверхности дрелью высверливали отверстия (8 мм) глубиной 7–9 см с шагом 3–6 см вдоль оси керна. Расстояния от торцов керна составляло 2–3 см, локализацию отверстий определяли с точностью 0,5 см. Температурный профиль в отобранном керне измеряли в течение 15–25 минут с помощью макета многоканального термометра. *Вторую пробу керна* после извлечения укладывали на специальную раму для последующего распила на сегменты по 4–5 см (точность менее 0,5 см). Распил проводили на месте отбора в течение 15–20 минут с соблюдением мер, исключающих потери жидкой фазы и попадание снежной массы в отобранные пробы льда. Полученные порции льда (сегменты) помещали в пластиковые контейнеры с герметичной крышкой. Растигивали порции при комнатной температуре в тех же ёмкостях. Солёность определяли по электропроводности растаявших образцов (объём 500–1000 мл), которые пропускали через проточную систему зонда SBE-19+ [4, 5].

Выборку определяют 18 распределённых преимущественно вдоль осевой линии бухты временных съёмок, разделённых на три локально сосредоточенные группы. Распределение групп соответствует мелководному (шесть съёмок), срединному (пять съёмок) и глубоководному (семь съёмок) участкам бухты. В отдельных съёмках было выполнено от 8 до 12 вертикальных срезов. Объёмы выборок в группах составили 64, 52 и 72 наблюдений соответственно. Протяжённость участка проведения съёмок – 6 км. Начало отсчёта приходилось на самый мелководный участок съёмок. Наибольшая в 2015 г. толщина ледяного покрова в бухте Новик 0,56 м наблюдалась 24 февраля. Поскольку на момент наблюдений снежный покров был незначительным, в дальнейшем он не учитывался. Разделение выборки на отдельные группы обусловлено трудностями выполнения на-

Корреляции параметров состояния морского ледяного покрова бухты Новик*

	<i>h</i>	<i>T_A</i>	<i>T_W</i>	<i>S_W</i>	<i>T₁</i>	<i>T_n</i>	<i>S₁</i>	<i>S_n</i>	<i>Day</i>
<i>h</i>	1	0,492	0,520	-0,500	0,581	0,455	-0,569	-0,087	0,897
<i>T_A</i>	0,492	1	<i>0,860</i>	-0,849	0,734	0,674	-0,381	-0,426	0,654
<i>T_W</i>	0,520	<i>0,860</i>	1	-0,940	0,800	0,889	-0,246	-0,213	0,744
<i>S_W</i>	-0,500	-0,849	-0,940	1	-0,767	-0,770	0,300	0,168	-0,752
<i>T₁</i>	0,581	0,734	0,800	-0,767	1	-0,757	-0,397	-0,312	0,670
<i>T_n</i>	0,455	0,674	0,889	-0,770	-0,757	1	-0,045	-0,075	0,642
<i>S₁</i>	-0,569	-0,381	-0,246	0,300	-0,397	-0,045	1	0,472	-0,528
<i>S_n</i>	-0,087	-0,426	-0,213	0,168	-0,312	-0,075	0,472	1	-0,047
<i>Day</i>	0,897	0,654	0,744	-0,752	0,670	0,642	-0,528	-0,047	1

*Курсивом выделены корреляции, которые превышают по абсолютной величине 0,7.

Обозначения параметров см. текст.

турных экспериментов и проблемами технического характера формирования керна льда в ряде отстоящих участках морского ледяного покрова.

В каждом наблюдении измерялись следующие параметры состояния ледяного покрова: *h* – толщина льда, м; *T_A* – температура надледного слоя воздуха; *T_W* – температура подледного слоя воды, °C; *T₁*, *T_n* – температура верхнего и нижнего (приводного) слоёв ледяного покрова соответственно, °C; *S₁*, *S_n* – солёность верхнего и нижнего (приводного) слоёв, ‰; *Day* – временной фактор – число дней от начала года; наибольшая толщина льда принималась равной *z_{max}* = 0,56 м (наблюдался 24 февраля), а наименьшая (где были выполнены измерения) – *z_{min}* = 0,02 м; временной шаг *Δt* = 1 сут.; границы изменения вдоль горизонтали от 0 до 6102 м. В дальнейшем везде принимается, что положительное направление вертикальной оси *OZ* соответствует росту толщины морского ледяного покрова.

Анализ выборочных корреляций (они вычисляются для всей совокупности наблюдений за минусом наблюдений с пропущенными значениями) позволяет оценить характер устойчивых для зимнего периода 2015 г. линейных связей рассматриваемых параметров состояния ледяного покрова (таблица). Высокое значение корреляции *r(h, Day)* = 0,897 показывает рост толщины в течение всего периода наблюдений. Корреляция *r(T_A, T_W)* = 0,860 отражает, по сути, определённую совместность изменений температуры надледного слоя воздуха и подледного слоя морской воды, а корреляция *r(T_A, S_W)* = -0,849 – противоположность изменений *T_A* и роста *S_W*. Такая ситуация вызвана тем, что изменение температу-

ры в толще ледяного покрова следует изменению *T_A*, на что указывают её высокие корреляции с *T₁* и *T_n*. Поэтому снижение температуры льда вызывает в нём рост механических напряжений (соотношение Дюамеля–Неймана для зависимости напряжения в деформируемом теле от температуры [8]), в результате рассол выжимается в подледный слой воды.

Корреляция *r(T_W, S_W)* = -0,940 отражает противоположность изменений этих параметров: при повышении/понижении температуры подледного слоя воды её соленость падает/возрастает. Возможным объяснением такой ситуации может служить приток/отток сюда пресной воды, в том числе возможно таяние приводных слоёв в результате стока в бухту тёплой воды (например, канализации). Высокие положительные корреляции *r(T_W, T₁)* = 0,800 и *r(T_W, T_n)* = 0,889 отражают совместность изменения этих величин. Высокие отрицательные корреляции *r(S_W, T₁)* = -0,767 и *r(S_W, T_n)* = -0,770 отражают противоположную направленность изменений температуры морского ледяного покрова и солёности приводного слоя.

Анализ пространственно-временных распределений температуры показывает наличие в первой трети периода наблюдений контрастной складки (рис. 1, *a–e*). Её присутствие объясняется зимним потеплением 2015 г. Распределение глубины складки убывает с ростом толщины ледяного покрова, что связано с большей устойчивостью (инерционностью) к температурным скачкам его нижних слоёв. Отметим также высокую вариабельность температуры льда в его приповерхностных горизонтах (см. на рис. 1, *a–e*), что объясняется ненулевым потоком на границе воздух–лёд. Наименьшая

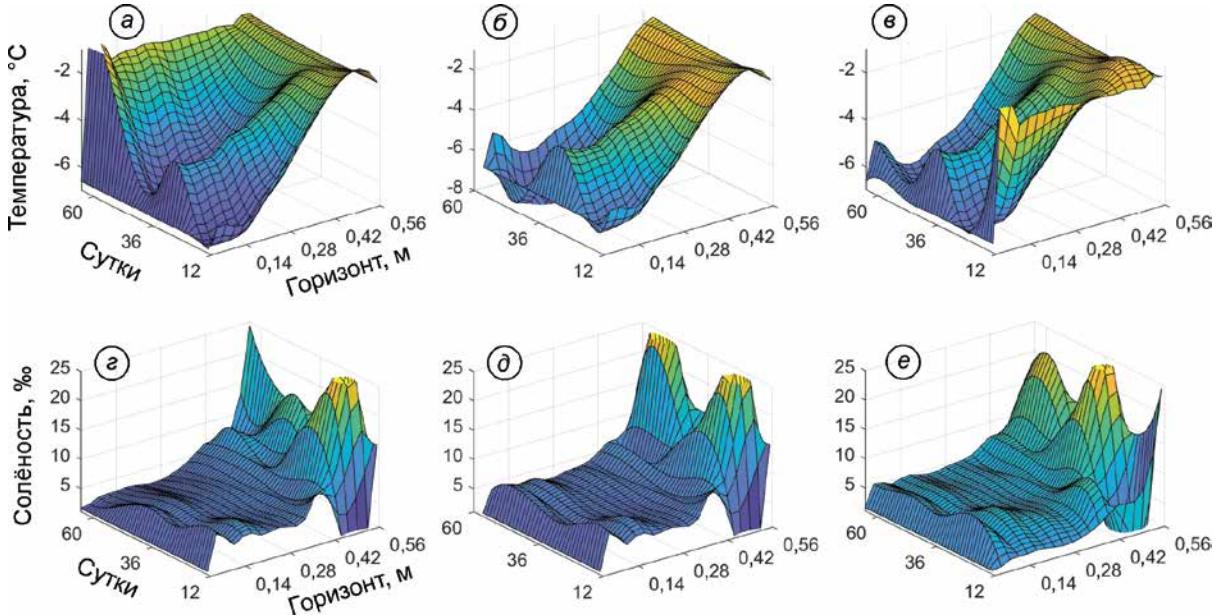


Рис. 1. Выборочные распределения температуры и солёности по группам съёмок:

а–в – группа 1; *г–е* – группа 2

Fig. 1. Sampling distribution of temperature and salinity groups shots
a–в – group 1; *г–е* – group 2

изменчивость температуры отмечается в приграничных со льдом участках воды (на рис. 1, *а–в* это участки приводных горизонтов льда). Такая ситуация соответствует относительной стабильности подледных слоёв воды в бухте Новик в 2015 г.

В распределениях солёности по глубине выделяют три стадии её изменения (см. рис. 1, *г–е*): в близких к границе воздух–лён слоях её всплеск, затем относительно плавное равномерное распределение и почти квазилинейный рост солёности в нижних (приводных) слоях. Наличие первой стадии вызвано испарением воды на поверхности льда и транспортировкой сюда выдавленного при замерзании льда рассола. Особенно это заметно для случая *е*, где для первых 32 дней наблюдений отмечается существенное содержание солёности в первом расчётном слое ледяного покрова. В случаях *г* и *е* на поверхности распределения отмечается определённая складка содержания солёности, присутствие которой можно объяснить зимним потеплением. Пространственно-временные распределения солёности показывают наибольшую солёность в нижних (приводных) слоях ледяного покрова, что вызвано их повышенной по сравнению с остальными слоями температурой льда. В приводных слоях размеры пор во льду расширены, что способствует повышенной миграции рассола из верхних

слоёв в нижние слои. Так же, как и для температуры, можно заметить относительное постоянство солёности на границе лён–вода, что объясняется отсутствием её потоков на этой границе.

Распределение толщины морского ледяного покрова

В практике морских прогнозов для расчётов толщины ледяного покрова широко используется эмпирическая формула

$$h(t) = c \sum (-T_A),$$

где $h(t)$ – толщина льда для времени t ; c – неотрицательный коэффициент пропорциональности; $\sum (-T_A)$ – так называемая сумма градусодней мороза воздуха [9].

Ограничено применение этой формулы обусловлено тем, что подобное эмпирическое соотношение не отражает физическую сторону динамики толщины, а даёт только количественную характеристику в более или менее стационарных условиях. При этом основная трудность оценки параметров связана с натурными измерениями толщины сплошного ледяного покрова – процесс замерзания протекает столь многообразно, что в одно и то же время толщина льда на разных участках существен-

но отличается между собой. Это характерно почти для всех натурных измерений численных значений параметров состояния ледяного покрова [10–13]. Изменение толщины льда определяется разностью потоков тепла через лёд в атмосферу q_{IA} и от воды в нижний слой льда q_{WI} [14–16]. Запись модели динамики толщины принимает следующий вид:

$$L\rho_f(\partial h/\partial t) = q_{IA} - q_{WI} + D_h(\partial^2 h/\partial x^2),$$

где L , ρ_f , D_h – соответственно удельная теплота плавления, плотность льда и коэффициент диффузии.

Здесь выравнивание толщин ледяного покрова в результате отрыва различных выступающих частей льда на нижних горизонтах ледяного покрова и переноса их различными течениями выполняется механизмом диффузии. Представление потоков частными производными и преобразование коэффициентов приводят уравнение динамики толщины к виду

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} = k_{IA} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} - k_{WI} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=h} + D_h \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \\ h(t_0) = h_0, \end{cases} \quad (1)$$

где значения D_h , k_{IA} и k_{WI} подлежат оценке при вычислительных экспериментах; h_0 – начальная толщина ледяного покрова.

Поскольку наблюдения проводились, когда лёд уже присутствовал, то $h_0 > 0$. Напомним, что положительное направление оси OZ определяется ростом толщины льда.

Для конечно-разностной аппроксимации первых двух членов левой части следует задать температуру T_1^* на поверхности ледяного покрова и температуру T_h^* приводного слоя льда. При отсутствии соответствующего числового материала полагается, что

$$\begin{aligned} T_1^*(t, x) &= 0,5(T_A(t, x) + T(t, x, z)|_{z=\Delta z}) \text{ и} \\ T_h^*(t, x) &= 0,5(T(t, x, z)|_{z=h} + T_W(t, x)), \end{aligned} \quad (2)$$

где $T_A(t, x)$ – распределение температуры надлёдного слоя воздуха; $T(t, x, z)$ – распределение температуры ледяного покрова; $T_W(t, x)$ – распределение температуры подлёдного слоя морской воды.

Тогда конечно-разностные аппроксимации частных производных принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} (\partial T/\partial z)_{z=0} &= (T_A - T|_{z_{\min}})/2\Delta z \text{ и} \\ (\partial T/\partial z)_{z=h} &= (T|_{z=h} - T_W)/2\Delta z, \end{aligned}$$

где z_{\min} – наименьшее значение переменной z .

Для решения здесь используется неявная вычислительная схема:

$$\begin{cases} \frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} = \frac{D_h}{\Delta x^2} (h_{i-1}^{n+1} - 2h_i^{n+1} + h_{i+1}^{n+1}) + \frac{1}{\Delta z} \varphi_i^n \\ \varphi_i^n = \frac{1}{\Delta z} [k_{IA}(T(t_n, x_i, z_{\min}) - T_A(t_n, x_i)) - k_{WI}(T_W(t_n, x_i) - T(t_n, x_i, h))] \end{cases}$$

решение которой выполняется матричной прогонкой. При заданных выборочных распределениях температуры надлёдного слоя воздуха T_A и температуры подлёдного слоя воды T_W оценка искомых параметров следует решению задачи поиска экстремума функционала:

$$\Phi_h(\theta_h) = \sum_{c=1}^3 \sum_{j=1}^{N(c)} \left[h_{cj}^{(d)} - h(t_j, x_c, \theta_h) \right]^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

где $\theta_h = (D_h, k_{IA}, k_{WI})$ – набор искомых параметров модели (1); $\{h_{cj}^{(d)} : c = 1 \div 3, j = 1 \div N(c)\}$ – выборочные распределения толщин (c – номер группы съёмок; $N(c)$ число съёмок в c -й группе съёмок); $\{t_j : 1 \leq j \leq N(c)\}$ – даты проведения съёмок в точке x_c линии вдоль вытянутой части бухты.

Решение задачи (3) – итерационный процесс, на каждом шаге которого решается задача (1) при заданных начальных и краевых условиях. Начальное приближение для параметров выбиралось из соображений их размерности. Поскольку размерность $[D_h]$ прямо пропорциональна квадрату длины и обратно пропорциональна времени, то её начальное приближение принималось равным $\Delta z^2/\Delta t$, а начальное приближение для k_{IA} , k_{WI} равным $\bar{h}\Delta z/abs(T_{\min})$ (\bar{h} – среднее значение толщины). Остановка вычислений решения происходила при стабилизации значений оценок искомых коэффициентов. Критерием адекватности модели выборочным распределениям выступает коэффициент между ними, а также статистическая значимость параметров модели. Для этого оценивалась достоверность гипотезы о отличия оценок параметров от нуля.

Численные оценки параметров определяются следующими интервалами:

$$\begin{aligned} D_h &= 0,821 \pm 8,104 \cdot 10^3 \text{ м}^2/\text{сут.}; \\ k_{IA} &= (3,214 \pm 0,715) \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{°C}; \\ k_{WI} &= (1,214 \pm 0,215) \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{°C}. \end{aligned}$$

Доверительный интервал коэффициента D_h содержит его нулевое значение. Согласно статистическому t -критерию Стьюдента [7], его надо

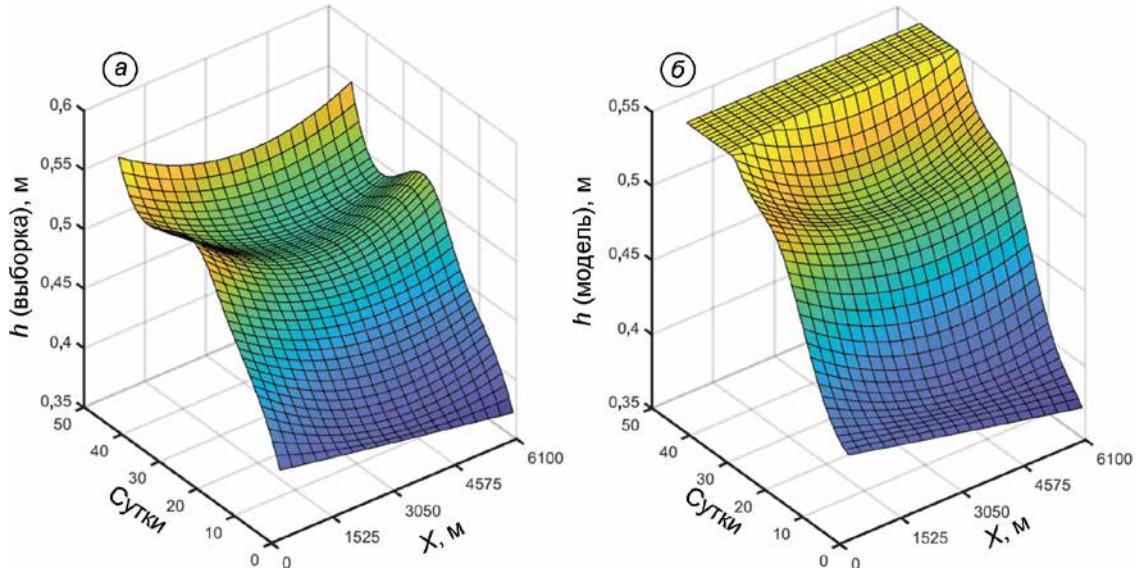


Рис. 2. Выборочное (а) и модельное (б) распределение толщины морского ледяного покрова бухты Новик в 2015 г.
 Fig. 2. Sample (a) and model (b) the thickness distribution of the sea ice cover of Novik Bay in 2015

считать равным нулю, т.е. в модели (1) исключить механизм пространственного изменения толщины льда вдоль горизонтального направления. После исключения из модели этого фактора следует вновь оценить искомые значений коэффициентов. Повторение вычислительного цикла расчётов приводит к следующим оценкам:

$$k_{IA} = (3,259 \pm 0,654) \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{°C} \text{ и}$$

$$k_{WI} = (1,202 \pm 0,214) \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{°C}.$$

На рис. 2 представлено выборочное и модельное распределение толщины ледяного покрова вдоль выделенного направления бухты Новик. Оценить, насколько модель оказывается адекватной выборочному распределению, можно на основании коэффициента корреляции между ними и объёма доверительной области решения задачи (3) [6, 7]. Здесь $r(h^{(d)} h) = 0,921$. Вычисления показывают отсутствие корреляции между параметрами (она вычисляется при её решении на основании приближения матрицы Гессе [6]). Поскольку здесь $r(k_{IA}, k_{WI}) = -0,126$, то корреляция между ними отсутствует. Кроме того, доверительные интервалы не содержат нулей, т.е. вычисленные коэффициенты статистически значимо отличаются от нуля. Высокий коэффициент корреляции между выборочным и модельным распределениями и узкие доверительные интервалы оценённых коэффициентов модели указывают на высокую степень адекватности распределений.

Распределения температуры и солёности

В практике численного моделирования распределения температуры морского ледяного покрова обычно рассматривается диффузионный механизм её динамики [17–20]. Если теплоёмкость и плотность льда полагаются постоянными, то уравнение для T принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\mu \nabla T) + I \exp(-az) \\ T(0, x, z) = T_0(x, z), \quad 0 \leq z \leq h, \end{cases} \quad (4)$$

где $\mu = \mu(T)$ – коэффициент температуропроводности; ∇ – оператор Гамильтона (оператор набла); I – амплитуда длинноволновой радиации; a – показатель затухания радиации с глубиной; $T_0(x, z)$ – начальное распределение T .

Здесь принимается линейная зависимость $\mu = \mu_0(T + 273)$, т.е. при вычислении коэффициента температуропроводности используется абсолютная температура. Краевые условия для задачи (4) принимаются в виде

$$\begin{cases} T(t, x, z_i) = T_1(t, x) \\ k_I \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=h} - k_W \left(\frac{\partial T_W}{\partial z} \right)_{z=h} = \lambda \rho_I \frac{\partial \xi}{\partial t} \\ \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=X} = 0, \end{cases} \quad (4a)$$

где k_I , k_W – коэффициенты температуропроводности первой (льда) и второй (вода) фазы морской воды соответственно; λ , ρ_I – скрытая теплота плавления и плотность льда соответственно; $d\xi/dt$ – смещение подвижной межфазной границы лёд–вода (изменение толщины льда за время dt).

Согласно первому условию, на границе лёд – надледный слой воздуха задаётся распределение температуры льда $T_1(t, x)$. На границе лёд–вода происходит фазовый переход воды в лёд и обратный переход льда в воду (такие задачи с подвижными межфазными границами составляют класс так называемых задач Стефана). Соответствующие условия на этой границе принимают вид второго соотношения (4а). В литературных источниках отмечается высокая вариабельность этих коэффициентов [11, 12]. Кроме того, их численные оценки характерны для морского ледяного покрова арктических морей. Поэтому целесообразно оценивать их на основании региональных выборочных распределений. В приводном слое льда правая часть второго условия (4а) следует модели (1). Подстановка сюда соотношений (2) приводит к такой записи:

$$T(t, x, h) = T_W(t, x) - C_T dh(t, x, h)/dt, \quad (5)$$

где C_T – коэффициент пропорциональности, подлежащий определению; его размерность $[C_T] = [T]$, с/м (квадратные скобки указывают на размерность величины в них).

Отсутствие потоков тепла на горизонтальных границах рассматриваемого участка бухты задаётся третьим соотношением (4а). При решении задач (4), (4а) и (5) распределения $T_A(t, x)$ и $T_W(t, x)$ задаются их выборочными распределениями. Решение (4) следует двуслойной неявной вычислительной схеме [21, 22]

$$\begin{cases} \frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^n}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta z} \left(\mu_{i,j+1/2}^n \frac{T_{i,j+1}^{n+1/2} - T_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta z} - \mu_{i,j-1/2}^n \frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j-1}^{n+1/2}}{\Delta z} \right) + I \exp(-az_j) \\ \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x} \left(\mu_{i+1/2,j}^n \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} - \mu_{i-1/2,j}^n \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} \right), \end{cases}$$

на каждом шаге которой используется матричная прогонка.

Численные оценки μ_0 , C_T , I , a , определяются решением задачи

$$\Phi_T(\theta_T) = \sum_{c=1}^3 \sum_{j=1}^{N(c)} \sum_{k \in K(c)} \left[T_{cjk}^{(d)} - T(t_j, x_c, z_k, \theta_T) \right]^2 \rightarrow \min, \quad (6)$$

где $\theta_T = (\mu_0, C_T, I, a)$ – набор искомых коэффициентов модели (4); $\{T_{cjk}^{(d)} : c = 1 \div 3, j = 1 \div N(c), k \in K(c)\}$ – выборочные распределения температуры ледяного покрова (c – номер группы съёмок; $N(c)$ – число съёмок в c -й группе съёмок; k – индекс глубины ледяного покрова, где изменилась его температура); $\{t_j : 1 \leq j \leq N(c)\}$ – даты проведения съёмок в точке x_c линии вдоль вытянутой части бухты.

Начальные приближения искомых величин следуют размерностям и порядкам значений членов уравнений. В частности, начальное приближение для D_T полагалось равным $\Delta z^2 / \Delta t \cdot \text{abs}(T_{\min})$. Начальные приближения остальных параметров подбирались при вычислительных экспериментах. Решение задачи (6) приводит к следующим доверительным интервалам параметров:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= (7,519 \pm 0,583) \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с} \cdot ^\circ\text{C}; \\ C_T &= 6,023 \pm 2,127 \text{ с} \cdot ^\circ\text{C}/\text{м}^2; \\ I &= (4,366 \pm 0,942) \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}/\text{с}; \\ a &= 10,372 \pm 9,677 \text{ м}^{-1}. \end{aligned}$$

На рис. 3, а–в для исходных групп съёмок представлены модельные распределения температуры. Сопоставление выборочных распределений температуры и соответствующих им модельных распределений показывает их достаточно хорошие совпадения. Отметим, что коэффициенты корреляции между ними принимают высокие значения: 0,801, 0,824 и 0,768.

Анализ распределений солёности на рис. 1 показывает наличие трёх характерных участков их изменений: определённый всплеск в приграничных слоях воздух–льд, далее относительно равномерный участок и почти квазилинейный рост солёности в приводных слоях. В определённой степени такая ситуация объясняется диффузионным механизмом распределения концентрации солей. Анализ соответствующих корреляций показывает, что необходимо учитывать также наложение температурного фактора: чем выше температура, тем больше размеры микропор и соответственно интенсивнее сток рассола. Выполненные здесь вычислительные эксперименты показали, что выборочным

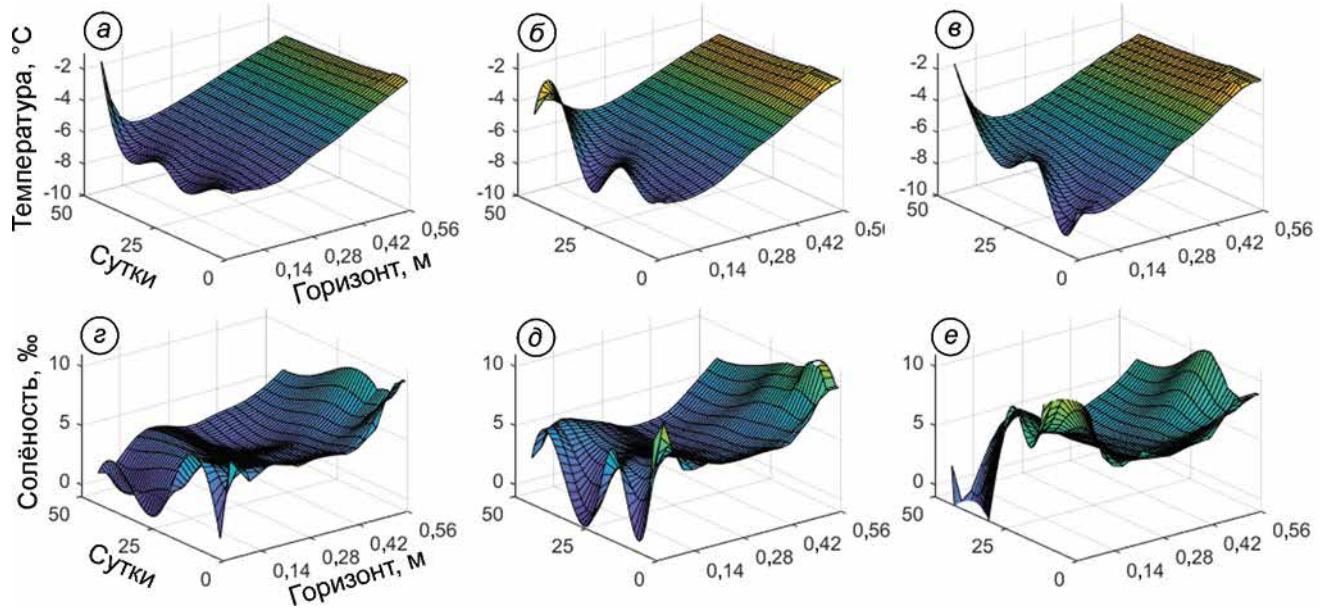


Рис. 3. Модельные распределения температуры и солёности морского ледяного покрова бухты Новик в 2015 г.: а–в – группа 1; г–е – группа 2

Fig. 3. Model of the distribution of temperature and salinity of the sea ice cover Novik bays in 2015:
a–в – group 1; г–е – group 2

распределениям солёности с высокой степенью адекватности соответствует модель

$$\partial S / \partial t = D_S \nabla^2 S - C_S \partial T / \partial z, \quad (7)$$

где ∇^2 – оператор Лапласа на плоскости $\{x, z\}$; D_S и C_S – неотрицательные коэффициенты, подлежащие определению; температура T следует её модельному распределению.

Согласно условиям проведения выборочных исследований, краевая задача для (7) принимает вид

$$\begin{cases} S(0, x, z) = S_0(x, z), & 0 \leq z \leq h \\ S(t, x, 0) = S_l(t, x), & t > 0 \\ S(t, x, h) = S_h(t, x), & t > 0, \end{cases}$$

где $S_0(x, z)$ – начальное распределение S ; $S_l(t, x)$ – её распределение в слое $z = z_{\min}$; $S_h(t, x)$ – распределение солёности в приводном слое льда $z = h$.

Решение (7) следует неявной двухслойной вычислительной схеме

$$\begin{aligned} \frac{S_{ij}^{n+1/2} - S_{ij}^n}{\Delta t} &= \frac{D_S}{\Delta z^2} (T_{i,j-1}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i,j+1}^{n+1/2}) - \frac{C_S}{\Delta z} (T_{i,j}^n - T_{i,j-1}^n) \\ \frac{S_{ij}^{n+1} - S_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t} &= \frac{D_S}{\Delta x^2} (S_{i-1,j}^{n+1} - 2S_{i,j}^{n+1} + S_{i+1,j}^{n+1}), \end{aligned}$$

на каждом шаге которой для решения используется матричная прогонка.

Численные оценки D_S и C_S определяются решением задачи

$$\Phi_S(\theta_S) = \sum_{c=1}^3 \sum_{j=1}^{N(c)} \sum_{k \in K(c)} \left[S_{cjk}^{(d)} - S(t_j, x_c, z_k, \theta_S) \right]^2 \rightarrow \min, \quad (8)$$

где $\theta_s = (D_S, C_S)$ – набор искомых параметров модели (3); $\{S_{cjk}^{(d)} : c = 1 \dots 3, j = 1 \dots N(c), k \in K(c)\}$ – выборочные распределения солёности морского ледяного покрова (c – номер группы съёмок; $N(c)$ – число съёмок в c -й группе съёмок; k – индекс глубины ледяного покрова, где измерялась его солёность); $\{t_j : 1 \leq j \leq N(c)\}$ – даты проведения съёмок в точке x_c линии вдоль вытянутой части бухты.

Начальные приближения искомых величин следуют размерностям и порядкам членов уравнений. В частности, начальное приближение для D_S принималось равным $\Delta z^2 / \Delta t S_{\max}$. Начальные приближения остальных параметров подбирались при вычислительных экспериментах. Решение задачи (8) приводит к следующим доверительным интервалам параметров:

$$\begin{aligned} D_S &= (1,588 \pm 0,260) \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}; \\ C_S &= (1,048 \pm 0,086) \cdot 10^{-2} \% \cdot \text{м} \cdot ^\circ\text{С}. \end{aligned}$$

Сопоставление выборочных распределений солёности и соответствующих им модельных распределений показывает их хорошие совпадения. Так, коэффициенты корреляции между ними имеют достаточно высокие значения: 0,946, 0,943 и 0,911.

Заключение

Предлагаемые здесь пространственно-временные модели разрабатывались на основании традиционных теоретических положений и выявленных при анализе выборочных распределений статистически значимых корреляционных связей. Для каждого типа моделей рассмотрены способы оценки параметров (эти способы основаны на методах нелинейной оценки параметров), а также способ оценки адекватности между выборочными и модельными распределениями (мерой адекватности выступает коэффициент корреляции между ними).

Построение модели динамики толщины выполнялось на основании стандартной теоретической схемы изменения толщины, согласно которой это изменение определяется разностью потоков тепла из воды ко льду и ото льда в воздух. Оценка параметров модели показала незначимость фактора пространственного изменения толщины морского ледяного покрова вдоль горизонтального направления, что обусловлено спецификой расположения бухты. Высокое значение коэффициента корреляции между выборочным и модельным распределением $r(h^{(d)}, h) = 0,921$ указывает на адекватность этой модели реальному объекту, который представлен выборкой наблюдений.

Литература

- Брегман Ю.Э., Седова Л.Г., Мануйлов В.А., Петренко В.С., Ковековдова Л.Т., Борисенко Г.С., Шульгина Л.В., Симоконь М.В., Сухотская Л.Ю. Комплексное исследование среды и донной биоты бухты Новик (о. Русский, Японское море) после многолетнего антропогенного пресса // Изв. ТИНРО. 1998. Т. 124. С. 320–343.
- Звалинский В.И., Тищенко П.П., Михайлик Т.А., Тищенко П.Я. Эвтрофикация Амурского залива // Современное экологическое состояние залива Петра Великого Японского моря. Владивосток: Издат. дом ДВФУ, 2012. С. 76–113.
- Мельниченко Н.А., Михайлов В.И., Чижик В.И. Изучение температурной зависимости относитель-

При построении модели динамики распределения температуры морского ледяного покрова учитывалось воздействие на него механизма нелинейной диффузии и длинноволновой радиации. Для температуры приводного слоя льда принимался во внимание фазовый переход лёд–вода. Оценка параметров модели показала их статистическую значимость. При сопоставлении выборочных распределений температуры и соответствующих им модельных распределений установлены достаточно хорошие их совпадения. Отметим, что коэффициенты корреляции между ними принимают высокие значения: 0,801, 0,824 и 0,768.

При построении модели распределения солёности учитывалась высокая отрицательная корреляция между температурой и солёностью $r(T_W, S_W) = -0,940$ (чем выше температура, тем большие размеры микропор и интенсивнее сток рассола). Это обусловило включение сюда воздействия температурного фактора. Сопоставление выборочных распределений солёности и соответствующих им модельных распределений показывает достаточно хорошие их совпадения. Коэффициенты корреляции между ними принимают высокие значения: 0,946, 0,943 и 0,911.

Предлагаемые здесь модели соответствуют экспериментальным наблюдениям и отражают реальный ледовый режим бухты Новик Японского моря. Для пространственно-временной динамики её льда можно не учитывать эффекты торошения льда и морских течений, что существенно ограничивает применимость предлагаемых здесь моделей. Вместе с тем они могут оказаться востребованными для учёта локальной динамики толщин, температуры и солёности морского ледяного покрова.

References

- Bregman Yu.Ye., Sedova L.G., Manuylov V.A., Petrenko V.S., Kovekovdova L.T., Borisenko G.S., Shulgina L.V., Simokon M.V., Suhotskaya L.Yu. Comprehensive study of the environment and bottom biota of Novik Bay (Russky Island, Sea of Japan) after many years of human press. Izvestiya TINRO. 1998, 124: 320–343. [In Russian].
- Zvalinskiy V.I., Tishchenko P.P., Mihaylik T.A., Tishchenko P.Ya. Eutrophication of the Amur Bay. Sovremennoe ekologicheskoe sostoyanie zaliva Petra Velikogo Yaponskogo morya. The current ecological state of the Peter The great Bay of the Japan Sea. Vladivostok: Far East Federal University, 2012: 76–113. [In Russian].
- Mel'nicenko N.A., Mihaylov V.I., Chizhik V.I. Study of the temperature dependence of the relative content of the liquid phase in frozen seawater by the pulsed NMR

- ного содержания жидкой фазы в замороженной морской воде импульсным методом ЯМР // Океанология. 1979. Т. 19. № 5. С. 811–814.
4. Мельниченко Н.А., Стунжас П.А. О процессах замерзания морской воды по данным лабораторных измерений методом ядерного магнитного резонанса // Океанология. 2014. Т. 54. № 6. С. 1–9.
 5. Мельниченко Н.А., Тювеев А.В., Лазарюк А.Ю., Савченко В.Г., Харламов П.О., Юрцев А.Ю., Марьина Е.Н. Вертикальное распределение содержания рассола, температуры и солености в припайных льдах бухты Новик (о-в Русский) залива Петра Великого // Вестн. ДВО. 2014. № 5. С. 32–38.
 6. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. М.: Статистика, 1979. 349 с.
 7. Болч Б., Хуань К.Дж. Многомерные статистические методы для экономики. М.: Статистика, 1979. 317 с.
 8. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. М.: Мир, 1970. 256 с.
 9. Абузяров З.К., Кудрявая К.И., Серяков Е.И., Скрипчунова Л.И. Морские прогнозы. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 319 с.
 10. Maykut G.A., Untersteiner N. Some results from a time-dependent thermodynamic model of sea ice // Journ. of Geophys. Research. 1971. V. 76. № 6. P. 1550–15757.
 11. Назинцев Ю.В., Панов В.В. Фазовый состав и теплофизические характеристики морского льда. СПб.: Гидрометеоиздат, 2000. 83 с.
 12. Богородский В.В., Гаврило В.П. Лед. Физические свойства. Современные методы гляциологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1980. 383 с.
 13. Цуриков В.Л. Жидкая фаза в морских льдах. М.: Наука, 1976. 210 с.
 14. Доронин Ю.П. Взаимодействие океана и атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 288 с.
 15. Фролов И.Е. Численная модель осенне-зимних ледовых явлений // Тр. ААНИИ. 1981. Т. 372. С. 73–81.
 16. Доронин Ю.П., Хейсин Д.Е. Морской лед. Л.: Гидрометеоиздат, 1975. 320 с.
 17. Хиблер У.Д. Нарастание и дрейф морских льдов // Динамика масс снега и льда. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. С. 153–217.
 18. Хейсин Д.Е. Динамика морских льдов. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 272 с.
 19. Андреев О.М., Иванов Б.В. Параметризация вертикального распределения солености однолетнего морского льда для задач термодинамического моделирования в Арктике // Проблемы Арктики и Антарктики. 2007. № 75. С. 99–105.
 20. Клячкин С.В., Гузенко Р.Б., Май Р.И. Численная модель эволюции ледяного покрова арктических морей для оперативного прогнозирования // Лёд и Снег. 2015. Т. 55. № 3. С. 83–96.
 21. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
 22. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности Томск: Изд-во Томского политехнич. ун-та, 2007. 172 с.
- method. *Okeanologiya*. Oceanology. 1979, 19 (5): 811–814. [In Russian].
4. Mel'nicenko N.A., Stunzhas P.A. On the process of freezing sea water according to the laboratory measurements by the method of nuclear magnetic resonance. *Okeanologiya*. Oceanology. 2014, 54 (6): 1–9. [In Russian].
 5. Mel'nicenko N.A., Tyuveev A.V., Lazaryuk A.Ju., Savchenko V.G., Kharlamov P.O., Yurtcev A.Yu., Mar'ina E.N. Vertical distribution of brine, temperature and salinity in the fast ice of the Novik Bay (Russian island) Peter the Great Bay. *Vestnik DVO*. Bulletin of Far East Branch of RAS. 2014, 5: 32–38. [In Russian].
 6. Bard J. *Nelineynoe otcenivanie parametrov*. Nonlinear estimation of parameters. Moscow: Statistics, 1979: 349 p. [In Russian].
 7. Bolch B., Huan' K.Dzh. *Mnogomernye statisticheskie metody dlya ekonomiki* Multidimensional statistical methods for the economy. Moscow: Statistics, 1979: 317 p. [In Russian].
 8. Novatskiy V. *Dinamicheskie zadachi termouprugosti*. Dynamic problems of thermoelasticity. Moscow: Mir, 1970: 256 p. [In Russian].
 9. Abuzyarov Z.K., Kudryavaya K.I., Seryakov E.I., Skripchunova L.I. *Morskie prognozy*. Marine forecasts. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1988: 319 p. [In Russian].
 10. Maykut G.A. Untersteiner N. Some results from a time-dependent thermodynamic model of sea ice // Journ. of Geophys. Research. 1971, 76 (6): 1550–15757.
 11. Nazintsev Ju.V., Panov V.V. *Fazovyy sostav i teplofizicheskie kharakteristiki morskogo l'da*. Phase composition and thermal physical characteristics of sea ice. Sankt-Petersburg: Gidrometeoizdat, 2000: 83 p. [In Russian].
 12. Bogorodskiy V.V., Gavrilov V.P. *Led. Fizicheskie svoystva. Sovremennye metody glyatsiologii*. Ice. Physical property. Modern methods of glaciology. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1980: 383 p. [In Russian].
 13. Tsurikov V.L. *Zhidkaya faza v morskikh l'dakh*. The liquid phase in sea ice. Moscow: Nauka, 1976: 210 p. [In Russian].
 14. Doronin Yu.P. *Vzaimodeysvnie okeana i atmosfery*. The interaction of ocean and atmosphere. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1981: 288 p. [In Russian].
 15. Frolov I.E. Numerical model of the autumn-winter ice phenomena. *Trudy AANII*. Proc of the AARI. 1981, 372: 73–81. [In Russian].
 16. Doronin Yu.P., Heysin D.E. *Morskoy led*. Sea ice. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1975: 320 p. [In Russian].
 17. Hibler U.D. The Growth and drift of sea ice. *Dinamika mass snega i l'da*. Dynamics of snow and ice. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1985: 153–217. [In Russian].
 18. Heysin D.E. *Dinamika morskikh l'dov*. Dynamics of sea ice. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1987: 272 p. [In Russian].
 19. Andreev O.M., Ivanov B.V. Parameterization of the vertical distribution of salinity on the annual sea ice for the tasks of modeling in the Arctic. *Problemy Arkтики i Antarkтики*. Problems of Arctic and Antarctic. 2007, 75: 99–105. [In Russian].
 20. Klyachkin S.V., Guzenko R.B., May R.I. Numerical model of the evolution of the ice cover of the Arctic seas for operational forecasting. *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2015, 55 (3): 83–96.
 21. Samarskiy A.A. *Teoriya raznostnykh skhem*. Theory of difference schemes. Moscow: Nauka, 1977: 656 p. [In Russian].
 22. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. *Raznostnye metody resheniya zadach teploprovodnosti*. Difference methods for solving heat conduction problems. Tomsk: Publishing house of TPU, 2007: 172 p. [In Russian].