

Моделирование циркуляции воды в антарктическом подледниковом озере Восток

© 2012 г. **Г.В. Казко**, Л.М. Саватюгин, И.Н. Сократова

Арктический и Антарктический научно-исследовательский институт, Санкт-Петербург

kazkohome@mail.ru

Статья принята к печати 17 июля 2012 г.

Антарктида, конвекция, моделирование, негидростатичность, озеро Восток, тепловой режим, циркуляция.
Antarctic continent, circulation, convection, Lake Vostok, modeling, nonhydrostatic, thermal regime.

Рассматриваются разные способы определения характеристик циркуляции озера Восток. Анализируются недостатки гидродинамических моделей, использующих гидростатическое приближение. Приводятся уравнения и граничные условия численной трёхмерной негидростатической модели в переменных завихрённость – векторный потенциал, специально разработанной для расчёта циркуляции озера. Показаны результаты моделирования начального этапа развития конвективной циркуляции озера в предположении, что в момент начала численного эксперимента вода в озере находилась в состоянии покоя.

Введение

Интерес к различным процессам, сопутствующим существованию такого уникального труднодоступного объекта, как оз. Восток, стимулировал проведение ряда экспериментальных и теоретических работ, где сделаны попытки определить характеристики циркуляции воды в озере. Интересные результаты получены в работах [3, 10], авторы которых попробовали смоделировать геофизическую конвекцию в лабораторных экспериментах с водой, помещённой во вращающиеся резервуары. Недостаток такого подхода заключается в невозможности воспроизвести в лабораторных условиях совокупность всех параметров подобия (чисел Рейнольдса, Релея Тейлора, Россби, Прандтля), характерных для природных бассейнов. В теоретических работах [8, 12] к решению проблемы привлечены не непосредственно уравнения термо- и гидродинамики, а различные балансовые соотношения, имеющие ясный физический смысл и, в принципе, позволяющие, сделав разумные предположения и упрощения, качественно оценить различные аспекты исследуемого процесса. Преимущество такого подхода к решению проблемы состоит в отсутствии необходимости громоздких вычислений, недостаток же заключается в том, что успех в значительной степени зависит от физической интуиции исследователя, и в том, что полученные результаты в любом случае помогают получить ответы лишь на весьма ограниченный круг вопросов.

Альтернативный подход – численное моделирование циркуляции при помощи гидродинамических моделей – использован в работах [9, 11]. В этих исследованиях использовались модификации известной трёхмерной гидродинамической модели «в примитивных уравнениях» с гидростатическим приближением [5, 7], изначально разработанной для расчётов цирку-

ляции океана. Преимущества гидродинамического моделирования состоят в том, что оно требует минимального числа упрощающих предположений, позволяя, при правильном выборе модели, получить наиболее подробное и внутренне согласованное представление об исследуемом объекте. Тем не менее, необходимо сделать одно замечание, касающееся выбора модели. Известно, что характерная особенность океанской циркуляции – значительное различие модулей горизонтальных и вертикальной компонент вектора скорости течения воды. На большей части акватории Мирового океана модуль горизонтальной компоненты на 5–6 порядков больше модуля вертикальной. Именно поэтому в моделях общей циркуляции океана используют гидростатическое приближение, удалив из уравнения баланса вертикальной компоненты импульса все члены, содержащие вертикальную компоненту скорости. Однако такие модели не вполне пригодны для описания конвективных процессов, сопровождающихся относительно большими вертикальными компонентами скорости течения воды по сравнению с горизонтальными. Поэтому при расчётах циркуляции в тех немногочисленных районах Мирового океана, где последние наблюдаются (Гренландское море, море Уэдделла), применяют специальные «конвективные приспособления» – осредняют плотности слоёв воды, расположенных на разных глубинах, основываясь на балансовых соотношениях, которые имеют лишь косвенное отношение к решениям уравнений гидродинамики.

Оценки параметров циркуляции оз. Восток, сделанные в работах [6, 8, 9, 11, 12], показали, что модули горизонтальных и вертикальной компонент скорости течения воды в озере вряд ли отличаются больше, чем на порядок, поэтому использование гидростатического приближения в моделях циркуля-

ции озера недостаточно обосновано. Существует ещё один аспект данной проблемы. Уравнения модели с гидростатическим приближением содержат только первые производные вертикальной компоненты скорости по пространственным координатам. Следовательно, при математической формулировке задачи граничные условия для вертикальной компоненты скорости не могут быть поставлены на всех границах замкнутой расчётной области. В то же время корректная постановка задачи расчёта течения вязкой жидкости в замкнутой области с твёрдыми границами (оз. Восток – классический пример такой области) требует задания условия прилипания – равенства нулю всех компонент скорости течения воды на всех границах. Данное противоречие обычно преодолевается различными вычислительными приёмами, что, вообще говоря, приводит к появлению при расчётах фиктивных источников массы, способных искажать картину конвективной циркуляции. Отказ от гидростатического приближения позволяет решить обе названные выше проблемы (правда, ценой усложнения модели и существенного повышения требований к вычислительным ресурсам).

Модель

Предлагаемая гидродинамическая модель циркуляции оз. Восток, по замыслу авторов, позволит с наибольшей надёжностью рассчитать детальную картину циркуляции и распределение температуры воды в озере. Эти результаты, в свою очередь, дадут возможность вычислить распределение скоростей намерзания и таяния льда на ледяном потолке озера, оценить время полного обновления его водной массы, траектории и скорости распространения загрязняющих веществ, которые могут попасть в водное тело озера в случае проникновения в него бурового снаряда, размеры взвешенных в воде частиц и места их повышенной концентрации.

Модель основана на трёхмерных уравнениях гидродинамики в переменных завихрённость – векторный потенциал (уравнениях Гельмгольца [1]) и уравнении баланса тепла, записанных в правой декартовой системе координат с осью x , направленной на восток, осью y , направленной на юг, осью z , направленной вниз перпендикулярно границе раздела лёд – вода (Южное полушарие); см. блок 1 с формулами (1)–(15).

В блоке с формулами ξ_x, ξ_y, ξ_z – компоненты вектора завихрённости (ротора скорости течения воды); ψ_x, ψ_y, ψ_z – компоненты векторного потенциала; u, v, w – компоненты вектора скорости течения воды; ω – модуль вектора угловой скорости вращения Земли; φ – широта (южная); g – модуль вектора ускорения свободного падения; ρ – плотность воды; A_m и k_m – соответственно коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной кинематической вязкости;

Блок 1 – уравнения модели

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u\zeta_x) + \frac{\partial}{\partial y}(v\zeta_x) + \frac{\partial}{\partial z}(w\zeta_x) - \zeta_x \frac{\partial u}{\partial x} - \zeta_y \frac{\partial u}{\partial y} - \zeta_z \frac{\partial u}{\partial z} + \\ + 2\omega \left(-\frac{\partial u}{\partial x} \cos \Theta_x + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \varphi \cos \Theta_y - \frac{\partial u}{\partial z} \sin \varphi \cos \Theta_z \right) = \\ = \frac{g}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} \cos \Theta_z - \frac{\partial \rho}{\partial z} \cos \Theta_y \right) + A_m \left(\frac{\partial^2 \zeta_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta_x}{\partial y^2} \right) + k_m \frac{\partial^2 \zeta_x}{\partial z^2}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u\zeta_y) + \frac{\partial}{\partial y}(v\zeta_y) + \frac{\partial}{\partial z}(w\zeta_y) - \zeta_x \frac{\partial v}{\partial x} - \zeta_y \frac{\partial v}{\partial y} - \zeta_z \frac{\partial v}{\partial z} + \\ + 2\omega \left(-\frac{\partial v}{\partial x} \cos \Theta_x + \frac{\partial v}{\partial y} \cos \varphi \cos \Theta_y - \frac{\partial v}{\partial z} \sin \varphi \cos \Theta_z \right) = \\ = \frac{g}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \cos \Theta_x - \frac{\partial \rho}{\partial x} \cos \Theta_z \right) + A_m \left(\frac{\partial^2 \zeta_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta_y}{\partial y^2} \right) + k_m \frac{\partial^2 \zeta_y}{\partial z^2}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u\zeta_z) + \frac{\partial}{\partial y}(v\zeta_z) + \frac{\partial}{\partial z}(w\zeta_z) - \zeta_x \frac{\partial w}{\partial x} - \zeta_y \frac{\partial w}{\partial y} - \zeta_z \frac{\partial w}{\partial z} + \\ + 2\omega \left(-\frac{\partial w}{\partial x} \cos \Theta_x + \frac{\partial w}{\partial y} \cos \varphi \cos \Theta_y - \frac{\partial w}{\partial z} \sin \varphi \cos \Theta_z \right) = \\ = \frac{g}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \cos \Theta_y - \frac{\partial \rho}{\partial y} \cos \Theta_x \right) + A_m \left(\frac{\partial^2 \zeta_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta_z}{\partial y^2} \right) + k_m \frac{\partial^2 \zeta_z}{\partial z^2}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial z^2} = -\zeta_x; \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2} = -\zeta_y; \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial z^2} = -\zeta_z; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{\partial \psi_z}{\partial z} = 0; \quad (7)$$

$$u = \frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z}; \quad (8)$$

$$v = \frac{\partial \psi_x}{\partial z} - \frac{\partial \psi_z}{\partial x}; \quad (9)$$

$$w = \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y}; \quad (10)$$

$$\zeta_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}; \quad (11)$$

$$\zeta_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}; \quad (12)$$

$$\zeta_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}; \quad (13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) + \frac{\partial}{\partial z}(wT) = A_t \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + k_t \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}; \quad (14)$$

$$\rho = \rho(p, T). \quad (15)$$

Блок 2 – граничные условия

для завихренности –

1) на участке плоскости, ортогональной оси x :

$$\zeta_x = 0, \quad \zeta_y = -\frac{\partial w}{\partial x}, \quad \zeta_z = \frac{\partial v}{\partial x},$$

2) на участке плоскости, ортогональной оси y :

$$\zeta_x = \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \zeta_y = 0, \quad \zeta_z = -\frac{\partial u}{\partial y},$$

3) на участке плоскости, ортогональной оси z :

$$\zeta_x = -\frac{\partial v}{\partial z}, \quad \zeta_y = \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \zeta_z = 0;$$

для векторного потенциала –

1) на участке плоскости, ортогональной оси x :

$$\psi_y = \psi_z = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} = 0,$$

2) на участке плоскости, ортогональной оси y :

$$\psi_x = \psi_z = \frac{\partial \psi_y}{\partial y} = 0,$$

3) на участке плоскости, ортогональной оси z :

$$\psi_x = \psi_y = \frac{\partial \psi_z}{\partial z} = 0.$$

A_i и k_i – соответственно коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной теплопроводности; T – температура воды; $\cos\Theta_x$, $\cos\Theta_y$, $\cos\Theta_z$ – направляющие косинусы вектора ускорения свободного падения g относительно соответствующих координатных осей, связанные известным соотношением $\cos^2\Theta_x + \cos^2\Theta_y + \cos^2\Theta_z = 1$. В качестве уравнения состояния использовано уравнение ЮНЕСКО [4], которое описывает зависимость плотности воды от давления, температуры и солёности, однако влияние предполагаемого высокого содержания растворённых газов в озёрной воде на плотность последней должно стать предметом отдельного исследования.

Формулировка задачи в переменных завихрённости – векторный потенциал позволяет использовать консервативную конечно-разностную схему, что при интегрировании конвективной задачи на длительный срок весьма полезно, если не необходимо. Несколько необычная ориентация координатных осей (ось z не вертикальна) обусловлена желанием аппроксимировать не горизонтальную, но почти плоскую поверхность раздела вода–лёд, вблизи которой происходят такие важные процессы, как таяние и намерзание льда, плоскостью $z = 0$. Расчётная область – односвязное

объединение параллелепипедов с рёбрами, равными Δx , Δy , Δz , аппроксимирующее водное тело оз. Восток. Граничные условия ставятся на участках аппроксимирующих границу плоскостей, ортогональных координатным осям. В блоке 2 приведены граничные условия для завихрённости и векторного потенциала, соответствующие условиям прилипания для скорости течения воды в принятой постановке задачи.

Для температуры на всех участках границы, ортогональных плоскости $z = 0$, ставится условие равенства нулю потоков тепла $\partial T / \partial n = 0$ (n – вектор нормали); на участке границы, принадлежащей плоскости $z = 0$ (ледяном потолке), задаётся температура замерзания воды. На участках границы, параллельных плоскости $z = 0$, но не принадлежащих последней, задаётся геотермальный поток $Q = -\rho C_v k_T (\partial T / \partial z)$ (C_v – удельная теплоёмкость воды при постоянном объёме).

Уравнения (1)–(15) и граничные условия дискретизированы центральными разностями на конечно-разностной сетке с разнесёнными узлами, обеспечивающей консервативность конечно-разностной схемы. Интегрирование по времени конечно-разностных уравнений выполняется методом Кранка–Николсона (адвективные члены) и полностью не явным методом (диссипативные члены, кориолисовы члены, члены, описывающие эффект растяжения вихревых нитей, и члены, содержащие производные плотности). Эллиптические уравнения (4)–(6) решаются методом верхней релаксации. Таким образом обеспечивается безусловная устойчивость по Нейману численной схемы с ошибкой аппроксимации порядка $O(\Delta t, \Delta x^2, \Delta y^2, \Delta z^2)$. Модель прошла стадии отладки и проведения тестовых расчётов течений в бассейнах идеализированной формы. Их цель – проверить устойчивость и консервативность свойств конечно-разностной схемы. Кроме того, выполнен численный эксперимент по расчёту начальной фазы индуцированной геотермальным потоком конвективной циркуляции оз. Восток в предположении, что в момент начала эксперимента вода в озере находилась в состоянии покоя.

Результаты расчётов

На рис. 1 приведена батиметрическая карта озера, использовавшаяся при построении расчётной области по данным, опубликованным в работе [2]. Жирные горизонтальный и вертикальный отрезки показывают положение разрезов, на которых будет показано распределение температуры и компонент скорости течения воды, рассчитанные в процессе эксперимента. На рис. 1, как и на всех последующих, глубина отсчитывается от потолка озера.

Условия проведения численного эксперимента следующие: вода в бассейне пресная; давление на ледяном потолке, а вместе с ним и температура замерзания определяются толщиной покрывающего озеро

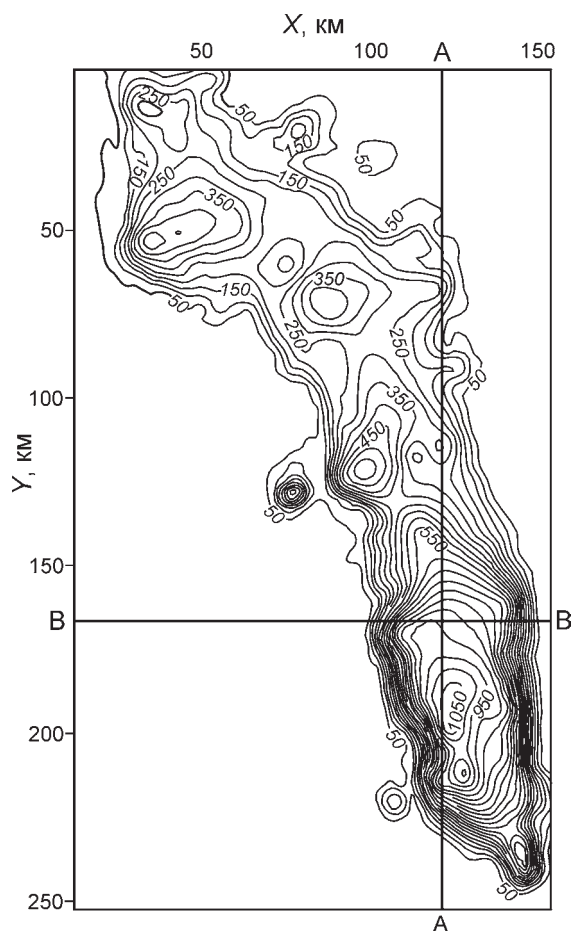


Рис. 1. Батиметрическая карта оз. Восток с изображением разрезов, на которых представлены рассчитанные распределения температуры и компонент скорости течения воды. Глубины отсчитываются от ледяного потолка озера и даются в метрах

Fig. 1. Bathymetric map of Lake Vostok. Locations of the vertical cross-sections on which the calculated distribution of temperature and water velocity components will be presented are shown.

Depths are measured from the ice ceiling of the lake and specified in meters

ледника; ледяной потолок имеет наклон относительно горизонтальной поверхности такой же, как и в работе [8] — $\approx 0,13^\circ$; геотермальный поток равен $0,05 \text{ Вт м}^{-2}$; географическая широта бассейна совпадает с широтой оз. Восток. В начальный момент вода покоилась и её температура была равна температуре замерзания при давлении, равном давлению на ледяном потолке в точке, где толщина ледника минимальна. В процессе эксперимента уравнения модели были проинтегрированы по времени на два года — срок, недостаточный для достижения циркуляционной системой стационарного состояния и обусловленный лишь ограниченностью имевшихся в распоряжении авторского коллектива вычислительных ресурсов (в работе [9] модель интегрировалась на 150 лет). На

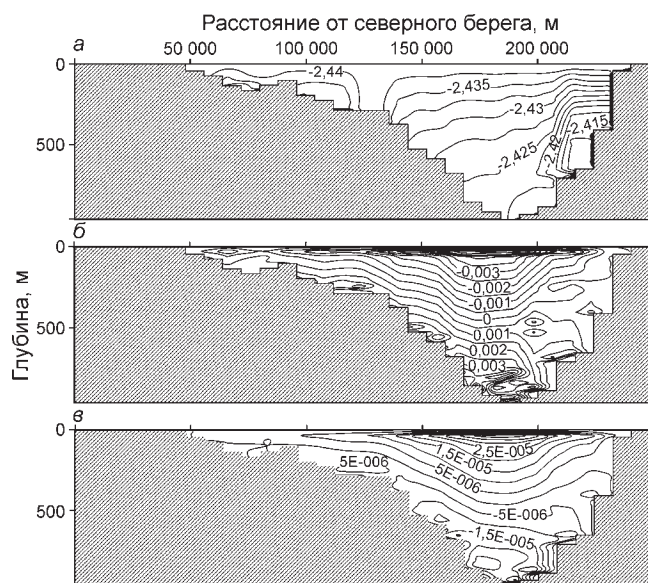


Рис. 2. Распределения температуры и параметров циркуляции на разрезе А—А, изображённом на рис. 1, через два года после начала эксперимента:

a — распределение температуры ($^\circ\text{C}$); *b* — распределение меридиональной компоненты скорости (м/с) (отрицательное значение соответствует северному направлению); *v* — распределение зональной компоненты скорости (м/с)

Fig. 2. Distributions of temperature and circulation's parameters on the vertical cross-section A—A shown in Fig. 1 after 2 years since start of the experiment:

a — distribution of temperature ($^\circ\text{C}$); *b* — distribution of the meridional component of velocity (m/s) (a negative value corresponds to the northern direction); *v* — distribution of the zonal component of velocity (m/s)

рис. 2, *a* показано распределение температуры на вертикальном разрезе А—А, изображённом на рис. 1, через два года после начала эксперимента. Обращает на себя внимание тот факт, что на середине разреза холодная поверхностная вода достигает дна озера.

На рис. 2, *b* приведено распределение меридиональной компоненты скорости течения воды на разрезе А—А через два года после начала эксперимента. Максимальных значений меридиональная скорость достигает в непосредственной близости от ледяного потолка озера, над самой глубокой его частью, причём направление подледного течения — северное (как и в работе [9]). На рис. 2, *v* дано распределение зональной компоненты скорости течения воды на разрезе А—А через два года после начала эксперимента. Зональная компонента также достигает своего максимума над самой глубокой частью разреза — непосредственно под потолком озера. На рис. 3 показано распределение температуры (*a*), меридиональной (*b*) и зональной (*v*) компонент скорости течения воды в озере соответственно на разрезе В—В. Как и на разрезе А—А, скорость достигает максимума над самой глубокой частью разреза — вблизи ледяного потолка.

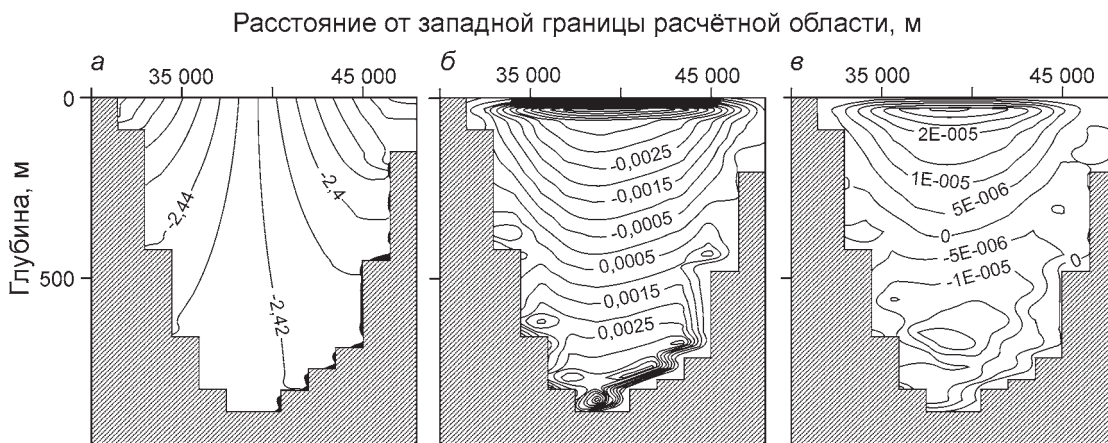


Рис. 3. Распределения температуры и параметров циркуляции на разрезе В–В, изображённом на рис. 1, через два года после начала эксперимента:

a – распределение температуры (°C); *b* – распределение меридиональной компоненты скорости (м/с) (отрицательное значение соответствует северному направлению); *в* – распределение зональной компоненты скорости (м/с)

Fig. 3. Distributions of temperature and circulation’s parameters on the vertical cross-section B–B shown in Fig. 1 after two years since start of the experiment:

a – distribution of temperature (°C); *b* – distribution of the meridional component of velocity (m/s) (a negative value corresponds to the northern direction); *в* – distribution of the zonal component of velocity (m/s)

На рис. 4, *a* представлено распределение вертикальной компоненты скорости течения воды на глубине 120 м. Максимальных значений (порядка 0,1 м/с) модуль вертикальной компоненты скорости достигает вблизи западного и восточного берегов

озера, в районе его наиболее глубокой части. Информация о вертикальной компоненте скорости воды позволила рассчитать максимальные размеры минеральных частиц, которые, будучи помещёнными в поток, не выпадают в осадок (взвешенные частицы).

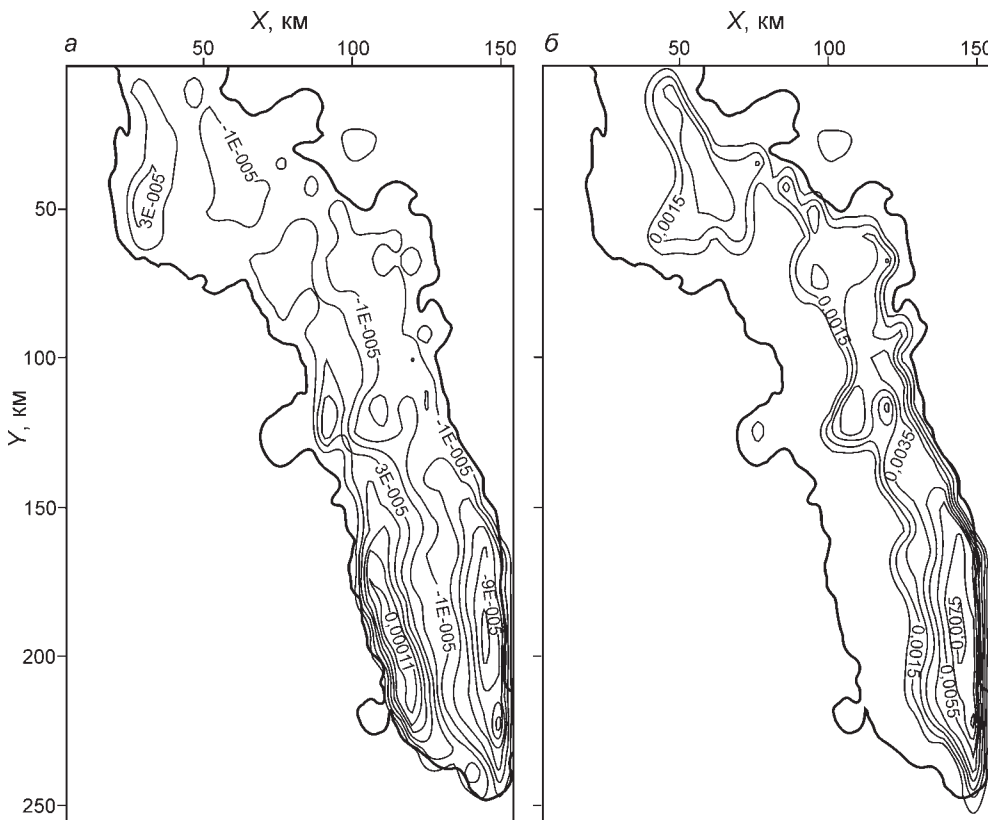


Рис. 4. Распределения вертикальной компоненты скорости течения воды и радиусов взвешенных частиц на глубине 120 м через два года после начала эксперимента: *a* – распределение вертикальной компоненты скорости течения воды (м/с) (отрицательное значение компоненты соответствует апвеллингу); *б* – распределение радиусов взвешенных частиц – указаны максимальные радиусы частиц (в мм), имеющих нулевую вертикальную скорость на глубине 120 м (глубина отсчитывается от ледяного потолка озера)

Fig. 4. Distributions of vertical component of water flow velocity and radii of suspended particles at the depth of 120 m after 2 years since start of the experiment:

a – distribution of the vertical component of water flow velocity (m/s) at the depth of 120 m. A negative value corresponds to the upwelling; *б* – distribution of the radii of suspended particles – shown (in millimeters) the maximum radii of particles with zero vertical velocities at the depth of 120 m. Depth is measured from the ice ceiling of the lake

Для такого расчёта использовалась формула Стокса, по которой определялась скорость падения погружённой в воду частицы (относительно неподвижной жидкости) в зависимости от плотности частицы, её размера и вязкости воды. Если эта скорость равна скорости апвеллинга, то частица оказывается взвешенной. Расчёт велся для частиц с плотностью, характерной для алюмосиликатов – самых распространённых соединений земной коры ($\rho = 2,6 \text{ г/см}^3$). Кроме того, предполагалось, что частицы имеют форму шариков. На рис. 4, б показано распределение максимальных радиусов взвешенных частиц на глубине 120 м. Наиболее крупные взвешенные частицы могут находиться в юго-восточной части оз. Восток.

Основные геометрические и термодинамические параметры негидростатической модели, использованные при расчётах, незначительно отличались от аналогичных параметров гидростатической модели, принятых в работе [9]. Так, при проведении рассмотренного численного эксперимента принималось: $\Delta x = 1500 \text{ м}$; $\Delta y = 8000 \text{ м}$; $\Delta z = 30 \text{ м}$; $A_m = A_t = 8,8 \text{ м}^2/\text{с}$; $k_m = k_t = 0,033 \text{ м}^2/\text{с}$, а соответствующие значения, принятые в работе [9], – $\Delta x = 2500 \text{ м}$; $\Delta y = 5500 \text{ м}$; $\Delta z = 3 \div 43 \text{ м}$ (16 уровней по вертикальной σ -координате); $A_m = 20 \text{ м}^2/\text{с}$; $k_m = 0,1 \text{ см}^2/\text{с}$. Качественно результаты расчётов по обеим моделям совпадают, однако о количественном сравнении результатов говорить преждевременно, так как в работе [9] уравнения модели проинтегрированы на 150 лет, а в настоящей работе – только на два года.

Негидростатическая модель имеет, кроме изложенных, ещё и существенные потенциальные преимущества перед гидростатической. Например, при надлежащем пространственном разрешении с её помощью, в отличие от модели, использованной в работе [9], можно воспроизводить мезо- и мелкомасштабные вертикальные вихревые структуры, о вероятности существования которых в оз. Восток говорят результаты, полученные при лабораторных исследованиях циркуляции озера [10].

Заключение

Изложенное позволяет рассматривать обсуждаемую модель как перспективный инструмент для всестороннего исследования конвективных процессов, протекающих в оз. Восток. При наличии соответствующих вычислительных ресурсов – компьютера с производительностью несколько десятков терафлопс – модель позволит рассчитать циркуляцию и тепловой режим озера, распределение скоростей намерзания и таяния льда на его потолке, размеры взвешенных в воде частиц и их концентрации, траектории и скорости распространения загрязняющих веществ в случае их попадания в водное тело озера.

Работа выполнена в рамках Проекта 2 подпрограммы «Изучение и исследование Антарктики» ФЦП «Мировой океан» при финансовой поддержке РФФИ, грант № 09-05-00820-а.

Литература

1. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1973. 416 с.
2. *Попов С.В., Масолов В.Н., Лукин В.В.* Озеро Восток, Восточная Антарктида: мощность ледника, глубина озера, подлёдный и коренной рельеф // *Лёд и Снег*. 2011. № 1 (113). С. 25–35.
3. *Fernando H.J.S., Smith D.C.* Vortex structures in geophysical convection // *European Journ. of Mechanics*. 2001. V. 20. P. 437–470.
4. *Fofonoff P., Millard Jr.* Algorithms for computations of fundamental properties of seawater // *UNESCO Technical Papers in Marine Science, UNESCO*. 1983. V. 44. P. 53.
5. *Gerdes R.* A primitive equation ocean circulation model using a general vertical transformation. Pt. 1: Description and testing of the model // *Journ. of Geophys. Research*. 1993. V. 98. № 14. P. 683–701.
6. *Kazko G.V.* Estimates of some parameters of lake Vostok circulation, found with a two-dimensional nonhydrostatic model // *Physics of Vibrations*. 2001. V. 9. № 3. P. 182–188.
7. *Mayer C., Grosfeld K., Siebert M.J.* Salinity impact on flow a lake ice in Lake Vostok, Antarctica // *Geophys. Research Letters*. 2003. V. 30. № 14. P. 81–84.
8. *Petit J.-R.* Geophysical, geochemical, glaciological and energy balance model constraints to the lake Vostok // *МГИ*. 2004. Вып. 97. С. 91–100.
9. *Thoma M., Grosfeld K., Mayer C.* Modelling mixing and circulation in subglacial Lake Vostok, Antarctica // *Ocean Dynamics*. 2007. V. 57. № 6. P. 531–540.
10. *Wells M.G., Wettlaufer J.S.* Circulation in Lake Vostok: A laboratory analogue study // *Geophys. Research Letters*. 2008. V. 35. L03501. P. 281–286.
11. *Williams M.J.M.* Application of a three-dimensional numerical model to Lake Vostok: An Antarctic subglacial lake // *Geophys. Research Letters*. 2001. V. 28. № 3. P. 531–534.
12. *Wüest A., Carmack E.* A priori estimates of mixing and circulation in the hard-to-reach water body of Lake Vostok // *Ocean Modeling*. 2001. V. 2. P. 29–49.

Summary

Different ways of defining the characteristics of Antarctic subglacial Lake Vostok circulation are considered. The disadvantages of hydrodynamic models using the hydrostatic approximation exposed to analysis. Differential equations and boundary conditions of three-dimensional nonhydrostatic model in terms vorticity–vector potential, specially developed for the modelling of the lake circulation are presented. 3D model passed through the testing by means simulations of convective currents in the simple-form reservoirs. On the basis of the seismic data on the thickness of a glacier and bathymetry of the lake the computational domain approximating a water body of Lake Vostok is constructed. Some results of modeling of the convective processes in the lake, obtained at the initial stage of circulation evolution using finite-difference grid with a spatial resolution of $8000 \times 1500 \times 30 \text{ m}$ are shown.