

УДК 551.32

РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МОРФОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРНЫХ ЛЕДНИКОВ РОССИИ

© 2026 г. Р. А. Чернов*, А. Я. Муравьёв

Институт географии РАН, Москва, Россия

**e-mail: chernov@igras.ru*

Поступила 13.05.2025 г.

После доработки 01.12.2025 г.

Принята к печати 23.03.2026 г.

На основе статистического анализа данных электронного Каталога ледников России выполнено исследование морфометрических характеристик (длины, периметра, площади) 5863 горных ледников. Значения коэффициентов корреляции между ними составляют 0.8–0.9 как для всего массива данных, так и для различных типов ледников и различных ледниковых районов. Корреляции остаются высокими даже при случайной выборке ледников разного масштаба. Корреляционный анализ показал, что взаимосвязь морфометрических характеристик горных ледников может быть оптимально описана степенными функциями. В соотношении “площадь–длина” поиск линии тренда (на основе метода наименьших квадратов) для всего массива данных даёт уравнение с показателем степени 1.582. По мере исключения самых малых ледников из генеральной выборки показатель степени в уравнении становится равным 1.618, при этом линейный множитель уравнения остаётся неизменным. Для других выборок метод наименьших квадратов позволяет получить различные линии тренда, но полученное уравнение остаётся оптимальным для оценок суммарных площадей и крупных ледников. Полученная связь показывает, что соотношения морфометрических характеристик статистически значимо масштабируются и применимы ко многим типам ледников. При этом суммарные значения реальных и расчётных площадей оледенения фактически совпадают с погрешностью менее 1%. Несмотря на высокую точность суммарных оценок площади оледенения, оценка площади отдельных ледников может существенно отличаться от реальной площади и рассматриваться лишь как вероятностная.

Ключевые слова: ледник, морфологический тип, площадь, корреляции морфометрических характеристик, число Фидия

DOI: 10.7868/S2412376526020023

ВВЕДЕНИЕ

Применение геоинформационных методов в гляциологии позволяет определять пространственные характеристики ледников горных районов Земли, что выявляет масштабы, особенности и динамику их оледенения. В результате создания электронного каталога ледников России (Хромова и др., 2021) появилась возможность оперировать статистическими характеристиками для поиска взаимосвязей морфометрических характеристик ледников в произвольном масштабе выборки данных. Ранее, во второй половине XX в., такие взаимосвязи (количество, площадь) рассматривались как способ получения информации для слабо изученных горных районов,

имеющих оледенение, при минимальном обеспечении картографическими данными (Ерасов, Токмагамбетов, 1983). На основе геофизических данных об отдельных ледниках были установлены эмпирические связи площади и их объёма (Ерасов, Токмагамбетов, 1983; Никитин, 2009).

В конце XX века зарубежными исследователями был разработан метод масштабирования, который основан на допущении, что ледники разного масштаба могут иметь инвариантные соотношения морфометрических характеристик (Bahr, 1997a, 1997b). Теоретические аспекты этого метода показывают, что распределение площади поверхности (ледников) связано со всеми другими распределениями (геометрическими

характеристиками ледников) степенными законами (Bahg et al., 2015). Любые количественные оценки характеристик отдельных ледников в распределении вероятностны (Bahg et al., 2015), но суммарные значения могут быть очень точны. Важно, что распределения морфометрических характеристик могут быть построены лишь на наборе ледников, различающихся по площади в сотни или тысячи раз.

В работе исследуются горные ледники, зарегистрированные в электронном Каталоге ледников России (glasru..., 2025). В нём представлены сведения о 5863 горных ледниках, расположенных на материковой части России. Эта информация организована по территориальному признаку. Она может использоваться для оценки ресурсов оледенения, его динамики, прогнозов изменений ледников, в климатических моделях и др. Исследование взаимосвязей морфометрических характеристик всей совокупности горных ледников и их отдельных типов без территориального признака, на первый взгляд, не несёт практической пользы. Однако эти связи, если они могут существовать, интересны с точки зрения поиска инвариантных соотношений морфометрических характеристик и использования в гляциологических моделях. Теоретически это возможно, и, как показывает опыт метода масштабирования, несёт практическую пользу. В отношении горных ледников мы имеем объекты общего генезиса, которые различаются в линейных размерах и площадях на 2–4 порядка. Хотя пространственная конфигурация границ и размеры ледников, даже в рамках типизации ледников, не похожи, статистический анализ может использоваться для поиска взаимосвязи морфометрических характеристик. Несмотря на доступность материалов каталогизации ледников, авторам неизвестны подобные исследования. Цель работы – на основе статистического анализа выявить общую взаимосвязь морфометрических характеристик горных ледников различных морфологических типов, расположенных в разных районах оледенения.

ДАННЫЕ И МЕТОДЫ

В исследовании использованы исходные данные Каталога ледников России (Хромова и др., 2021), доступные для загрузки с ресурса (glasru..., 2025). Каталог ледников России представляет собой современный электронный каталог ледников, созданный по единообразной методике на основе результатов обработки и анализа дан-

ных дистанционного зондирования земли (ДЗЗ). Сведения о пространственном положении границ ледников в нём получены преимущественно в результате дешифрирования спутниковых снимков Sentinel-2 2016–2019 гг. в ручном экспертном режиме. Для получения высотных характеристик ледников и определения их длин использовались цифровые модели рельефа (ЦМР) ArcticDEM v3.0 (мозаика с пространственным разрешением 2 м для районов горного оледенения и 10 м для оледенения арктических архипелагов), ASTER GDEM2 и ASTER GDEM3. При создании Каталога ледников России дешифрирование границ ледников выполнялось в соответствии с методикой международного проекта GLIMS (Raup, Khalsa, 2010), а морфологические типы ледников определялись в соответствии с руководством по составлению Каталога ледников СССР (Руководство..., 1966), что обеспечивало преемственность с этим Каталогом. Отмечено, что идентификация морфологических типов ледников в Каталоге ледников России, как и в Каталоге ледников СССР, основана на экспертной оценке и поэтому подвержена влиянию субъективности экспертов.

Выполнен статистический анализ содержащихся в атрибутивных таблицах сведений о площадях, длинах и протяжённости границ горных ледников, расположенных на материке. В работе применены архивы с данными по следующим районам оледенения России в порядке их нумерации в Каталоге (в скобках указаны даты формирования или обновления архивов): Урал (14.07.2020), плато Путорана (10.07.2020), горы Бырранга (04.07.2020), хребет Орулган (03.06.2024), хребет Черского (24.07.2020), горы Сунтар-Хаята (03.12.2020), Колымское нагорье (04.05.2020), Корякское нагорье (06.02.2025), Чукотское нагорье (01.05.2020), Кавказ (07.02.2025), Алтай (15.05.2020), Кузнецкий Алатау (31.07.2020), Восточный Саян (30.05.2020), Байкальский хребет (14.09.2020), Баргузинский хребет (04.08.2020), хребет Кодар (30.06.2020), Камчатка (20.04.2020), Верхнеангарский хребет (09.02.2021). Согласно данным Каталога (glasru..., 2025), перечисленные выше районы горного оледенения включают в себя 5863 ледника общей площадью около 2913 км².

Каталог ледников России содержит сведения о ледниках площадью не менее 0.01 км². Площади ледников в его атрибутивных таблицах приведены с точностью до 0.01 км² (glasru..., 2025). Погрешность определения площадей ледников

предлагалось оценивать путём построения вдоль границ ледников буферной зоны шириной в размере удвоенного значения пространственного разрешения спутниковых снимков (Хромова и др., 2021) или как произведение длины периметра ледника (протяжённость его границ в плане) на разрешающую способность спутникового снимка, по которому дешифрировались границы ледника (Муравьев, Хромова, 2024). В данном исследовании погрешности определения площади ледников оценивались аналогично работе (Муравьев, Хромова, 2024). Поскольку Каталог содержит в себе сведения обо всех исходных материалах ДЗЗ, использованных для его создания, а также данные о пространственном положении границ ледников, ничто не препятствует расчёту погрешностей определения площадей ледников иными методами. Общие сведения о типах погрешностей определения границ ледников и их высотных характеристик можно почерпнуть в работе (Paul et al., 2017). Следует отметить тот факт, что наибольшие погрешности определения площадей характерны для самых маленьких ледников с площадями менее 0.1 км².

Длины ледников в Каталоге (glacru..., 2025) определены путём моделирования наиболее протяжённых линий тока в модели OGGM по ЦМР в границах ледников. Это автоматизированный процесс, лишённый субъективности экспертной оценки. Длины в Каталоге приведены с точностью до 10 м. Погрешности определения длин зависели от точности дешифрирования границ ледников, пространственного разрешения и точности используемых ЦМР.

Представленные в тексте и таблицах коэффициенты корреляции получены путём расчёта корреляции соответствующих столбцов с дан-

ными в программе Microsoft Excel, куда эти данные были импортированы из атрибутивных таблиц shape-файлов Каталога ледников России (glacru..., 2025). Корреляционный анализ и установление статистической зависимости между различными парами морфометрических характеристик также производился в Microsoft Excel. Из всех типов уравнений для построения линий тренда была выбрана степенная, так как показатель R^2 для неё был во всех случаях выше, чем для остальных типов уравнений. Применение степенных уравнений для подобных целей ранее было обосновано в работе (Bahr, 1997).

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

При применении статистического анализа данных о морфометрических характеристиках ледников рассмотрены два принципа их выборки. Первый – анализ данных Каталога (glacru..., 2025) по горно-ледниковым районам (табл. 1). Второй подход предполагает анализ данных по морфологическим типам ледников (табл. 2). В первом случае рассматривались четыре крупнейших района горного оледенения России (Кавказ, Алтай, Камчатка и Корякское нагорье), во втором – все горные ледники материковой части России. В таблицах 1 и 2 приведены морфометрические характеристики ледников (длина, площадь) и их корреляция в соответствии с выборкой. Значения корреляции массивов величин длины и площади ледников подтверждают тесную связь между этими характеристиками.

В выборке по регионам (см. табл. 1) наиболее близкие значения средней длины и площади имеют ледники Кавказа и Алтая. Ледники Камчатки, в среднем, в 1.8 раза крупнее и в полтора раза длиннее. В Корякском нагорье ледники со-

Таблица 1. Сравнение морфометрических характеристик (площадь, длина) ледников крупнейших горно-ледниковых районов России

Table 1. Comparison of morphometric characteristics (area, length) of glaciers in the largest mountain-glacial regions of Russia

Район оледенения	Количество ледников	Площадь, км ²		Средняя длина, км	Коэффициент корреляции площади и длины
		суммарная	средняя		
Кавказ	2046	1067.1 ± 72.5	0.52	1.01	0.90
Алтай	988	523.1 ± 34.8	0.53	0.94	0.81
Корякское нагорье	890	296.3 ± 24.1	0.33	1.03	0.89
Камчатка	723	689.6 ± 25.8	0.95	1.54	0.85

Таблица 2. Сравнение морфометрических характеристик (площадь, длина) горных ледников различных морфологических типов, расположенных в материковой части России

Table 2. Comparison of morphometric characteristics (area, length) of mountain glaciers of different morphological types located in the mainland of Russia

Морфологический тип ледников	Количество ледников	Площадь, км ²		Средняя длина, км	Коэффициент корреляции площади и длины
		суммарная	средняя		
Каровый	2133	338.9 ± 38.7	0.16	0.61	0.87
Карово-долинный	919	546.5 ± 39.1	0.59	1.44	0.88
Висячий	820	74.0 ± 10.9	0.09	0.46	0.83
Карово-висячий	620	159.4 ± 15.7	0.26	0.82	0.90
Долинный	489	878.5 ± 45.7	1.80	2.70	0.82
Присклоновый	451	32.2 ± 5.8	0.07	0.43	0.77
Склоновый	103	10.9 ± 1.5	0.11	0.52	0.85
Барранкосов	51	77.8 ± 1.6	1.52	3.36	0.82
Сложный долинный	48	343.2 ± 14.1	7.15	5.86	0.90
Перемётно-долинный	42	218.8 ± 5.8	5.21	4.25	0.96
Плоских вершин	27	26.7 ± 1.2	0.99	1.03	0.68
Котловинный	25	22.3 ± 0.9	0.89	0.83	0.97
Прочие типы ледников	135	183.4 ± 5.1	1.36	1.74	0.92
Всего	5863	2912.7 ± 185.8	0.50	1.02	0.86

измеримы по длине, но заметно меньше по площади в сравнении с другими регионами. Во всех четырёх районах отмечены высокие значения корреляции длины и площади ледников, хотя, вполне очевидно, их климат сильно различается, и они расположены в разных физико-географических условиях. Разделение ледников по морфологическим типам также показало высокие корреляции длин и площадей ледников, при том, что средние и суммарные значения площади и количество ледников в группах заметно различаются (см. табл. 2). Для всего массива данных (5863 ледника) значение корреляции длины и площади ледников составило 0.86, что вполне соответствует уровню корреляций в большинстве групп. Отметим, что при ограничении выборки ледниками площадью 1 км² и более коэффициент корреляции их длины и площади остаётся на уровне 0.86.

Лишь в двух группах ледников (ледники присклонового типа и плоских вершин) значение корреляции длины и площади оказалось

ниже 0.8. По-видимому, взаимосвязь этих параметров для данных морфологических типов ледников ухудшается в связи с изменением подстилающей топографии. Напротив, для перемётно-долинных и котловинных ледников коэффициент корреляции длины и площади оказался близок к единице – 0.96 и 0.97, соответственно. Сложные долинные и карово-висячие ледники также имеют чёткую взаимосвязь длины и площади с уровнем корреляции этих величин 0.90. Эти группы ледников составляют около 12.5% от общего количества ледников, поэтому их вклад не может быть определяющим. В количественном отношении среди ледников всех типов преобладают каровые (36.4%), карово-долинные (15.7%) и висячие ледники (14.0%).

Категория “прочие типы ледников” содержит 135 ледников (см. табл. 2). Она включает в себя следующие ледники: морфологический тип их не определён (51 шт.); ледники подножий (45 шт.), выделение которых в Каталоге ледников России было унаследовано из Каталога ледников

СССР и, при этом, в ряде случаев противоречиво словарному определению этого морфологического типа в (Гляциологический словарь, 1984); малочисленные типы ледников, не обеспечивающие статистической значимости выборки. В этой категории также наблюдается высокая корреляция длины и площади (коэффициент корреляции 0.92). Таким образом, корреляционные связи длины и площади, представленные в таблицах 1 и 2, показали тесную взаимосвязь этих характеристик, независимо от способа выборки данных.

Коэффициенты корреляции периметра (протяжённость границ в плане) и длины ледника, а также площади и периметра, для всего массива из 5863 ледников составили 0.92. При ограничении выборки ледниками площадью 1 км² и более, коэффициенты корреляции этих характеристик остаются высокими и составляют 0.86 и 0.90 соответственно.

На следующем этапе рассмотрены различные типы линий тренда для всей совокупности горных ледников для пары характеристик “площадь—длина”. Наилучшим приближением этого соотношения служит степенная линия тренда с линейным коэффициентом равным 0.274 и по-

казателем степени равным 1.582, $R^2 = 0.91$. Соотношение площади и длины и соответствующая им линия тренда показаны на рис. 1, а. Постепенное удаление из выборки самых малых ледников приближает значение степени до величины 1.618. Выборка для ледников длиной более 0.2 и 0.4 км показана на рис. 1, б, в соответственно.

Отмечена важная особенность — линейный коэффициент A_i уравнения линии тренда фактически не изменяется при сокращении выборки за счёт малых ледников. Его величина меняется в узких пределах — от 0.273 до 0.274. Опираясь на опыт метода масштабирования (Bahr et al., 2015), рассмотрено условие равенства эмпирически полученной суммы площадей ледников и суммы, оцененной по уравнению с показателем степени 1.618 и $A_i = 0.274$. При этом равенство остаётся верным не только для всей выборки (погрешность оценки 0.1%), но и при сокращении выборки за счёт небольших и средних ледников. Для ледников длиной более 3 км (311 ледников) различие в оценке суммы площадей составляет 1.3%, для очень больших ледников длиной более 10 км (всего 13 ледников) — 2%. Линии тренда для тех же выборок дают отклонение от реальных сумм 12, 16 и 19% соответственно, что значительно хуже. Таким образом, в качестве наи-

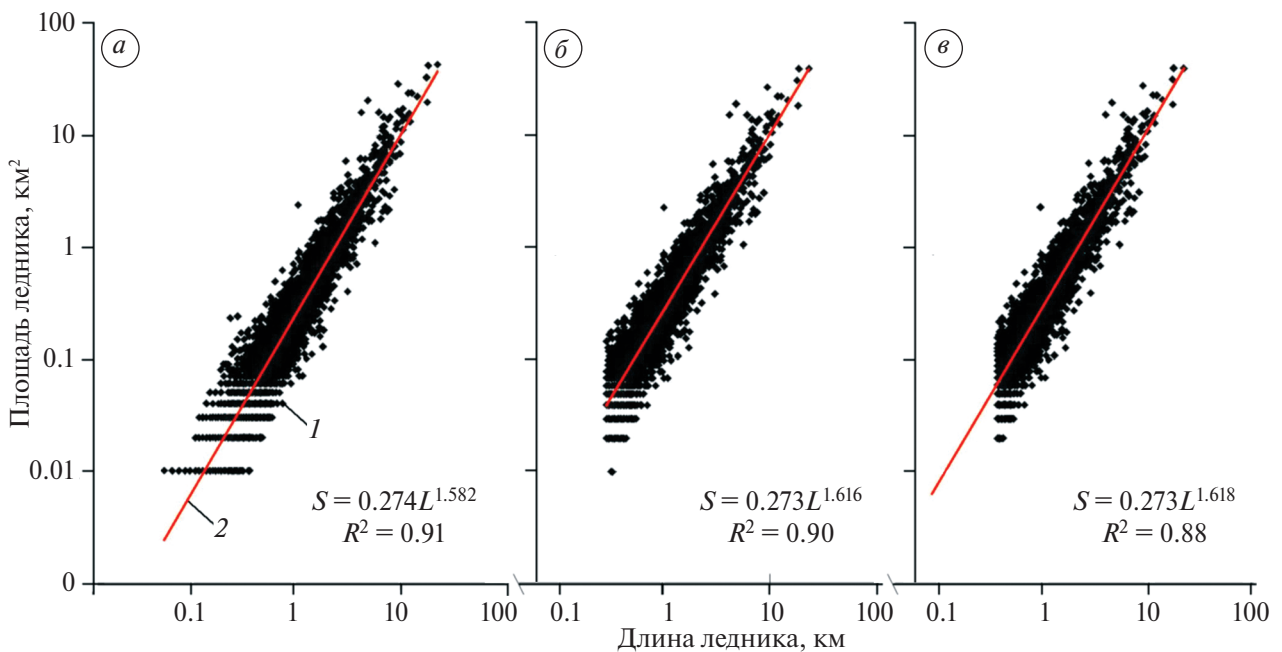


Рис. 1. Соотношение значений длины ледников и их площади: все ледники (а), ледники длиной более 0.3 км (б), ледники длиной более 0.4 км (в); 1 – данные, 2 – линия тренда. Шкалы даны в логарифмическом масштабе

Fig. 1. The ratio of the length of glaciers to their area: all glaciers (a), glaciers longer than 0.3 km (b), glaciers longer than 0.4 km (v); 1 – data, 2 – trend line. The scales are given on a logarithmic scale

лучшего приближения для всей выборки и его частей было выбрано уравнение вида:

$$S = A_i \cdot L^b, \quad 1)$$

где S – площадь ледника, L – длина ледника, A_i – линейный коэффициент, равный 0.274 для генеральной выборки и изменяется в зависимости от выборки, $b = 1.618$ – константа.

Далее проанализированы выборки по региональному и морфологическому признакам (см. табл. 1–2). Для разных выборок линии тренда уже заметно отличались от уравнения (1) по величине линейного и степенного коэффициентов. Применено уравнение (1) для различных выборок, и во всех случаях приближение в области крупных ледников было лучше, чем у линий тренда. При уточнении коэффициента A_i точность приближения улучшается. Уравнение (1) универсально для достаточно больших выборок ледников. Его использование даёт лучшее приближение, чем линии тренда, по критерию совпадения сумм (сумма площадей ледников, полученная по эмпирическим данным, практически совпадает с суммой площадей ледников, рассчитанных по формуле (1)). Кроме того, в отличие от “метода наименьших квадратов”,

применяемого для построения линий тренда, это уравнение даёт хорошее приближение в области крупных ледников, что важно для оценки ресурсов. Вероятно, уравнение (1) отражает физическую взаимосвязь морфометрических характеристик ледников, обусловленную реологическими свойствами льда, которые проявляются в больших массивах льда (ледниках). “Метод масштабирования”, который использовался преимущественно для полярных ледников (Bahr et al., 2015), показал, что ледники различных масштабов имеют общие закономерности в соотношениях морфометрических характеристик.

Также нами были рассмотрены характеристики “периметр–длина” (рис. 2) и “площадь–периметр” (рис. 3). На рисунках показаны соотношения парных характеристик, соответствующие им линии тренда и уравнения, подобные уравнению (1). Шкалы на рисунках даны в логарифмическом масштабе, уравнения линий тренда и соответствующий им коэффициент R^2 показаны справа от графиков. Для соотношения “периметр–длина” равенство сумм также выполняется с точностью 0.5%, но практического значения эта величина не имеет.

Условие равенства сумм (площадей) может быть применено для уточнения множителя A_i

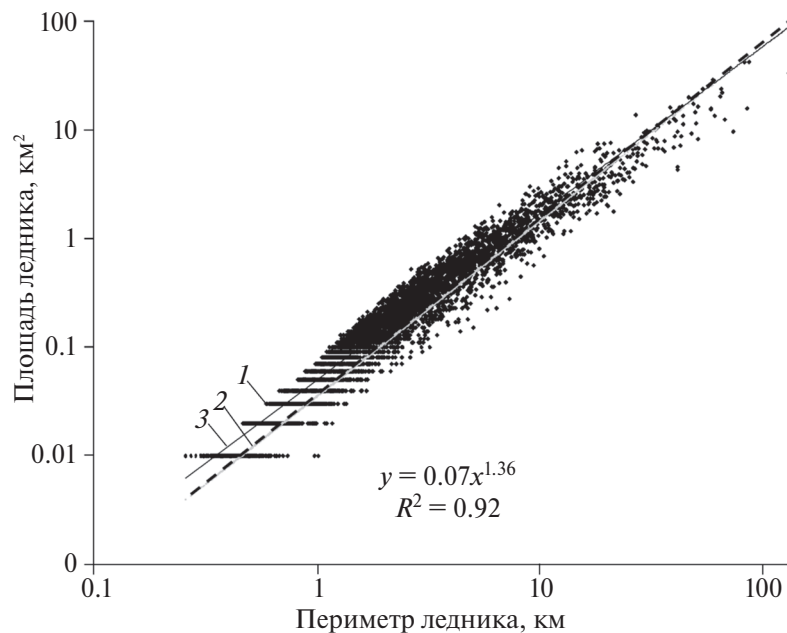


Рис. 2. Соотношение значений площади и периметра ледников. 1 – данные, 2 – линия уравнения (1), 3 – линия тренда. Шкалы даны в логарифмическом масштабе

Fig. 2. Ratio of area and perimeter values of glaciers. 1 – data, 2 – approximation (1), 3 – trend line. The scales are given on a logarithmic scale

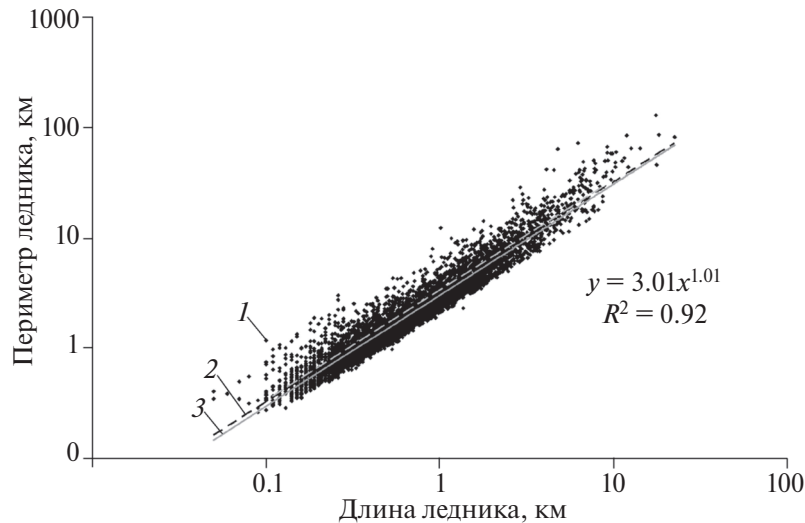


Рис. 3. Соотношение значений длины ледников и их периметра.

1 – данные, 2 – линия уравнения (1), 3 – линия тренда. Шкалы даны в логарифмическом масштабе

Fig. 3. The ratio of the length of glaciers to their perimeter

1 – data, 2 – approximation (1), 3 – trend line. The scales are given on a logarithmic scale

в уравнениях “площадь–длина” и “площадь–периметр”. Для всей совокупности горных ледников в уравнении (1) значение A_i составляет 0.274. Для отдельных ледниковых районов коэффициент A_i находится в диапазоне 0.24–0.31. В табл. 3 приведены морфометрические характеристики шести районов, существенно различающихся по количеству ледников. Для сравнения показаны коэффициенты линий тренда с наилучшим R^2 и линейные коэффициенты A_i . Как показано выше, показатель степени уравнения (1) имеет постоянное значение – 1.618. Указанные

значения коэффициента A_i (см. табл. 3) позволяют рассчитать суммарную площадь ледников с погрешностью менее 1%. Исключение составляют ледники Кузнецкого Алатау, где точность приближения составляет около 6%. Следует заметить, что ледники Кузнецкого Алатау имеют небольшие размеры (до 0.14 км²) и рассеяние точек на диаграмме (рис. 4, а) велико. Поскольку диапазон изменений площади ледников этого района очень небольшой, приближение уравнения (1) не может быть идеальным. Однако даже в этом случае линия уравнение (1) более

Таблица 3. Сравнение приближения площади и длины ледников, описываемых степенными линиями тренда и уравнением (1)

Table 3. Comparison of the approximation of the area and length of glaciers described by power trend lines and equation (1)

Название региона	Количество ледников	Коэффициенты степенной линии тренда		Коэффициенты уравнения (1)		Суммарная эмпирическая площадь ледников, км ²	Суммарная площадь ледников по уравнению (1), км ²	Отклонение приближения суммарной площади, %
		A_i	b	A_i	b			
Кавказ	2046	0.27	1.630	0.31	1.618	1067.1 ± 72.5	1074.2	-0.7
Корякское нагорье	890	0.27	1.445	0.26	1.618	296.3 ± 24.1	294.2	0.7
Сунтар-Хаята	251	0.29	1.680	0.31	1.618	133.0 ± 9.2	132.2	0.6
Хребет Черского	188	0.30	1.478	0.28	1.618	86.4 ± 6.7	85.6	0.9
Кузнецкий Алатау	101	0.11	1.037	0.24	1.618	3.4 ± 0.85	3.6	-5.9
Орулган	66	0.21	1.596	0.24	1.618	9.4 ± 1.0	9.5	-1.1

верно пересекает область больших ледников этого района, чем линия тренда (см. рис. 4, а). Для многочисленных ледников Кавказа (более 2000) уравнение (1) и линии тренда имеют близкие коэффициенты. Но в области крупнейших ледников уравнение (1) всё же лучше соответствует эмпирическим значениям, чем при использовании линии тренда (см. рис. 4, б).

Уточнение коэффициента A_i для различных морфологических типов ледников выявляет более широкий диапазон его изменчивости (табл. 4). Определения морфологических типов ледников рассматривались согласно (Гляциологический словарь, 1984). Значения коэффициента A_i рассчитаны из условия совпадения сумм

с погрешностью менее 1%. Для ледников с узкими и удлинёнными языками (присклоновые ледники и барранкосы) его значение не превышает 0.20, для небольших вытянутых склоновых ледников – 0.26, для ледников округлой формы (различные каровые ледники) – около 0.30. Долинным ледникам соответствует $A_i = 0.31$, сложным долинным ледникам (с обширной областью питания) – 0.36. Ледники плоских вершин, предгорные, перемётно-долинные ледники имеют коэффициент $A_i = 0.33–0.35$, эти ледники характеризуются растянутой областью питания по сравнению с их языками. Котловинные ледники, обладающие обширной областью питания, но коротким и узким языком, имеют максимальный коэффициент, равный 0.69.

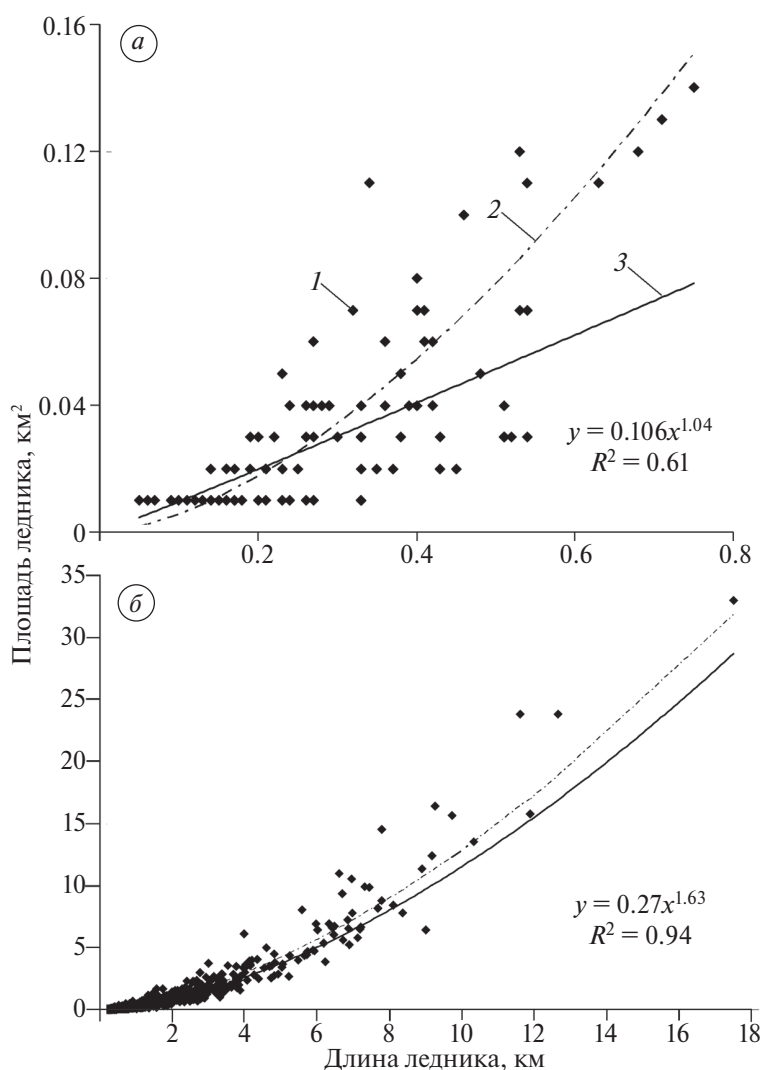


Рис. 4. Морфометрические характеристики (длина и площадь) ледников Кузнецкого Алатау (а) и Кавказа (б). 1 – данные электронного каталога (glacru..., 2025), 2 – линия уравнения (1), 3 – линия тренда

Fig. 4. Morphometric characteristics (length and area) of the Kuznetsk Alatau (a) and the Caucasus (b) glaciers. 1 – electronic catalog data (glacru..., 2025), 2 – line approximation (1), 3 – trend line

Таблица 4. Количество ледников основных типов, их средняя площадь и длина, максимальная площадь, значение коэффициента A_i **Table 4.** The number of glaciers of the main types, their average area and length, maximum area, the value of the coefficient A_i

Тип ледника	Количество ледников	Средняя площадь, км ²	Максимальная площадь, км ²	Средняя длина, км	Значение коэффициента A_i при условии равенства сумм*
Барранкосов	51	1.52	11.24 ± 0.09	3.36	0.165
Присклоновый	451	0.07	0.83 ± 0.06	0.42	0.230
Склоновый	103	0.11	0.61 ± 0.06	0.52	0.259
Висячий	820	0.09	2.12 ± 0.09	0.46	0.265
Карово-долинный	919	0.59	7.39 ± 0.30	1.44	0.287
Карово-висячий	620	0.26	2.87 ± 0.12	0.82	0.288
Каровый	2133	0.16	1.98 ± 0.04	0.61	0.307
Долинный	489	1.80	20.46 ± 0.64	2.69	0.310
Перемётно-долинный	42	5.21	42.33 ± 0.16	4.25	0.335
Подножий (предгорный)	45	0.80	17.19 ± 0.10	1.20	0.355
Плоских вершин	27	0.99	16.07 ± 0.42	1.03	0.355
Сложный долинный	48	7.15	33.03 ± 0.67	5.86	0.360
Котловинный	25	0.89	16.11 ± 0.38	0.83	0.695

*Коэффициент A_i подобран при условии, что суммарная эмпирическая площадь ледников и рассчитанная суммарная площадь по уравнению (1) различаются не более чем на 1%

Таким образом, статистический анализ морфометрических характеристик ледников выявил не только их высокие корреляции, но и их общие соотношения, которые могут быть приближённо описаны степенными уравнениями, различающимися лишь линейным множителем. Генеральная выборка без малых ледников выявила линию тренда (в соотношении “площадь—длина”), которая в дальнейшем была применена как универсальное приближение для отдельных выборок. Это приближение, уравнение (1), даёт линию, которая уравнивает взаимные отклонения эмпирических точек от неё. Изначально трудность заключалась в том, что в генеральной выборке присутствует большое количество малых ледников, создающих значительный “шум” в статистическом анализе морфометрических характеристик, и тем самым маскирующих универсальное приближение. Удаление 1650 малых ледников из генеральной выборки не существенно меняет её масштаб (см. рис. 1, в), так как диапазон площади ледников остаётся на прежнем уровне — от 0.03 до 42 км². В этом

вполне широком диапазоне проявилось подобие форм ледников. Оно проявляется в ряде крупных ледниковых районов. При этом достаточно использовать значение коэффициента $A_i = 0.3$. Для выборки ледников различного типа диапазон изменений A_i оказался достаточно широк (см. табл. 4). Анализ метода масштабирования в работе (Bahr, 2015) указывает на то, что этот коэффициент степенного уравнения лучше оставить константой при статистических оценках разных выборок. Но мы видим, что коэффициент A_i меняется в зависимости от типа ледника, а точнее, от особенностей его формы. Вероятно, развитие этого метода для горных ледников поможет в дальнейшем оценивать объёмы оледенений, исследуя зависимости “площадь—объём” на основе выявленных взаимосвязей морфометрических характеристик. Не исключено практическое использование уравнения (1) при моделировании горного оледенения. Отмечен интересный факт — степенное уравнение (1) имеет показатель степени, равный 1.618, т.е. приближённое число Фидия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Статистическое исследование морфометрических характеристик горных ледников России подтвердило наличие тесной связи и выявило высокую корреляцию парных соотношений: площадь—длина, периметр—длина и площадь—периметр. Значение корреляции площади и длины всех 5863 горных ледников России составляет 0.86. Коэффициенты корреляции длины и периметра, площади и периметра ледников приблизительно равны 0.9. Для данных по ледниковым районам или по типам ледников значения коэффициента корреляции морфометрических характеристик также остаются на уровне 0.8–0.9, а для котловинных и перемётно-долинных морфологических типов достигают 0.97.

Соотношение парных морфометрических характеристик горных ледников (площадь и длина, площадь и периметр) может быть приближённо описано степенной функцией с показателем степени около 1.6, на что указывает уравнение линии тренда. Сокращение выборки за счёт удаления самых малых ледников приводит показатель степени уравнения к значению 1.618. При этом линейный коэффициент A_i уравнения (1) фактически не изменяется. Мы рассмотрели это уравнение для разных выборок каталога ледников, отвергая предлагаемые линии тренда. Предложенное уравнение хорошо описывает соотношения морфометрических характеристик как для отдельных регионов, так и для разных морфологических типов ледников. Особенно важно, что это уравнение даёт оптимальное (в сравнении с линиями тренда) приближение для крупных ледников и с высокой точностью воспроизводит суммарные значения площади ледников в выборках.

Линейный коэффициент A_i в уравнении (1) для разных морфологических типов ледников изменяется в широких пределах (от 0.15 до 0.69), что, предположительно, связано с характерными формами ледников. При этом для выборок на региональном уровне этот коэффициент меняется гораздо меньше (от 0.24 до 0.31).

Благодарности. Статья подготовлена по материалам исследований по теме Государственного задания ИГ РАН № FMWS-2024-0004.

Acknowledgements. The research was conducted as part of the Institute of Geography RAS State Assignment, Project No. FMWS-2024-0004.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гляциологический словарь / Под ред. В.М. Котлякова. Л.: Гидрометеиздат, 1984. 528 с.
- Ерасов Н.В., Токмагамбетов Г.А. Некоторые статистические закономерности оледенения, получаемые по ограниченной информации // МГИ. 1983. Вып. 46. С. 100–105.
- Муравьев А.Я., Хромова Т.Е. Сокращение оледенения хребта Орулган (Верхоянский хребет) в 1951–2023 гг. // Лёд и Снег. 2024. Т. 64. № 4. С. 513–526. <https://doi.org/10.31857/S2076673424040036>
- Никитин С.А. Закономерности распределения ледниковых льдов в Русском Алтае, оценка их запасов и динамики // МГИ. 2009. № 107. С. 87–96.
- Руководство по составлению Каталога ледников СССР. Л.: Гидрометеиздат, 1966. 154 с.
- Хромова Т.Е., Носенко Г.А., Глазовский А.Ф., Муравьев А.Я., Никитин С.А., Лаврентьев И.И. Новый Каталог ледников России по спутниковым данным (2016–2019 гг.) // Лёд и Снег. 2021. Т. 61. № 3. С. 341–358. <https://doi.org/10.31857/S2076673421030093>
- glacru//Электронныйресурс.URL:<https://www.glacru.ru/>. Архивы данных от 20.04.2020–07.02.2025. (Дата обращения 10.02.2025).
- Bahr D.B. Global distributions of glaciers properties: A stochastic scaling paradigm // Water Resources Research. 1997a. V. 33. № 7. P. 1669–1679. <http://dx.doi.org/10.1029/97WR00824>
- Bahr D.B. Width and length scaling of glaciers // Journal of Glaciology. 1997b. V. 43. №145. P. 557–562.
- Bahr D.B., Pfeffer W.T., Kaser G. A review of volume-area scaling of glaciers // Reviews of Geophysics. 2015. V. 53. No. 1. P. 95–140. <http://dx.doi.org/10.1002/2014RG000470>
- Paul F., Bolch T., Briggs K., Kääb A., McMillan M., McNabb R., Nagler T., Nuth C., Rastner P., Strozzi T., Wuite J. Error sources and guidelines for quality assessment of glacier area, elevation change, and velocity products derived from satellite data in the Glaciers_cci project // Remote Sensing of Environment. 2017. V. 203. P. 256–275. <http://dx.doi.org/10.1016/j.rse.2017.08.038>
- Raup B., Khalsa S.J.S. GLIMS data analysis tutorial. 2010. 15 p. http://www.glims.org/MapsAndDocs/assets/GLIMS_Analysis_Tutorial_a4.pdf

Citation: Chernov R.A., Muraviev A.Ya. Results of Statistical Analysis of Morphometric Characteristics of Mountain Glaciers in Russia. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2026, 66 (2): 243–253. [In Russian]. doi: 10.7868/S2412376526020023

Results of Statistical Analysis of the Morphometric Characteristics of Mountain Glaciers in Russia

© 2026 R. A. Chernov*, A. Ya. Muraviev

Institute of Geography, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

*e-mail: chernov@igras.ru

Received May 13, 2025; revised December 1, 2025; accepted March 23, 2026

Based on the statistical analysis of data from the electronic Catalogue of Glaciers of Russia, a study of the morphometric characteristics of 5863 mountain glaciers had been performed. The values of pair correlations of three characteristics (length, perimeter, area) of glaciers are at the level of 0.8–0.9, both for the entire data set and for different types of glaciers and different glaciated regions. Correlations remain high even when a random sample of glaciers of different scales is taken. The correlation analysis showed that the relationship of morphometric characteristics of mountain glaciers can be optimally described by power functions. In the “area-length” relationship, finding a trend line (using the least-squares method) for the entire dataset yields an equation with power of 1.582. As the smallest glaciers are excluded from the general sample, the power in the equation becomes 1.618, while the constant multiplier of the equation remains unchanged. For other samples from the dataset, the least-squares method constructs different trend lines, but the resulting equation remains the most optimal not in terms of maximum R^2 , but in terms of total area estimates and approximation in the area of large glaciers. In this case, the resulting equation indicates that the ratios of the morphometric characteristics of mountain glaciers are scalable and, as the study has shown, are applicable to many types of glaciers. For regional studies, it is important that the total values of the actual and calculated glaciation areas coincide with an error of less than 1%. Despite the high accuracy of total glaciation area estimates, the area of individual glaciers may differ significantly from the actual area and can only be considered as probabilistic.

Keywords: glacier, morphological type, area, correlation of morphometric characteristics, Phidias number

REFERENCES

- Glyatsiologichesky slovar'*. Glaciological glossary / Edited by V.M. Kotlyakov. Leningrad: Hydrometeoizdat, 1984: 528 p. [In Russian].
- Yerasov N.V., Tokmagambetov G.A. Some statistical regularities of glaciation obtained from limited information. *Materialy glyatsiologicheskikh issledovaniy*. Materials of Glaciological Research. 1983, 46: 100–105. [In Russian].
- Muraviev A.Y., Khromova T.E. Reduction of glaciers in the Orulgan Range (Verkhoyansk Range) from 1951 to 2023. *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2024, 64 (4): 513–526. [In Russian]. <https://doi.org/10.31857/S2076673424040036>
- Nikitin S.A. Patterns of distribution of glacial ice in Russian Altai, assessment of their reserves and dynamics. *Materialy glyatsiologicheskikh issledovaniy*. Materials of Glaciological Research. 2009, 107: 87–96. [In Russian].
- Rukovodstvo po sostavleniyu Kataloga lednikov SSSR*. USSR Glacier Inventory guide. Leningrad: Hydrometeoizdat, 1966: 154 p. [In Russian].
- Khromova T.Y., Nosenko G.A., Glazovsky A.F., Muraviev A.Y., Nikitin S.A., Lavrentiev I.I. New Inventory of the Russian glaciers based on satellite data (2016–2019). *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2021, 61 (3): 341–358. [In Russian]. <https://doi.org/10.31857/S2076673421030093>
- glacru: official site. Retrieved from: URL: <https://www.glacru.ru/> (Last access: February 10, 2025.)
- Bahr D.B., Pfeffer W.T., Kaser G. A review of volume-area scaling of glaciers. *Reviews of Geophysics*. 2015. 53 (1): 95–140. <http://dx.doi.org/10.1002/2014RG000470>
- Bahr D.B. Width and length scaling of glaciers. *Journal of Glaciology*. 1997b, 43 (145): 557–562.
- Bahr D.B. Global distributions of glaciers properties: A stochastic scaling paradigm. *Water Resources Research*. 1997, 33 (7): 1669–1679. <http://dx.doi.org/10.1029/97WR00824>
- Paul F., Bolch T., Briggs K., Kääb A., McMillan M., McNabb R., Nagler T., Nuth C., Rastner P., Strozzi T., Wuite J. Error sources and guidelines for quality assessment of glacier area, elevation change, and velocity products derived from satellite data in the Glaciers_cci project. *Remote Sensing of Environment*. 2017, 203: 256–275. <http://dx.doi.org/10.1016/j.rse.2017.08.038>
- Raup B., Khalsa S.J.S. GLIMS data analysis tutorial. 2010: 15 p. http://www.glims.org/MapsAndDocs/assets/GLIMS_Analysis_Tutorial_a4.pdf