Ледники и ледниковые покровы

УДК 551.89 551.583.7

doi:10.15356/2076-6734-2015-2-9-20

Калибровка математической модели динамики ледника Марух, Западный Кавказ

© 2015 г. О.О. Рыбак¹⁻³, Е.А. Рыбак^{1,2}, С.С. Кутузов⁴, И.И. Лаврентьев⁴, П.А. Морозова⁴¹Институт природно-технических систем РАН, Сочи; ²Сочинский научно-исследовательский центр РАН;³Earth System Sciences and Department of Geography, Vrije Universiteit Brussel, Брюссель; ⁴Институт географии РАН, Москва
orybak@vub.ac.be

Calibration of a mathematical model of Marukh Glacier, Western Caucasus

O.O. Rybak¹⁻³, E.A. Rybak^{1,2}, S.S. Kutuzov⁴, I.I. Lavrentiev⁴, P.A. Morozova⁴¹Institute of Natural and Technical Systems, Russian Academy of Sciences, Sochi; ²Scientific Research Center, Russian Academy of Sciences, Sochi;³Earth System Sciences & Departement Geografie, Vrije Universiteit Brussel; ⁴Institute of Geography, Russian Academy of Sciences, Moscow

Статья принята к печати 10 февраля 2015 г.

*Баланс массы, горный ледник, деформация льда, Кавказ, климат, математическая модель, осадки, приземная температура воздуха, течение льда.
Caucasus, climate, ice deformation, ice flow, mass balance, mathematical model, mountain glacier, precipitation, surface air temperature.*

Рассматривается трёхмерная математическая модель динамики ледника Марух на Западном Кавказе. Описываются блочная структура модели и взаимодействие между блоками. Ключевые параметры модели калибруются на основе данных полевых радиолокационных, топо- и гравиметрических исследований, а также с использованием результатов наблюдений за приземной температурой воздуха и количеством осадков на ближайшей к леднику метеорологической станции Клухорский перевал. Определены значения параметров, при которых расхождения расчётной и наблюдаемой скоростей течения льда и нормированного удельного баланса массы ледника минимальны. Данную модель предполагается в дальнейшем использовать для прогностических расчётов эволюции ледников Кавказа в условиях меняющегося климата.

Considered in the paper, three-dimensional mathematical model of dynamics of Marukh Glacier, Western Caucasus. Block structure of the model and interaction between blocs is described. Key model parameters are calibrated using field radio-echo-sounding, topographic and gravimetric measurements, as well as observations on surface air temperature and precipitation amount at Klukhorskyy Pereval meteorostation, closest to the glacier. We determine meanings of parameters favourable to minimum deviations between calculated and observed flow velocities and normalized surface mass balance. The model is supposed to be used in future for prognostic calculations of Caucasus glacier evolution in changing climatic conditions.

Введение

Проблема сокращения площади горных ледников в течение XX — начале XXI в. имеет несколько аспектов. Горные ледники, по-видимому, наиболее уязвимая часть криосферы с точки зрения реакции на изменение климатических условий. Их сокращение приводит к относительно быстрому, хотя и не столь значительному по сравнению с другими источниками, росту среднего уровня Мирового океана [17]. Горные ледники регулируют речной сток: до трети его годовой величины в горных и предгорных регионах приходится на ледниковый сток, доля которого в тёплый период года может увеличиваться до 70% [4]. Ледниковый сток поступает в реки в вегетационный период, когда потребность в воде особенно велика, поэтому сокращение горного оледенения влияет на экономику горных и предгорных регионов. На-

конец, сокращение горного оледенения затрагивает и такую важную отрасль, как туризм [8].

Согласно последним оценкам [3, 12], площадь ледников на северном склоне Большого Кавказа в XX в. сократилась более чем наполовину. В условиях изменяющегося климата тенденция к сокращению горного оледенения в этом регионе, вероятно, сохранится. В то же время надёжные прогностические оценки эволюции горных ледников невозможны без применения математических моделей, а также исследований регионального климата и собственно динамики горных ледников. В последние несколько десятилетий модели горных ледников достаточно быстро эволюционируют: они постоянно совершенствуются и усложняются, что обусловлено как развитием теории и методов моделирования, так и ростом производительности вычислительной техники.

Рис. 1. Расположение ледника Марух и вид на него из космоса.

Снимок сделан со спутника EROS-B 14 сентября 2011 г. Цветными линиями на снимке выделены границы ледника по состоянию на 1967 и 2011 гг.

Fig. 1. Location of the Marukh Glacier and its view from space.

The image was made from EROS-BG satellite 14.09.2014. Glacier contours in 1967 and 2011 are shown by colour lines in the satellite image

Настоящая работа посвящена структуре математической модели динамики ледника Марух (рис. 1) и её калибровке на основе исторических данных. Ледник этот выбран не случайно. Сейчас на Западном Кавказе ледники присутствуют на участке от горы Фишт на западе до горы Эльбрус на востоке [1]. Бассейн ледника Марух занимает в пределах России крайне западное, «океаническое» положение в умеренной широтной полосе [1] и в силу этого может считаться неким репером для своего региона. Многочисленные малые горные ледники встречаются и к западу от ледника Марух, однако они непригодны для калибровки математической модели, так как там отсутствуют систематические наблюдения за тепловым балансом, глубинным геофизическим строением, скоростями течения, изменением топографии. Эти и иные параметры необходимы, чтобы воспроизвести в модели эволюцию горного ледника и оценить его состояние в будущем в условиях вероятных климатических изменений. Отметим, что систематические полевые наблюдения на леднике Марух, начатые в послевоенные годы, с тех пор более или менее регулярно ведутся до настоящего времени [1, 2]. Результаты этих на-

блюдений, а также наблюдений на ближайшей к леднику метеорологической станции (ГМС) Клухорский перевал использованы нами для калибровки и тестирования математической модели.

Математическая модель

Схематическое строение модели динамики горного ледника, использованной в настоящей работе, показано на рис. 2. Основные расчётные блоки модели — динамический (обозначен цифрой 2) и балансовый (3). С последним непосредственно связаны блоки расчёта затенения от окружающего рельефа (4) и солнечной радиации (5). Рассмотрим блоки 2 и 3 более подробно.

Динамический блок (субмодель течения льда).

Теоретические основы и алгоритмы субмодели описаны в работах [5, 6, 9], поэтому здесь мы приведём лишь необходимые выкладки. Субмодель относится к типу LMLa в соответствии с классификацией [10] или к модели течения льда неполного второго порядка [7]. В модели типа LMLa горизонтальные компоненты скорости течения u и v находятся путём решения системы нелинейных эллиптических уравнений:

$$\begin{aligned}
4 \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= \rho_i g \frac{\partial s}{\partial x}, \\
4 \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= \rho_i g \frac{\partial s}{\partial y},
\end{aligned} \tag{1}$$

где η – эффективная вязкость, равная

$$\eta = \frac{1}{2} A(T)^{-1/n} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{(1-n)/2n}, \tag{2}$$

$A(T)$ – реологическая функция, зависящая от температуры льда; $s = b + H$ – высота поверхности ледника, b – высота подстилающей поверхности, H – толщина льда; ρ_i – плотность льда; $n = 3$.

В настоящей работе ледник считается изотермическим, поэтому реологическая функция заменяется на параметр A_{fl} . Вектор скорости базального (глыбового) скольжения считается пропорциональным напряжению на нижней границе в третьей степени [19]:

$$\mathbf{u}|_b = -A_{sl} \tau_b^3, \tag{3}$$

где A_{sl} – коэффициент трения, а компоненты $\tau_b = \tau_{bx}$ и τ_{by} определяются в соответствии с [18]:

$$\begin{aligned}
\tau_{bx} &= \left[\tau_{xz} - \tau_{xy} \frac{\partial b}{\partial y} - (2\tau_{xx} + \tau_{yy}) \frac{\partial b}{\partial x} \right] \Big|_b, \\
\tau_{by} &= \left[\tau_{yz} - \tau_{xy} \frac{\partial b}{\partial x} - (2\tau_{yy} + \tau_{xx}) \frac{\partial b}{\partial y} \right] \Big|_b.
\end{aligned} \tag{4}$$

Для решения каждого из уравнений системы (1) применяется метод сопряжённых градиентов (модифицированная версия алгоритма из [16]), а сама система решается итерационно методом Пикара с применением релаксационной схемы [6, 9, 11].

Балансовый блок (субмодель баланса массы). Для расчёта баланса массы ледника M_s исполь-

Рис. 2. Структура математической модели динамики горного ледника
Fig. 2. Structure of the mathematical model of the mountain glacier dynamics

зуется энергобалансовая модель. В её основе лежит расчёт приращения или потери массы в каждой точке пространственной сетки за определённое время t , которое отсчитывается с начала балансового года (что соответствует 271-му дню стандартного календарного года):

$$M_s(t + \Delta t) = M_s(t) + \Delta[\min(0, -\psi/\rho_w L_m)] + P_s(t), \quad (5)$$

где $[\min(0, -\psi/\rho_w L_m)]$ представляет собой таяние на поверхности (абляцию); $L_m = 3,34 \times 10^5$ Дж кг⁻¹ — удельная теплота плавления; $\rho_w = 1000$ кг м⁻³ — плотность воды.

Считается, что твёрдые осадки P_s выпадают при температуре воздуха ниже 2 °С. Поток энергии на поверхности ледника ψ рассчитывается как

$$\psi = (1 - \alpha)Q + c_0 + c_1 T_a, \quad (6)$$

где первое слагаемое в правой части представляет собой приходящую радиацию (сумму прямой и рассеянной радиации) на поверхность ледника; $c_0 + c_1 T_a$ — баланс длинноволновой радиации и турбулентного теплообмена, $c_0 = -45$ Вт м⁻², $c_1 = 12$ Вт м⁻² °С⁻¹ — эмпирические коэффициенты [13], T_a — температура воздуха; α — альбедо поверхности, которое экспоненциально убывает в зависимости от толщины снежного покрова d :

$$\alpha = \alpha_{snow} + (\alpha_{ice} - \alpha_{snow}) \exp(-d/d^*), \quad (7)$$

где α_{ice} и α_{snow} — типичные значения альбедо соответственно для льда и снега; $d^* = 0,011$ — эмпирическая постоянная.

Приходящая солнечная радиация (блок 5 на рис. 2) состоит из двух компонент — прямой и рассеянной:

$$Q = Q_{dir} + Q_{dif} = \delta f_{dir} S_t \sin(h_s + \gamma_s) + f_{dif} S_t \sin(h_s), \quad (8)$$

где $f_{dir} = 0,6$ и $f_{dif} = 0,4$ — условные доли соответственно прямой и рассеянной радиации в суммарной радиации S_t , приходящей на поверхность земли; $\tau = 0,45$ — коэффициент прозрачности атмосферы; h_s — угол солнца над горизонтом.

Множитель $\delta = 1$, если затенение от окружающего рельефа в соответствующем узле сетки отсутствует, и $\delta = 0$, если узел сетки находится в тени. Угол γ_s между проекцией солнца на горизонтальную плоскость и поверхностью ледника в каждом узле сетки рассчитывается как

$$\gamma_s = \tan[\phi + \cos(a - \theta)], \quad (9)$$

где ϕ — уклон поверхности ледника; a — текущий азимут солнца, зависящий от географических

координат и времени суток; θ — ориентация поверхности ледника.

Температура воздуха в уравнении (6) зависит от высоты $s(x, y)$ в каждой точке ледника:

$$T_a(x, y) = T_0 - \xi[s(x, y) - S_0], \quad (10)$$

где T_0 — метеорологические данные о температуре воздуха, приведённые к условной средней высоте ледника; $S_0 = 2500$ м — базовая высота, которая считается совпадающей с условной средней высотой ледника; $\xi = 0,007$ °С м⁻¹ — вертикальный градиент температуры воздуха.

Объединение субмоделей течения льда и баланса массы. Толщина льда (блок 6 на рис. 2) рассчитывается путём решения уравнения сохранения баланса массы, которое трансформируется в уравнение для локальной толщины льда H . Баланс массы на поверхности ледника M_s входит в его правую часть:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\nabla(\mathbf{v}_h H) + M_s = -\nabla(D \nabla H) + M_s, \quad (11)$$

где t — время; $\mathbf{v}_h$ — вектор осреднённой по вертикали скорости течения; $-\nabla(\mathbf{v}_h H) = -D \nabla H$; D — сложный нелинейный комплекс, зависящий от толщины ледника и модуля градиента высоты его поверхности s («нелинейная диффузия»); в уравнении (11) компоненты поля нелинейной диффузии $D = D_x$ и D_y — выражаются через компоненты скорости течения, толщину льда и градиент поверхности ледника [15]:

$$D_x = -uH(\partial s/\partial x)^{-1}; D_y = -vH(\partial s/\partial y)^{-1}. \quad (12)$$

Уравнения (12) служат ключевой точкой моделирования эволюции ледника, поскольку подстановка значений u и v , рассчитанных при решении системы уравнений (1), в (12) и D_x и D_y из (12) в (11) обеспечивает связь динамического и балансового блоков. Уравнение (11) численно решается неявным методом переменных направлений.

Использованные данные

Особенности расчётов определяют создание двух баз данных о рельефе поверхности. Для расчёта области затенения на поверхности ледника требуются данные об окружающем ледник рельефе. В то же время для расчёта скорости течения и баланса массы ледника можно использо-

Рис. 3. Цифровая модель рельефа ледника Марух и его окрестностей. Область развёрнута на 180° , чтобы показать территорию, покрытую льдом (выделено серым)
Fig. 3. Digital elevation model of Marukh Glacier and surroundings. The domain is rotated by 180° to show ice covered area (indicated in grey)

вать гораздо меньшую по размерам подобласть. Для создания цифровой модели рельефа (рис. 3) мы применили топографические данные окрестностей ледника Марух, совмещённые с более подробными данными геодезической съёмки непосредственно на леднике [1, 2]. Данные пересчитывались в узлы регулярной пространственной сетки размером 3×5 км с шагом 25 м («большая область» на рис. 4, а). Область ориентирована с юго-востока на северо-запад, что совпадает с ориентацией продольной оси ледника Марух (см. рис. 1). В выделенной подобласти размером $1,650 \times 3,775$ км высота поверхности совпадает с высотой поверхности в «большой области» (см. рис. 4, б).

Поле толщины льда, построенное по результатам гравиметрической съёмки 1967 г. [1], недостаточно подробно, так как рассчитывалось всего по шести поперечным профилям, которые

не захватывали самую верхнюю и самую нижнюю части ледника. Поэтому для расчёта топографии подстилающей поверхности мы использовали материалы топографической и радарной съёмок 2011 г. [2]. Затем поле высоты подстилающей поверхности вычиталось из поля высоты ледника по состоянию на 1967 г. [1], в результате чего было получено поле толщины ледника по состоянию на 1967 г. Последнее детально отличается от приведённого в работе [1], однако значительно совместимее с результатами более качественной съёмки 2011 г. (см. рис. 4, в).

Среднесуточные значения сумм осадков P_s и температуры воздуха T_a , входящие в уравнения (5) и (6), рассчитывались по данным наблюдений на ГМС Клухорский перевал ($43^\circ 15' 8''$ с.ш., $41^\circ 49' 39''$ в.д.). Исходные среднесуточные данные, имеющие пробелы, осреднялись за 1959–1967 гг. Этого отрезка времени

Рис. 4. Высота поверхности ледника Марух и его окрестностей, м над ур. моря (а). Расстояние дано в метрах от левого нижнего угла области. Чёрная рамка показывает границы подобласти, в которой производятся расчёты скорости течения и баланса массы. Пунктирной линией обозначены границы ледника согласно замерам 1967 г. Высота поверхности ледника Марух (б) и толщина льда (в) в подобласти, м

Fig. 4. Surface elevation of Marukh Glacier and its surroundings, m a.s.l. (a). Numbers on the boundaries of the domain denote distance in metres from the bottom-left corner of the domain. Black frame outlines the boundaries of the sub-domain where calculations of flow velocity and surface mass balance are carried out. Dotted line indicate to the measurements of the glacier boundaries in 1967. Surface elevation of Marukh Glacier (b), ice thickness (c) in the sub-domain, m. Numbers on the boundaries of the domain denote distance in metres from the bottom-left corner of the sub-domain

Рис. 5. Среднесуточные значения температуры воздуха, °C (а) и сумм осадков, мм сут.⁻¹ (б) на ГМС Клухорский перевал, осреднённые за период 1959–1967 гг.

Fig. 5. Mean daily air temperature, °C, (a), and precipitation rate, mm day⁻¹, (b) on the meteorological station Klukhorskyy Pereval averaged over the period 1959–1967

достаточно, чтобы пробелы в исходных данных полностью заменить их средним за период значением для данного дня. Метеорологические данные были приведены к средней высоте ледника (рис. 5) помощью переводных линейных эмпирических формул в работе [1]. Период осреднения связан с тем, что геометрические данные относятся к 1967 г. Кроме того, в 1967–1982 гг. вели наблюдения за балансом массы

ледника, которые в будущем предполагалось использовать в качестве контрольных данных для оценки результатов математического моделирования. Считается, что ледник реагирует на изменения климатических условий с характерной задержкой в несколько лет [14] в зависимости от своих размеров, поэтому целесообразно было воспользоваться данными ГМС, предшествовавшими наблюдениям за балансом ледника.

Калибровка параметров субмодели течения льда

Задача калибровки состояла в подборе трёх свободных параметров:

1) параметра $A_{\text{л}}$, заменяющего реологическую функцию в уравнении (2) и определяющего деформируемость льда и соответственно деформационную скорость. Диапазон тестируемых значений составил $0,4 \cdot 10^{-16} - 3,0 \cdot 10^{-16} \text{ Па}^{-3} \text{ год}^{-1}$;

2) параметра $A_{\text{сл}}$ в уравнении (3), определяющего связь между градиентом поверхности и скоростью базального (глыбового) скольжения и таким образом влияющего на его долю в суммарной скорости течения. Диапазон $0,4 \cdot 10^{-15} - 3,0 \cdot 10^{-15} \text{ Н}^{-3} \text{ год}^{-1}$;

3) плотности льда ρ_i ; в исследовании [1] отмечена значительная пространственная как горизонтальная, так и вертикальная неоднородность поля плотности льда. В соответствии с приведённым в работе [1] характерным диапазоном разброса значений плотности льда в нашей модели принят диапазон $880-910 \text{ кг м}^{-3}$.

В практике калибровки параметров математических моделей по данным наблюдений, как правило, используется критерий минимума среднеквадратического отклонения (СКО) модельных данных от наблюдаемых [19]. Данные наблюдений за скоростью течения льда летом 1967 г. и в 1976–1978 гг., к сожалению, утрачены, сохранились лишь карты изотех с шагом 5 см сут^{-1} (более 18 м год^{-1}) [1], что, безусловно, делает невозможным точную калибровку с использованием СКО. Вместо этого мы применили следующую методику.

На область была наложена пространственная сетка с расстоянием между узлами 100 м по оси x и 200 м по оси y (всего 141 точка). Аналогичная сетка была наложена на карту изотех, построенную по результатам наблюдений в 1976–1978 гг. Значение модельной скорости в каждом узле проверялось на соответствие следующему диапазону измеренных скоростей: $0-18,2, 18,3-36,5$ и более $36,6 \text{ м год}^{-1}$. После серии из 1372 тестов определено множество из пяти тестов, в которых было максимальное число точек (80) со значениями модельных скоростей, попавших в наблюдаемый диапазон. Среди них был выбран тест со следующим набором параметров: $A_{\text{л}} = 1,4 \cdot 10^{-16} \text{ Па}^{-3} \text{ год}^{-1}$, $A_{\text{сл}} = 0,6 \cdot 10^{-15} \text{ м}^7 \text{ Н}^{-3} \text{ год}^{-1}$, $\rho_i = 905 \text{ кг м}^{-3}$ и с

минимальными качественными отличиями модельного поля от наблюдаемого (рис. 6, а). Область максимальных скоростей ($> 36 \text{ м год}^{-1}$) смещена приблизительно на 800 м выше по течению по сравнению с наблюдаемым полем. Кроме того, в верхнем течении наблюдается промежуточный максимум ($> 27 \text{ м год}^{-1}$), который отсутствует в наблюдаемом поле. Последнее объясняется, с одной стороны, редкой сетью наблюдений в этой области ледника, а с другой – значительными величинами толщины льда (более 100 м) и градиента высоты поверхности. К этой же области приурочены максимальные значения поля базального скольжения ($> 5 \text{ м год}^{-1}$, см. рис. 6, б).

В работе [19], где приведены результаты калибровки аналогичной модели по данным GPS-наблюдений за скоростью течения ледника Мортерач (Morteratsch, массив Бернина, Швейцарские Альпы), получены сходные значения калибруемых параметров (при плотности льда $\rho_i = 910 \text{ кг м}^{-3}$): $A_{\text{л}} = 1,2 \cdot 10^{-16} \text{ Па}^{-3} \text{ год}^{-1}$, $A_{\text{сл}} = 0,6 \cdot 10^{-15} \text{ м}^7 \text{ Н}^{-3} \text{ год}^{-1}$. Незначительные различия в ключевых параметрах модели для двух географически удалённых друг от друга ледников показывают, что настройки динамического блока модели мало зависят от конкретного объекта моделирования. Это обстоятельство – важное с точки зрения перспективных исследований динамики ледников Кавказа, для которых нет наблюдений за скоростью и, следовательно, калибровка модели которых невозможна.

Калибровка параметров субмодели баланса массы

В качестве трёх свободных параметров, оптимальные значения которых необходимо было подобрать в субмодели баланса массы, выбраны альbedo снега (диапазон $0,74-0,86$) и льда ($0,23-0,49$) в уравнении (7) и высотный градиент осадков в области аккумуляции ($\gamma_p = 0,0005-0,05 \text{ мм день}^{-1} \text{ м}^{-1}$). Строго говоря, параметры c_0 и c_1 в выражении (6) также настраиваемы. Однако в настоящей работе использованы значения, принятые для ледника Мортерач [13], который расположен примерно на тех же высотах и широтах и в сходных климатических условиях, что и ледник Марух. В настоящее время проводится работа по алгоритмизации описания по-

Рис. 6. Модельные поля скорости течения ледника Марух, м год⁻¹:

a – поверхностная; *б* – базальная

Fig. 6. Modelled fields of ice flow of the Marukh Glacier, m yr⁻¹:

a – surface; *б* – basal

токов турбулентного тепла в балансовом блоке, поэтому вести дополнительную калибровку c_0 и c_1 было нецелесообразно.

Для определения оптимальных значений α_{snow} , α_{ice} и γ_r были рассчитаны поля суммарной за балансовый год аккумуляции и абляции, нормированные на средние значения по области, занятой льдом. Безразмерный нормированный баланс массы рассчитывался как разница между аккумуляцией и абляцией. Далее поля нормированного баланса, рассчитанные в 686 тестовых экспериментах, сопоставлялись с

аналогичным полем, рассчитанным по данным наблюдений [1]. В отличие от полей скорости течения, нормированные значения удельного баланса массы даны (хотя и в графическом виде, первоначальные записи утрачены) не в диапазонах значений, а в конкретных цифрах, привязанных к конкретным координатам. Это позволяет применить метод подбора параметров модели, используя принцип минимума СКО. В результате сопоставления модельных и расчётных полей минимальная СКО (0,32) была найдена для пары значений $\alpha_{snow} = 0,86$, $\alpha_{ice} = 0,49$ и

Рис. 7. Нормированные поля баланса массы ледника Марух в водном эквиваленте, м год⁻¹:

a – рассчитанное в модели; *б* – рассчитанное по наблюдаемым данным – адаптировано из [1]

Fig. 7. Normalized surface mass balance fields of the Marukh Glacier, m year⁻¹ in water equivalent:

a – calculated in the model; *b* – calculated basing on observations – adapted from [1]

$\gamma_p = 0,035$ мм день⁻¹ м⁻¹ (рис. 7). Заметим, что в работе [13] для ледника Мортерач используются $\alpha_{snow} = 0,78$, а $\alpha_{ice} = 0,37$.

Заключительные замечания

Мы рассмотрели результаты численных экспериментов с математической моделью ледника Марух на Западном Кавказе. Используемая в модели аппроксимация уравнений течения льда,

по сути дела, компромисс, позволяющий при относительно небольших затратах вычислительных ресурсов учесть почти все виды напряжений, действующих в горном леднике. Практическое приложение модели к реконструкции и прогнозу динамики конкретного ледника или группы ледников требует настройки (калибровки) некоторых модельных параметров в динамическом и балансовом блоках с учётом данных наблюдений. В работе использовано преимуще-

ство ледника Марух, заключающееся в том, что на протяжении нескольких десятилетий на нём проводились разнообразные более или менее систематические наблюдения, обобщённые в фундаментальной работе [1] и продолжающиеся до настоящего времени.

Небольшие затраты машинного времени при расчётах позволили проводить серии численных экспериментов, в которых тестировались комбинации калибруемых характеристик. Так, в двух сериях численных экспериментов были определены значения ключевых параметров, при использовании которых модель может наиболее реалистично воспроизводить поле скоростей и нормированный баланс массы на поверхности ледника. Настоящую работу следует рассматривать как первую в серии работ, посвящённых динамике и прогнозу эволюции ледников Кавказа в условиях меняющегося климата. Настройка модели на данных исторических наблюдений, полученных на леднике Марух, позволит ставить численные эксперименты по моделированию динамики многочисленных горных ледников в регионе, где наблюдения либо немногочисленны, либо отсутствуют вовсе.

Благодарности. Авторы выражают признательность Х. Зеколлари (H. Zekollari, Vrije Universiteit Brussel) за обсуждение результатов работы и благодарят рецензентов за конструктивные замечания и ценные рекомендации, которые позволили улучшить первоначальный вариант статьи.

Работа поддержана в рамках выполнения Проекта 7.4 Программы фундаментальных исследований Президиума РАН «Оценка геоэкологических опасностей и рисков; снижение их негативных последствий на основе изучения адаптационных процессов» (О.О. Рыбак и Е.А. Рыбак), а также Российским фондом фундаментальных исследований, грант РФФИ 14-05-31466 (П.А. Морозова).

Литература

1. Кренке А.Н., Меншутин В.М., Волошина А.П., Панов В.Д., Бажев А.Б., Бажева В.Я., Балаева В.А., Виноградов О.Н., Воронина Л.С., Гарелик Л.С., Давидович Н.В., Дубинская Н.М., Мачерет Ю.Я., Моисеева Г.П., Псарева Т.В., Тюлина Т.Ю., Фрейндлин Т.С., Хмелевской И.Ф., Чернова Л.П., Шадрин
- на О.В. Ледник Марух (Западный Кавказ). Л.: Гидрометеоздат, 1988. 255 с.
2. Кутузов С.С., Лаврентьев И.И., Мачерет Ю.Я., Петраков Д.А. Изменения ледника Марух с 1945 по 2011 г. // Лёд и Снег. 2012. № 1 (117). С. 123–127.
3. Лурье П.М., Панов В.Д. Изменение современного оледенения северного склона Большого Кавказа в XX в. и прогноз его деградации в XXI в. // Метеорология и гидрология. 2014. № 4. С. 68–76.
4. Панов В.Д. Эволюция оледенения современного Кавказа: Дис. в виде научного доклада на соиск. уч. степ. д-ра геогр. наук. Ростов-на-Дону, Ростовский гос. ун-т, 2001. 58 с.
5. Рыбак О.О., Рыбак Е.А. Алгоритм решения системы уравнений течения льда в трехмерной математической модели // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2010. № 6. С. 117–122.
6. Рыбак О.О., Фюрст Й.Я., Хёбрыхтс Ф. Математическое моделирование течения льда в северо-западной Гренландии и интерпретация данных глубокого бурения на станции NEEM // Лёд и Снег. 2013. № 1 (121). С. 16–25.
7. Blatter H. Velocity and stress fields in grounded glaciers: a simple algorithm for including deviatoric stress gradients // Journ. of Glaciology. 1995. V. 41. № 138. P. 333–344.
8. Elsasser H., Bürki R. Climate change as a threat to tourism in the Alps // Climate Research. 2002. V. 20. P. 253–257. doi:10.3354/cr020253.
9. Fürst J.J., Rybak O., Goelzer H., De Smedt B., de Groen P., Huybrechts P. Improved convergence and stability properties in a three-dimensional higher-order ice sheet model // Geoscientific Model Development. 2011. V. 4. P. 1133–1149.
10. Hindmarsh R.C.A. A numerical comparison of approximations to the Stokes equations used in ice sheet and glacier modelling // Journ. of Geophys. Research. 2004. V. 109 (F1). doi:10.1029/2003JF000065.
11. Hindmarsh R.C.A., Payne A.J. Time-step limits for stable solutions of the ice-sheet equation // Annals of Glaciology. 1996. V. 23. P. 74–85.
12. Khromova T., Nosenko G., Kutuzov S., Muraviev A., Chernova L. Glacier area changes in Northern Eurasia // Environmental Research Letters. 2014. V. 9. P. 1–11.
13. Nemec J., Huybrechts P., Rybak O., Oerlemans J. Reconstruction of the surface mass balance of Morteratschgletscher since 1865 // Annals of Glaciology. 2009. V. 50. P. 126–134.
14. Oerlemans J. Glaciers and Climate change. Rotterdam: A.A. Balkema Publishers, 2001. 148 p.
15. Pattyn F. A new three-dimensional higher-order thermomechanical ice sheet model: Basic sensitivity, ice stream development, and ice flow across subglacial lakes // Journ. of Geophys. Research. 2003. V. 108. doi:10.1029/2002JB002329

16. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical Recipes. Cambridge, Cambridge University Press, 1992. 963 p.
17. Radić V., Hock R. Regionally differentiated contribution of mountain glaciers and ice caps to future sea-level rise // Nature Geoscience. 2011. V. 4. P. 91–94. doi:10.1038/ngeo1052.
18. Van der Veen C.J., Whillans I. Force budget: I. theory and numerical methods // Journ. of Glaciology. 1989. V. 35. P. 53–60.
19. Zekollari H., Huybrechts P., Fürst J.J., Rybak O., Eisen O. Calibration of a higher-order 3-D ice flow model of the Morteratsch glacier complex, Engadin, Switzerland // Annals of Glaciology. 2013. V. 54. P. 343–351.

Summary

Current study aims at calibration (finding optimum meanings of free parameters) of a thermomechanical 3-D mathematical model of Marukh Glacier, Western Caucasus. Marukh is often considered as a reference glacier for the vast region, where more or less systematic field observations have been carried out for the last half of

the century. That is why studying of its response on the environmental change is important for understanding of evolution of glaciated areas of the whole Western Caucasus. The mathematical model employed in the paper is an ice flow model of the LMLa type (also usually called Blatter–Pattyn type model). We consider architecture of the model, structure of the major model blocks and links between them. As the input climatic data we utilized daily surface air temperature and daily precipitation rate measured at Klukhorskyy Pereval meteorological station averaged over the period of 1959–1967. Optimum meanings of free model parameters were found from a series of numerical experiments and further comparison of the simulation results and field measurements of flow velocities and mass balance performed in 1960–70ies. Established optimum meanings of parameters are close to ones established earlier for the alpine glacier Morteratsch, Switzerland. This paper is the first in the planned series of studies devoted to dynamic modeling of glacier evolution at Caucasus under changing climatic conditions.